la matemática elemental en los cursos 7.° y 8.° de estudios primarios

Por AMBROSIO J. PULPILLO RUIZ
Secretario del C. E. D. O. D. E. P.

Planteamiento.

Empecemos por caracterizar este reducido ciclo que en el aspecto matemático viene a constituir los dos últimos cursos de escolaridad:

1) Son como la síntesis o compendio, amplificado en su profundidad, de todos los conocimientos matemáticos que se consideran básicos en la formación fundamental del preadolescente.

2) Junto con la adquisición de los cursos 5.° y 6.° deben equivaler cuantitativamente a todas las nociones que se consideran precisas para «pasar» los cursos 1.° y 2.° del bachillerato elemental o del medio-profesional.

3) Cualitativamente suponen los hábitos calculativos instrumentales que necesita todo individuo para insertarse en el aprendizaje de cualquier profesión.

4) De todos modos, pues, suponen como el entronque entre lo que es instrucción matemática puramente primaria y la que corresponde a estudios medios o necesidades pre-profesionales.

Dicho esto, y también como presupuesto, subrayemos que el sector matemático de la Enseñanza primaria, más que otro tipo cualquiera de conocimientos, tiene o debe tener una triple finalidad instructivo-educativo-práctica. Lo instructivo es todo aquello que es enseñado o aprendido para conseguir un saber; lo educativo está definido por lo que contribuye al desarrollo o desenvolvimiento de nuestras facultades o potencialidades; lo práctico se identifica con lo que nos sirve o es útil para la vida. Estos tres aspectos pueden aislarse, completarse, oponerse y sobreponerse. En consecuencia:

La instructivo matemáticamente pudiera considerarse como todo aquello que nos sirve para saber calcular, resumir o resolver problemas relativos al número o a la forma.

Lo educativo matemáticamente se referirá a la ejercitación de las funciones mentales que se conocen con el nombre de razonamiento, hábitos, cálculo-operatorios, intuiciones cuantitativo-espaciales, etc.

Lo práctico matemático será lo que utilicemos para resolver y salvar las situaciones problemáticas aritmético-geométricas que necesariamente nos plantee el medio cultural o profesional en que nos haya tocado insertarnos.

Metódica.

Con ser la didáctica de las matemáticas una de las especiales más elaboradas, actualmente se encuentra en plena renovación, debido principalmente al haberse dado entrada en su estructura a las teorías de Piaget relativas a la *reversibilidad* de las construcciones operativas, la *comprensión* de las relaciones numéricas y al desarrollo del *razonamiento* matemático en el niño y en el pre-adolescente.

El cambio de mentalidad que se ha operado, sobre todo a partir de 1950, en que nació la Comisión Internacional para el estudio y mejoramiento de la Enseñanza de las Matemáticas, la aparición de métodos tales como los «Números en color», de Cussenaire-Categno, o la «Teoría de los conjuntos», pongamos como ejemplos más extendidos, nos han traído como resultado lo que E. Castelnuovo define con los nombres de *la clase como laboratorio de didáctica matemática* y *la lección como experimento didáctico-psicológico.*

Por otra parte, hoy ya nadie olvida que cuanto mayor número de actividades dediquemos a relaciones gráficas y cualitativas y a manipulaciones con objetos concretos, mejor comprensión se logrará para las relaciones cuantitativas, que alcanzan con los números el mayor grado de abstracción. Aunque los objetos manejados sean tan simples, tan poco atrayentes como los cubos de madera que emplea Alain.

Nuestros nuevos Cuestionarios vienen a exigir, también, que la actividad reflexiva o manual preceda siempre a la nocional, porque de dos modos puede concebirse una lección o explicación matemática: partiendo del conocimiento de una relación o principio, memorizado o integrado por medio de numerosos y repetidos ejercicios, para llegar a su aplicación; o bien colocándonos ante una situación problemática y tratando de resolverla, para que, al actuar sobre ella, descubramos el conocimiento o principio en que se fundamenta su resolución y poder aplicarla siempre a casos análogos.

Ejemplificación.

Vamos a sugerir la preparación, de acuerdo con los principios didácticos someramente expuestos, de sólo dos cuestiones: la primera del curso 7.° y la última del 8.°

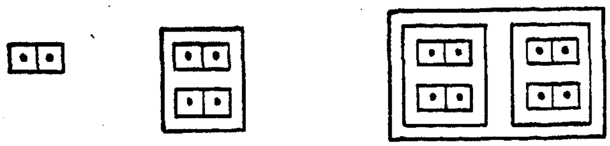
I Tema: IDEA Y FUNDAMENTO DE LA NUMERACION DE BASE CUALQUIERA

Material: Bolsitas de papel o cajitas de cartón de varios tamaños y objetos usuales, tales como semillas, botones, etc. Tiza y encerado o lápiz y papel.

