

**XII Simposio de la Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática;
XIX Seminário de Investigaçao em Educaçao Matemática e XVIII Encontro de
Investigaçao em Educaçao Matemática**

Seminario 2:

Resolución de problemas: 30 años después. / Resoluçao de problemas 30 anos depois.

Coordinador:

Luís Puig Catedrático de Universidad de Didáctica de la Matemática. Universidad de Valencia.

Ponentes:

J. Manuel Matos, Universidade Nova de Lisboa

Enrique Castro. Universidad de Granada.

Manuel Santos Trigos, investigador Titular del Centro de Investigación y de Estudios Avanzado del Instituto Politécnico Nacional (Cinvestav IPN). México.

Luis Puig

Departamento de Didáctica de las Matemáticas / Departamento de Matemática Educativa
Universidad de Valencia / Centro de Investigación y de Estudios Avanzados, México

**PRESENCIA Y AUSENCIA DE LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS
EN LA INVESTIGACIÓN Y EL CURRÍCULO**

LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS EN LA INVESTIGACIÓN Y EL CURRÍCULO

En los dos primeros simposios de la SEIEM, la resolución de problemas tuvo un lugar destacado: en 1997, se organizó un seminario en torno a la clasificación de los problemas aditivos, y en 1998, se discutió mi libro *Elementos de Resolución de Problemas* (Puig, 1996). Sin embargo, no existe un grupo de trabajo en la SEIEM que se llame “Resolución de Problemas”. Éste es un índice más de la presencia elusiva de la resolución de problemas en la investigación y en el currículo.

El Diccionario de la Real Academia Española, en su voz “eludir”, dice que significa tres cosas. La primera, “Evitar con astucia una dificultad o una obligación”; la segunda, “Esquivar el encuentro con alguien o con algo”, y la tercera, “No tener en cuenta algo, por inadvertencia o intencionadamente”.

A mi entender, la situación de la resolución de problemas en el currículo y en la investigación da pie para cubrir todo el campo semántico de “eludir”: con cierta astucia se ha ido evitando lo que hubiera debido ser una obligación y es una dificultad, cada vez que la resolución de problemas ha aparecido o alguien la ha puesto en el camino, se ha esquivado el encuentro, y lo que ya no tengo muy claro es si se ha acabado por no tener muy en cuenta la resolución de problemas por inadvertencia o intencionadamente¹¹.

Difiero en un punto, pues, de la afirmación que hace Santos en el monográfico dedicado recientemente por la revista ZDM a la resolución de problemas (Santos-Trigo, 2007) y que repite en su comunicación a este seminario (Santos-Trigo, 2008): la resolución de problemas, es innegable, ha estado presente desde hace ya tres décadas en la investigación y en el currículo, pero, no diría yo como Santos que esa presencia haya sido “intensa”. Más bien creo que ha jugado a estar sin acabar de estar, aparecer, pero no instalarse.

Castro (2008), por su parte, encuentra una discordancia entre “la pérdida de interés por parte de los investigadores” en la resolución de problemas y el hecho de que según él “la presencia e importancia de la resolución de problemas se ha mantenido e incluso acrecentado en las propuestas curriculares”. A mi entender, no está claro que en las propuestas curriculares haya habido incremento alguno de la presencia de la resolución de problemas, y esto tiene una consecuencia directa sobre las posibilidades que los investigadores tienen de plantearse trabajos con incidencia en el sistema escolar. Los investigadores hacen lo que pueden para aprender más sobre resolución de problemas en muchos sentidos, pero parece que los puentes están rotos entre el trabajo de investigación que se hace y quienes elaboran las directrices curriculares, que se rigen por una lógica distinta (o prestan atención a otras voces distintas de las de los investigadores en didáctica de las matemáticas).

En efecto, la investigación en didáctica de las matemáticas y el desarrollo curricular han sido siempre en España campos separados que han obedecido a lógicas distintas, y que sólo se han conectado en momentos muy especiales. En la historia reciente de España hubo uno de esos momentos especiales cuando el PSOE ganó las elecciones de 1982 y emprendió la reforma del Sistema Educativo.