Presupuestos: Ideas y fundamentos del sistema de numeración decimal. Base de un sistema de numeración. El *0* como cifra no significativa. Los diferentes órdenes de unidades. Cualquier orden *N* de unidades comprende *n* unidades de orden inmediato inferior.

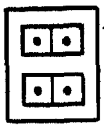
Actividades: 1) Formar grupos de dos objetos:

2 4 8



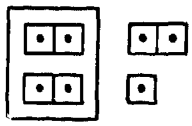
Sólo utilizaremos dos cifras: el 1 y el 0, como símbolo que expresa la carencia de unidades. A un objeto  le llamamos 1. A dos objetos  les llamamos par y los escribimos así: 10.

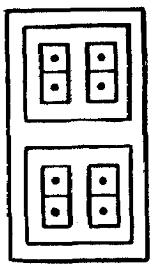
Aquí hay un par (10) y 1 = 11. El 1 de la derecha son las unidades simples o de primer orden; el 1 siguiente representa a los pares o unidades de segundo orden.



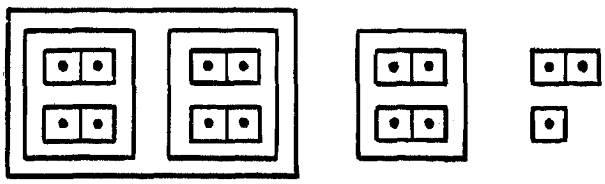
Aquí hay un par de pares (10 × 10) y se representa así: 100. Equivale a una unidad de tercer orden.

Aquí hay un par de pares (100), más un par (10) y una unidad (1) = 111.





Aquí hay un par de pares de par: 10 × 10 × 10 = 1.000.



Aquí tenemos un par de pares de par (1.000), más un par de pares (100), más un par (10), más 1 = 1.111.

Y así sucesivamente...

EJERCICIOS COMPLEMENTARIOS:

a) Escribir en este sistema DUAL los números 5, 6, 9, 10, 11, 20...

b) Seguir los mismos pasos en conjuntos de tres elementos, utilizando los guarismos 1, 2 y 0 para sentar los mismos principios del sistema de numeración TRIAL.

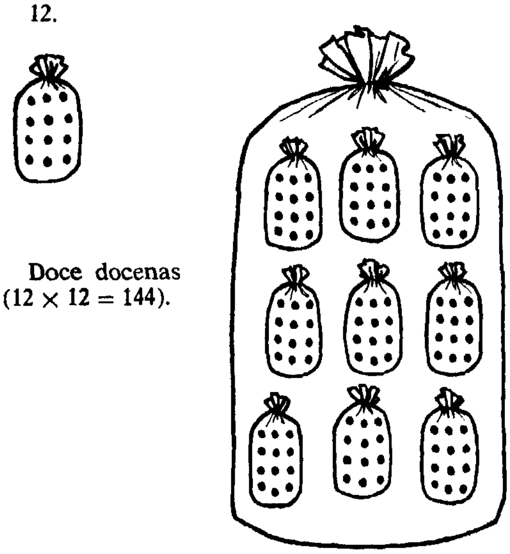
c) Idem para un sistema CUATERNARIO que utiliza las cifras 1, 2, 3 y 0.

ADQUISICIONES:

- *Todas las cantidades posibles se pueden representar en un sistema de numeración de base cualquiera.*
- *A medida que aumenta la base se requiere mayor cantidad de cifras, pero la longitud de las cantidades disminuye.*
- *En cualquier sistema de numeración es imprescindible que exista una cifra que, como el 0, no represente ninguna cantidad de unidades.*

Actividades: 2) Formar decenas:

12.



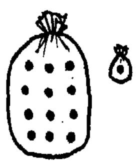
Doce docenas (12 × 12 = 144).

Ahora emplearemos las cifras: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, A, B y 10.

A representa a diez unidades.

B representa a once unidades.

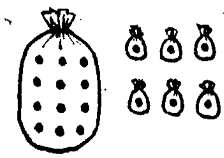
La docena se representa así: 10.

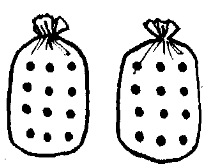


Aquí hay una docena (10) más 1 = 11.

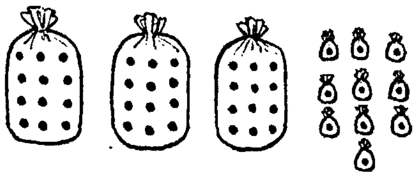
11 en el sistema docenal equivalen a 13 del decimal.