Varios factores nacionales e internacionales coincidieron para hacer que la resolución de problemas se colocara como uno de los centros fundamentales de la reforma del currículo de matemáticas. En USA, el National Council of Teachers of Mathematics (NCTM) había llamado a centrar la educación matemática en la resolución de problemas en 1980 en el manifiesto *An Agenda for Action* (NCTM, 1980), y las recomendaciones hechas en el Reino Unido por el Informe Cockcroft también incluían un énfasis en las actividades de resolución de problemas. El Informe Cockcroft fue un texto influyente y profusamente citado durante la gestación de la reforma, hasta el punto de que el Ministerio de Educación lo hizo traducir al castellano y lo publicó (Cockcroft, 1985), como parte del programa de publicaciones de materiales relacionados con la reforma.

Esta influencia de la escena internacional, encontró un terreno preparado para desarrollarse en la tradición de didáctica heurística presente desde comienzos del siglo XX en el trabajo de la Institución Libre de Enseñanza, y en la obra de Pedro Puig Adam, tanto en su libro explícitamente titulado *Didáctica de la Matemática Eurística* (Puig Adam, 1956), como en la serie de libros de texto que escribió con Julio Rey Pastor. Pero además, también lo encontró en el trabajo que desarrollaron grupos de profesores en los últimos años de la dictadura y en los años de la transición a contracorriente del currículo oficial, en el que se proponía enseñar los conceptos y procesos matemáticos mediante la modelización de situaciones del mundo real, sobre la base de una mezcla de razones

¹¹ Una de las formas más increíbles que conozco de eludir el problema es la que según parece utilizó no hace mucho un responsable del Ministerio de Educación y Ciencia, que, ante las quejas de uno de los expertos encargados de elaborar un documento para las enseñanzas mínimas del currículo de que no apareciera lo que los expertos habían escrito sobre resolución de problemas en el documento ministerial, le contestó que la resolución de problemas es metodología y la metodología estaba transferida a las Comunidades Autónomas, por lo que no era responsabilidad del Ministerio, ni podía entrar en el asunto para nada, magistral forma de escurrir el bulto, pero que apunta a uno de los problemas con que la resolución de problemas ha tropezado para su integración efectiva en el currículo, ese doble carácter que se le atribuye popularmente de “contenido y metodología”, que acaba por obviar el carácter de contenido y dejar el carácter de metodología en el limbo, “a mí no me toca”, de la responsabilidad transferida.

epistemológicas y didácticas y de ideas marxistas¹². Los materiales y libros de texto producidos por esos grupos de profesores se convirtieron en trabajos de referencia, a pesar de su escasa difusión, cuando llegó la reforma. Ahora bien, en ambos casos, la resolución de problemas estaba presente concebida fundamentalmente como un método de enseñanza.

La resolución de problemas concebida como un contenido que ha de ser enseñado, y concebida a la manera heurística como lo hizo Pólya también estaba presente en la tradición española en el momento de la reforma, ya que los libros de Pólya *How to solve it* and *Mathematics and Plausible Reasoning* se tradujeron al español en 1965 y 1966, respectivamente, y el primero de ellos se había reimpresso en repetidas ocasiones (Pólya, 1965, 1966). Además, la enseñanza de la heurística también se incorporó en las propuestas que hicieron los grupos de profesores, en especial en la más influyente, la que hizo el Grupo Cero para las edades 12 a 16 (Grupo Cero, 1984)¹³.

La investigación en resolución de problemas de matemáticas se hizo correlativamente más visible durante la década de los ochenta y el comienzo de la de los noventa, incluso si a la postre su influencia en el diseño del currículo fue escasa, si se compara con la influencia de teorías psicológicas y pedagógicas generales o con la influencia de las ideas que procedían del trabajo de innovación de los grupos de profesores.

Cuando el Partido Popular ganó las elecciones de 1996, el currículo de la reforma, que había sido establecido en 1990 con la Ley orgánica de Ordenación General del Sistema Educativo (LOGSE), formaba parte del debate político electoral, y, como consecuencia, su puesta en práctica se interrumpió abruptamente. La contrarreforma del sistema educativo, emprendida por el PP bajo la consigna de la recuperación de la “cultura del esfuerzo” y con la palabra “calidad” en el nombre de la ley que regula el sistema, Ley Orgánica de Calidad de la Educación (LOCE), condujo a un nuevo currículo de matemáticas en el que la resolución de problemas dejó de tener un papel central, en una especie de movimiento como el que en los USA se denominó “back to basics”, que ponía el énfasis en los llamados “contenidos mínimos”.