Aquí hay docena y media (18), que representaremos así: 10 + 6 = 16, esto es, 6 unidades de primer orden y una de segundo (10).

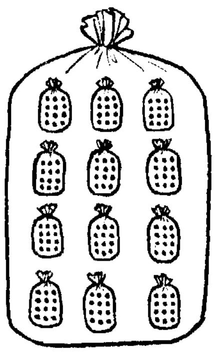




Dos decenas se representan así: 20.



Tres docenas (30) más 10 se representarían así: 3 A, y tres docenas más 11 serían igual a 3 B.



Aquí hay una docena de decenas $(10 \times 10) = 100$.

100 en el sistema DOCENAL equivalen a 144 del DECIMAL.

De acuerdo con todo ello veamos la representación de varias cantidades del sistema decimal traducido al docenal:

Decimal		Docenal
300	$\longrightarrow$	256 = 25 docenas + 6
500	$\longrightarrow$	418 = 41 docenas + 8
1.460	$\longrightarrow$	1.218 = 121 docenas + 8

En todos los casos operamos así:

$$\frac{300}{12} = 25 \text{ de cociente y } 6 \text{ de residuo.}$$

Procedamos ahora a la inversa y resolvamos la siguiente cuestión: ¿Cómo expresaríamos la cantidad de 125 del sistema *docenal* en el *decimal?*

Aquí hay una docena de docenas $(12 \times 12 = 144)$, más dos docenas (24), más $5 = 173$, o lo que es lo mismo: $14 \times 12 + 5 = 173$.

EJERCICIOS COMPLEMENTARIOS:

a) Escribir en el sistema *docenal* las cantidades 20, 100, 511, 2.212 ....

b) Seguir los mismos ejemplos para fundamentar los sistemas de base 11, 15 y 20 ....

c) Continuar los ejemplos de conversión de unos sistemas a otros.

ADQUISICIONES:

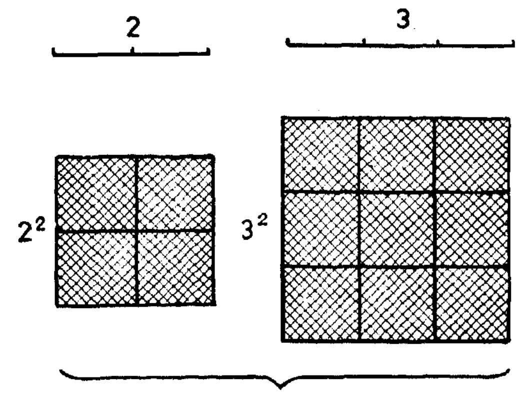
- *Se pueden imaginar infinitos sistemas de numeración posibles.*
- *El número de cifras que se necesitan emplear en cualquier sistema es igual al número de unidades de cada conjunto, igual también a la base del sistema.*
- *Para sistemas de numeración de base superior a 10 había que inventar nuevos símbolos numéricos.*

II TEMA: CUADRADO DE UN BINOMIO

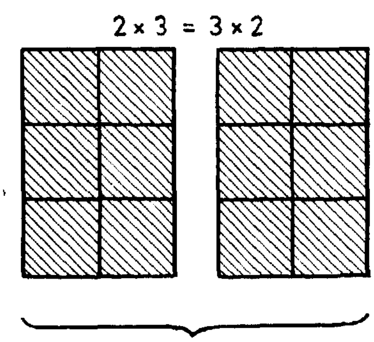
Material: Cartulina de varios colores y tijeras. Tizas y encerado o lápices y papel.

Presupuestos: Concepto de binomio como suma o diferencia de dos términos. Idem de la segunda potencia o cuadrado de un número. No es igual $(2 + 3)^2$ que $2^2 + 3^2$.

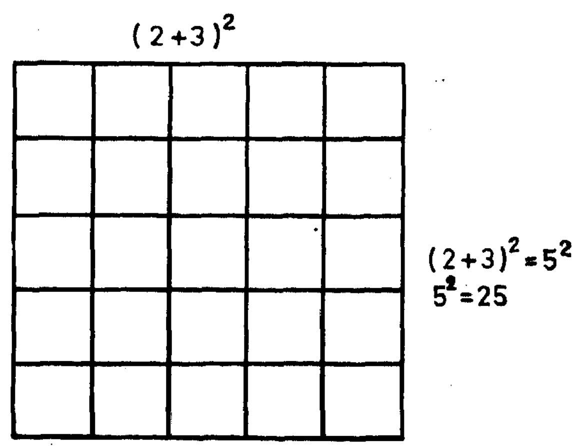
Actividades: 1)