Sin embargo, el declinar de la visibilidad de la investigación en resolución de problemas ya había comenzado antes de lanzarse esta contrarreforma del currículo de matemáticas, por causas que hay que buscar no sólo en cuál acabó siendo su posición en el currículo de la LOGSE, que examinaremos en el apartado siguiente, sino en el hecho de que internacionalmente la resolución de problemas dejó de estar de moda en la década de los noventa, y la investigación en didáctica de las matemáticas (o educación matemática) en España aumentó su dependencia de las tendencias internacionales, precisamente como consecuencia de los comienzos de la normalización de su situación académica. La pérdida del carácter central de la resolución de problemas en el currículo de la contrarreforma vino a añadir una razón más para el declive de la visibilidad de la investigación en resolución de problemas. Ahora, aún es pronto para saber qué efectos pueda tener en la investigación el nuevo cambio del currículo de matemáticas que el PSOE de nuevo en el poder ha promovido con la Ley Orgánica de Educación (LOE), en el que la resolución de problemas vuelve a aparecer en escena, aunque de forma que deja bastante que desear.

¹² Me refiero en particular a los libros de texto para el Bachillerato Unificado y Polivalente producidos por el Grupo Cero en su primera época, esto es, hasta 1983. Sólo Grupo Cero (1977-1978) tuvo una cierta difusión comercial.

¹³ En lo que fue la segunda época del Grupo Cero, a partir de 1983, marcada por el proyecto “De 12 a 16”, en el que dejó de ser central la modelización de situaciones reales, y los materiales dejaron de estar fuertemente estructurados, en favor de la presentación de situaciones y problemas, sugestivos e ingeniosos, pero a menudo carentes de conexión entre sí, y carentes de cualquier actividad de institucionalización de aprendizajes. El hecho de que este tipo de materiales aparecieran como modelo fue sin duda una dificultad para la difusión de la reforma entre el conjunto del profesorado.

Repararé en los apartados siguientes estos avatares de la resolución de problemas en el currículo desde el Diseño Curricular Base (DCB) y la LOGSE a la LOE, pasando por la LOCE.

LA RP EN EL DCB Y LA LOGSE

Aunque, como ya he señalado, la resolución de problemas estuviera colocada en un lugar central en el currículo promovido en esta reforma de la década de los ochenta, esa presencia en primer plano se acompañó de una tensión mal resuelta entre la doble consideración de la resolución de problemas “como contenido y como metodología”, que resultó en detrimento de su tratamiento como contenido en los diseños curriculares y diluyó su presencia en la práctica, no sólo como contenido sino también como metodología. Pero además la descripción que se hacía de la resolución de problemas como contenido no podía conducir a su presencia efectiva.

En efecto, usando como ejemplo el DCB de la Educación Secundaria Obligatoria (MEC, 1989), la resolución de problemas aparecía dentro del apartado titulado “Los contenidos de matemáticas”. Cuando se están explicando los procedimientos, se dice que éstos son “de índole y grado de generalidad muy diversa” (MEC, 1989, p. 491), y se clasifican en “uso de los diferentes lenguajes matemáticos”, “rutinas y algoritmos particulares [...] destrezas de tipo práctico” y “una tercera categoría”, de la que se dice que en ella “pueden agruparse aquellas estrategias más generales, que comúnmente se conocen como estrategias heurísticas o simplemente heurísticos”, estrategias heurísticas de las que se dice que “no hay pautas bien definidas sobre el modo de usarlas” (MEC, 1989, p. 489). Aquí la resolución de problemas se estaba presentando como un contenido, pero ya se avanzaba que no se iba a pretender organizar su enseñanza, porque al parecer es un contenido que no está “bien definido”.

Por otro lado, en las “Orientaciones didácticas y para la evaluación” de este DCB hay un apartado titulado “El papel de los problemas”. En él se dice que “Una de las actividades fundamentales en clase de matemáticas es la de resolver problemas” (MEC, 1989, p. 525), para proseguir diciendo que “conviene distinguir entre ejercicio y problema” a lo que se dedica una parte importante de este apartado¹⁴. Pero de inmediato se matiza que la resolución de problemas es también metodología (“La resolución de problemas no sólo es un objetivo del área. Es también un instrumento metodológico.”), y aunque se dice que

La reflexión que se lleva a cabo durante las labores de resolución de problemas ayuda, sin duda, a la construcción de los conceptos, y a establecer relaciones entre ellos. Pero no se aprende a resolver problemas por el hecho de haber aprendido determinados conceptos y algoritmos de cálculo. Hay que proporcionar a los alumnos herramientas, técnicas específicas y pautas generales de resolución de problemas, (MEC, 1989, pp. 525-526).

lo que parecería apuntar a una enseñanza explícita de un estilo heurístico de resolución de problemas, se afirma paradójicamente la vieja receta de que la práctica hace maestros: “La mejor manera de aprender a resolver problemas eficazmente es resolver una cantidad suficiente” (MEC, 1989, p. 526). Más aún, explícitamente se excluye la organización de la enseñanza de lo que es propio de la resolución de problemas, al afirmar

Es importante la reflexión sobre la forma de resolver cada problema; el alumno debe llegar a ser consciente de qué estrategia está utilizando en un momento dado, *sin que esta*

¹⁴ Ésta es una discusión perpetua en el campo de la educación matemática, de la que hablo en el capítulo segundo de Puig (1996), dedicado a discutir el concepto de problema. Una reflexión reciente sobre el asunto puede verse en Arcavi y Friedlander (2007).

reflexión llegue a convertirse en un tratamiento sistemático de las distintas estrategias (MEC, 1989, p. 526, cursiva mía).

En coherencia con estos recelos y precauciones, en los objetivos generales de la etapa, la resolución de problemas sólo aparece como “elaboración de estrategias personales”, que, además, sólo cabe elaborar con problemas “sencillos”:

Elaborar estrategias personales para la resolución de problemas matemáticos sencillos y de problemas cotidianos, utilizando distintos recursos y analizando la coherencia de los resultados para mejorarlos si fuera necesario (MEC, 1989, p. 496).

Un contenido del que se dice que su uso no está bien definido, que se teme que se trate de forma sistemática, que se pretende que desarrolle sólo estrategias personales y que se indica que esto ha de hacerse en problemas “sencillos”, difícilmente podía encontrar su camino desde el diseño curricular a la práctica en las aulas¹⁵.

En la Comunidad Valenciana hubo un intento de darle un papel más substantivo a la resolución de problemas en el currículo al incluir en él un bloque de contenidos con el nombre de “Resolución de problemas”, cosa que no sucedía en el DCB. Además, el objetivo general de etapa dedicado a la resolución de problemas, aunque a primera vista pueda parecer que se limitaba a parafrasear el del DCB

Elaborar estrategias personales de resolución de problemas y expresar con claridad los pasos seguidos en la resolución, valorando la importancia del proceso y su aplicación en diferentes contextos” (Generalitat Valenciana, 1990, p. 115)

contenía dos matices importantes. Por un lado, suprimía el adjetivo “sencillos”, pero, lo que es más importante mientras el objetivo del DCB hablaba de analizar meramente “los resultados”, lo que dejaba el final del proceso de resolución de problemas en una mera revisión de si lo hecho está bien hecho, aquí se planteaba un objetivo metacognitivo con función epistémica: lo que se dice que hay que analizar es el conjunto del proceso de resolución, con el fin de extender lo hecho.

Sin embargo, este arranque más substantivo quedó atenuado en la introducción a la descripción del bloque titulado “Resolución de problemas” en el decreto de la ESO al recaer en la exclusión de que se organizara la enseñanza del contenido del bloque de forma específica:

No se trata de abrir un apartado que lleve por nombre el del bloque, sino que periódicamente se reflexione sobre las diferentes formas de abordar y resolver problemas, etapas de la resolución, preguntas que se hacen, formas de trabajar, etc. (Conselleria d’Educació i Ciència de la Generalitat Valenciana, 1995, p. 349).

Y, con más contundencia, en la introducción a los núcleos correspondientes a las materias de matemáticas del Bachillerato, que es idéntica en todos los casos:

En consecuencia, este núcleo tiene un carácter transversal y sus contenidos serán tenidos en cuenta *exclusivamente* [cursiva mía] en conexión con el desarrollo del resto de los contenidos (Conselleria d’Educació i Ciència de la Generalitat Valenciana, 1995, pp. 492, 495, 514 y 517).