Recortar en cartulina roja

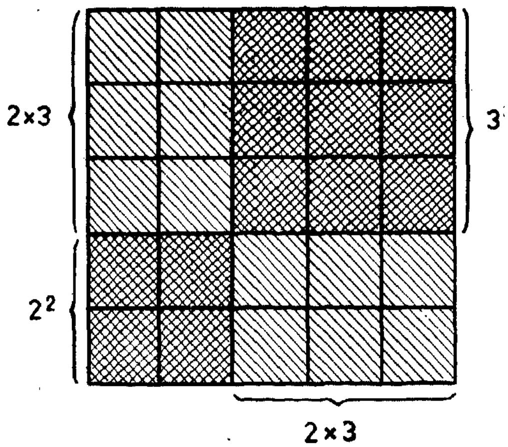


Recortar en cartulina azul



Recortar en cartulina blanca

Con todos los trozos de cartulina recortados recomponer el trozo blanco $(2 + 3)^2$ así:



Comprobar que es igual a $2^2 + 3^2 + 2\,(2 \times 3)$.

EJERCICIOS COMPLEMENTARIOS:

a) Repetir el proceso sobre los datos $(1 + 2)^2$ y $(3 + 4)^2$.

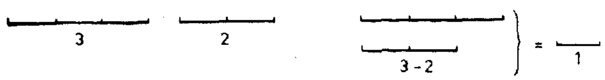
b) Solución analítica: $(2 + 3)^2 = (2 + 3) \times (2 + 3) = 2 \times 2 + 2 \times 3 + 3 \times 2 + 3 \times 3 = 2^2 + 2\,(2 \times 3) + 3^2$ ó $2^2 + 3^2 + 2\,(2 \times 3)$.

c) Generalizar: $(a + b)^2 = a^2 + b^2 + 2\,(ab)$.

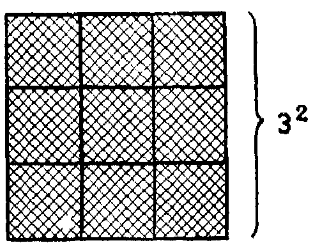
ADQUISICIÓN:

● *El cuadrado de la suma de dos números cualesquiera es igual al cuadrado del primero, más el cuadrado del segundo, más el doble producto de los dos.*

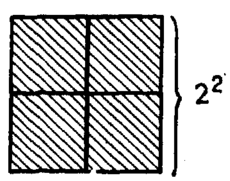
Actividades: 2)



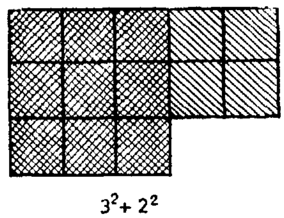
Recortar 9 cuadrados en cartulina roja y recomponer esta figura:

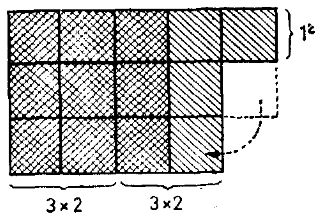


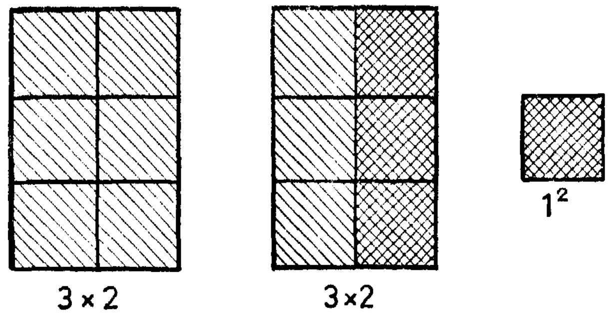
Recortar 4 cuadrados iguales a los anteriores en cartulina azul.



Recomponer con ellos las siguientes figuras:







Observar que si al cuadrado del mayor se le suma y se le quitan $2\,(3 \times 2)$ queda 1^2.

Verificar que $(3 - 2)^2 = 3^3 + 2^2 - 2\,(3 \times 2)$.

EJERCICIOS COMPLEMENTARIOS:

a) Repetir el proceso con los binomios $(2 - 1)^2$ y $(4 - 3)^2$.

b) Solución analítica: $(3 - 2)^2 = (3 - 2) \times (3 - 2) = 3 \times 3 - 3 \times 2 - 2 \times 3 + 2 \times 2 = 3^2 + 2^2 - 2\,(3 \times 2)$.

c) Generalizar: $(a - b)^2 = a^2 + b^2 - 2\,(ab)$.

ADQUISICIONES:

● *El cuadrado de la diferencia de dos números cualesquiera es igual al cuadrado del mayor, más el cuadrado del menor, menos el doble producto de ambos.*

● *El cuadrado de un binomio es igual al cuadrado de uno de sus términos, más el cuadrado del otro término, ± el doble producto de ambos.*