En la época de los debates para la elaboración del DCB y el desarrollo de la LOGSE, ya argüí que la resolución de problemas tenía que tratarse en sus dos aspectos de forma

¹⁵ De esta manera de considerar la resolución de problemas no está exenta de responsabilidad el predominio de la teoría psicológica general que sustentaba el diseño del currículo y que en el caso de las matemáticas claramente suponía un corsé apretado que obligaba a forzar la multiplicidad de componentes de la actividad matemática para encajarlos en los establecidos en general para todo el currículo. No es éste el lugar de entrar en más consideraciones sobre la cuestión, que ya apunté en aquel momento (Puig, 1989), ni para discutir los efectos que esa fuerte presencia pudo tener en la difusión de las ideas de la reforma entre los profesores, que para mí han quedado retratados en la frase que un profesor de latín, embarcado en un equipo de la reforma, me dijo para explicar su sensación cuando tenía que explicar los niveles de concreción del currículo, citando la Soledad segunda de Góngora: “extraño todo / el designio, la fábrica y el modo”.

imbricada, y que esa integración en el currículo y en la enseñanza efectiva en las aulas no era tarea sencilla. En un texto que titulé “Aprender a resolver problemas, aprender resolviendo problemas” (Puig, 1992) indicaba que para ello había que estudiar dos cuestiones.

En la primera, que tiene que ver con la resolución de problemas como método de enseñanza,

cuáles son las condiciones que ha de cumplir un método de enseñanza que se centre en la resolución de problemas para que, resolviendo problemas, se pueda aprender el conjunto de componentes conceptuales, algorítmicas y de proceso que forman parte de las matemáticas escolares, si esto es posible, o qué otras actividades o situaciones han de acompañar a los problemas (Puig, 1992, p. 11),

ponía el énfasis en que las situaciones de resolución de problemas no bastan.

En la segunda, que tiene que ver con la resolución de problemas como contenido,

cómo se organizan las actividades de resolución de problemas para que los aprendizajes que se institucionalicen sean los que aquí se pretender enseñar, esto es, los propios de la resolución de problemas (Puig, 1992, p. 11),

ponía el énfasis en el problema de la institucionalización de los aprendizajes de los contenidos de la heurística, que a mi entender necesitan ser tratados de forma específica en situaciones o secuencias de enseñanza dedicadas en concreto a ello para que puedan ser institucionalizados. En ese sentido, entender la cuarta fase del clásico modelo de Pólya para la resolución de problemas, no como una fase de mera revisión, sino de revisión-extensión (Puig, 1996), permite incluir la función de institucionalización de aprendizajes como una de las fases del propio proceso de resolución de problemas, y darle así a la resolución de problemas una función epistémica. En Puig (1996) describí elementos de un modelo de competencia de ese estilo heurístico de resolución de problemas, y en Puig y Cerdán (1987) ya apuntábamos, sobre la base de datos de actuaciones de alumnos, que ese estilo heurístico

permite la producción de aprendizaje significativo, esto es, [...] para los sujetos el texto del problema se convierte en un espacio en que poner en movimiento conceptos, objetos, hechos y técnicas, cargarlos de relaciones, verlos desde distintas perspectivas, enraizarlos en contextos significativos y, en definitiva, producir sentido (Puig y Cerdán, 1987, p. 330).

En el DCB y el desarrollo de la LOGSE se desperdició la ocasión más propicia para que esta imbricación estuviera presente en el diseño del currículo. La llegada al poder del PP en marzo de 1996 fue el anuncio de tiempos peores para la resolución de problemas.

LA RP EN LA LOCE

La primera modificación del currículo que llega al Boletín Oficial del Estado tras la victoria del PP es el Real Decreto 3473/2000 de 29 de diciembre de 2000, en el que se establecen las “enseñanzas mínimas” para la ESO. Tras este real decreto vendría la LOCE que se publica el 23 de diciembre de 2002, y el Real Decreto 831/2003 de 27 de junio de 2003 de “enseñanzas mínimas” para la ESO. Pero en donde realmente se refleja con más claridad la concepción de la resolución de problemas de esta contrarreforma es en el Real Decreto 116/2004 de 23 de enero de 2004 en el que “se desarrolla la ordenación y se establece el currículo de la Educación Secundaria Obligatoria” para aquellos lugares que aún no tenían transferidas las competencias en materia de educación en ese momento, el llamado “territorio MEC”, (MECD, 2004).

Ya desde la introducción la resolución de problemas deja de ser el centro, en la medida en que se escribe que

La finalidad fundamental de la enseñanza de las Matemáticas es el desarrollo de la facultad de razonamiento y de abstracción (MECD, 2004, p. 5766).

Ello no obsta para que se le dé un papel importante a la resolución de problemas en las declaraciones de principios iniciales, ya que se afirma que

La resolución de problemas debe contemplarse como una práctica habitual integrada en todas y cada una de las facetas que conforman el proceso de enseñanza y aprendizaje (MECD, 2004, p. 5766).

aunque ya no es ni contenido ni metodología, sino una práctica. De modo que, aunque aún se mantenga un objetivo, el número 5, en el que se habla de “estrategias, procedimientos y recursos”

5. Resolver problemas matemáticos, utilizando diferentes estrategias, procedimientos y recursos, desde la intuición hasta los algoritmos” (MECD, 2004, p. 5767),

ha desaparecido todo rastro de heurística (substituida por una “intuición” que quién sabe cómo se forma).

Pero donde queda absolutamente meridiana la vuelta a la concepción de los problemas como campo de aplicación de los conceptos previamente aprendidos es en el desglose de los contenidos mínimos por temas. Así, por ejemplo, en 1º de la ESO, cuyos contenidos están distribuidos en tres temas, 1. Aritmética y Álgebra, 2. Geometría y 3. Tablas y Gráficas, el último apartado de 1 reza “Aplicación a la resolución de problemas” (de la proporcionalidad directa y los porcentajes), y el último apartado de 2 reza “Resolución de problemas geométricos que precisan de la representación, el reconocimiento y el cálculo de las medidas de las figuras planas” (MECD, 2004, p. 5767). En el tema 3 no hay problemas.

Merece la pena señalar que este hecho de que no se indique nada sobre los problemas en el tema de Tablas y Gráficas es un hecho que se repite en otros cursos, en los que siempre aparecen los problemas al final de los temas de Aritmética y Álgebra y Geometría, pero sólo a veces en temas como Funciones y Gráficas o Estadística y Probabilidad. Así, por ejemplo, en 4º en el tema de Aritmética y Álgebra el último apartado es “Aplicaciones a la resolución de problemas de la vida cotidiana”, y no hay mención de los problemas ni en Geometría, ni en Funciones y Gráficas ni en Estadística y Probabilidad, excepto en la Opción B en la que en Funciones y Gráficas sí que se cita los problemas: “Interpretación y lectura de gráficas en problemas relacionados con los fenómenos naturales, la vida cotidiana y el mundo de la información” (MECD, 2004, p. 5770).

Éste es el currículo para el territorio MEC, donde el giro hacia esa concepción de los problemas en la enseñanza como algo subsidiario de los conceptos, algoritmos y técnicas aprendidos en otro lugar y aplicados a los problemas está claramente explícito. Está claro que la situación en las comunidades autónomas con las competencias en educación transferidas es muy diversa. Sin que esta diversidad dependa exclusivamente del signo de quien gobierne. A título de ejemplo peregrino, en la Comunidad Autónoma Valenciana nunca llegó a publicarse decreto alguno que desarrollara la LOCE. El

decreto que desarrolló el currículo de la LOGSE es de 1992 para la ESO y 1994 para el Bachillerato, y la modificación previa a la LOCE del Real Decreto del año 2000 no tuvo su reflejo en la normativa para la Comunidad Valenciana hasta el año 2002, en el Decreto 29/2002 de 5 de marzo, que se limita, por lo que respecta a la resolución de problemas a suprimir el bloque de contenido específico, pero repitiendo todo lo que se decía en él a continuación de los contenidos del resto de los bloques, como si se hubiera cortado y pegado el texto anterior, incluyendo la caracterización de la resolución de problemas como contenido y como método, o los aspectos más directamente relacionados con la heurística, como “La explicitación de las distintas fases que ha supuesto la resolución de un problema y la sistematización de las estrategias heurísticas empleadas con éxito, constituye una ayuda y una guía para actuar ante nuevas situaciones problemáticas y para revisar críticamente los problemas ya resueltos” (Generalitat Valenciana, 2002).

LA RP EN LA LOE

El currículo actualmente en vigor para la ESO es el establecido en el Real Decreto 1631/2006, de 29 de diciembre, por el que se establecen las enseñanzas mínimas correspondientes a la Educación Secundaria Obligatoria (MEC, 2007), que está organizado en términos de competencias. Para el conjunto del currículo las competencias son ocho y una de ellas, la segunda, es la “competencia matemática”. En la definición que se hace de lo que se considera la competencia matemática, uno de los elementos que intervienen es la resolución de problemas, ya que se dice que la competencia matemática

consiste en la habilidad para utilizar y relacionar los números, sus operaciones básicas, los símbolos y las formas de expresión y razonamiento matemático, tanto para producir e interpretar distintos tipos de información como para ampliar el conocimiento sobre aspectos cuantitativos y espaciales de la realidad, y para resolver problemas relacionados con la vida cotidiana y con el mundo laboral (MEC, 2007, pp. 686-687),

y también se dice que

esta competencia [matemática] cobra realidad y sentido en la medida que los elementos y razonamientos matemáticos son utilizados para enfrentarse a aquellas situaciones cotidianas que los precisan. Por tanto, la identificación de tales situaciones, la aplicación de estrategias de resolución de problemas, y la selección de las técnicas adecuadas para calcular, representar e interpretar la realidad a partir de la información disponible están incluidas en ella (MEC, 2007, p. 687).

No deja de ser paradójico que en la competencia matemática¹⁶ sólo esté incluido el resolver problemas “relacionados con la vida cotidiana y con el mundo laboral”, y que la realidad y el sentido de esa competencia se cifre exclusivamente en su uso en situaciones cotidianas, lo que llevaría a no poder considerar la mayor parte de la actividad de los matemáticos como actuaciones correspondientes a la competencia matemática. En cualquier caso, aunque sea en esta forma aplastada en el nivel más bajo de los procesos de matematización, la resolución de problemas no sólo está mencionada como un elemento de la competencia matemática, sino que se coloca de nuevo en un lugar central. En efecto, en los párrafos de introducción de los contenidos mínimos se dice que

en todos los cursos se ha incluido un bloque de contenidos comunes que constituye el eje transversal vertebrador de los conocimientos matemáticos que abarca. Este bloque hace

¹⁶ Sobre este asunto de los nuevos usos del término competencia, sus incoherencias y su relación con los modelos de competencia para la investigación en didáctica de las matemáticas hablé hace dos simposios de la SEIEM (Puig, 2006).

referencia expresa, entre otros, a un tema básico del currículo: la resolución de problemas (MEC, 2007, p. 750)

y aún se insiste afirmando que la resolución de problemas

es el centro sobre el que gravita la actividad matemática en general (MEC, 2007, p. 750).

Los contenidos del currículo están pues distribuidos en lo que se llama, de nuevo, “bloques de contenido”, que son seis: Números, Álgebra, Geometría, Funciones y Gráficas, Estadística y Probabilidad y ese bloque de “contenidos comunes”. No se habla de la resolución de problemas fuera del bloque de “contenidos comunes”, excepto en el bloque de Álgebra. Veamos algunos ejemplos de qué es lo que de resolución de problemas se menciona en ese bloque de “contenidos comunes” y mezclado con qué otras cosas.

Siempre aparece como “Bloque 1. Contenidos comunes” y a continuación una lista de seis cosas. Las dos primeras tienen que ver con la resolución de problemas. La primera habla de “estrategias y técnicas”, que han de ser “simples”, “Utilizar estrategias y técnicas simples en la resolución de problemas”, y cita en concreto “análisis del enunciado”, “ensayo y error” y “resolución de un problema más simple”. Y la segunda es “Expresión verbal del procedimiento que se ha seguido en la resolución de problemas” (MEC, 2007, p. 752).

El resto de los “contenidos comunes” tratan de “interpretación de mensajes” (el tercero), o del ámbito de las actitudes, valores y normas como “confianza”, “perseverancia y flexibilidad en la búsqueda de soluciones a los problemas” (cuarto y quinto), o se refieren a las TIC (el sexto).

Este ejemplo de 1º de la ESO sirve para describir también el conjunto de la ESO porque en el resto de cursos sigue habiendo un “Bloque 1. Contenidos comunes”, con los mismos seis contenidos en el mismo orden y con el texto prácticamente idéntico.

Las variantes por lo que respecta a la resolución de problemas vienen del cambio de alguna palabra. Así en 2º curso ya no se califica de “simples” a las “estrategias y tácticas”, aunque el único cambio en la exigua lista de éstas es que se substituye “la resolución de un problema más simple” por “la división de un problema en partes”.

Además en el segundo de los contenidos comunes ya no se dice simplemente que haya de expresarse verbalmente el procedimiento que se ha seguido, sino que se precisa “Descripción verbal de procedimientos de resolución de problemas utilizando términos adecuados” (MEC, 2007, p. 754), lo que parece indicar que ya no se trata de las estrategias espontáneas de los alumnos sino de procedimientos de resolución de problemas establecidos, y que además la descripción no ha de hacerse con las propias palabras del alumno, sino con una terminología “adecuada”, que, por tanto, habrá de ser enseñada. Este cambio de 1º a 2º de la ESO se refuerza en los criterios de evaluación con la aparición en 2º de un adjetivo aplicado a la estrategia “ensayo y error”, que pasa a ser “ensayo y error sistemático”, con lo que se cambia una estrategia espontánea por un procedimiento heurístico.

En tercer curso, además de “utilización” de estrategias, se añade “planificación” de estrategias y la lista de estrategias es distinta: ahora son el “recuento exhaustivo, la inducción [y] la búsqueda de problemas afines”, y la descripción ha de hacerse con la terminología “precisa” (MEC, 2007, p. 755). En los criterios de evaluación se añade que la descripción verbal ha de hacerse “valorando la utilidad y simplicidad del lenguaje matemático para ello” (MEC, 2007, p. 757). Finalmente, en cuarto curso además de las “estrategias de resolución de problemas” se habla también de “procesos de razonamiento”, y lo que se menciona como tal es “emisión y justificación de hipótesis o la generalización” (MEC, 2007, p. 757).

El retorno pues de la heurística como contenido al currículo es explícito. Es, sin embargo, discutible lo poco que se menciona, aunque sea en un decreto que se llama de “enseñanzas mínimas”, no tanto porque sean pocas cosas (las “mínimas”) sino, en primer lugar, porque no están presentes con la suficiente precisión todos los tipos de contenidos de la heurística que la investigación ha establecido ya desde hace tiempo que es preciso considerar para que su uso sea efectivo, ya sea lo que Schoenfeld (1985) llamaba “componentes del conocimiento y la conducta al resolver problemas”, o lo que él mismo llamó después “aspectos de la cognición” (Schoenfeld, 1992), o lo que yo llamo “elementos del modelo de competencia del estilo heurístico de resolución de problemas” (Puig, 1996). Y, en segundo lugar, porque es poco afortunado convertir la heurística en materia de enseñanza reduciéndola a una lista de procedimientos que se aprenden uno tras otro, uno en cada curso.

Sin embargo, lo que más me inquieta con vistas al paso de lo que está escrito en las directrices ministeriales a la práctica en las aulas, es el hecho de que la resolución de problemas aparezca mezclada en un batiburrillo con las otras cuatro cosas que aparecen en el bloque 1 “contenidos comunes”, con las que no tiene nada en común. Se corre el peligro de nuevo de que al colocar la resolución de problemas en todas partes, pero negarle un lugar propio y específico, acabe no estando en ninguna; por pretenderla omnipresente, acabe estando ausente de la práctica de las aulas.

O, acabe estando presente sólo en el Álgebra, que es el único bloque de contenido en el que se habla de resolución de problemas. Con lo que, por otro lado, la resolución de problemas ha quedado reducida al mundo de la heurística y al mundo de la resolución algebraica de problemas, en el que con los problemas se enseña el sistema de signos del álgebra, perdiéndose el papel fundamental de la resolución de problemas en la constitución de los conceptos ya sea aritméticos, geométricos, probabilísticos o de cualquier otro rama de las matemáticas. Pero quizá sea que esto es metodología y ésta está transferida a las comunidades autónomas...

DEL LADO DE LA INVESTIGACIÓN

Schoenfeld (2008) señala que, en los libros de texto de los USA basados en los *Standards*, se ha prestado atención a la resolución de problemas, pero no tanto al uso de estrategias heurísticas, y lo atribuye a la falta de investigación sobre en qué consiste aprender cada estrategia heurística concreta. En el caso español, tenemos, por el contrario, buenos ejemplos de libros de texto y materiales producidos durante la época de la LOGSE, en los que se aborda la heurística, aunque a menudo esas actividades aparezcan como interludios que parecen no estar integrados en los temas del currículo, o, en ocasiones, adopten la forma de juegos y pasatiempos, que les hacen perder carácter substantivo, y, en muy pocas ocasiones, se acompañen esas actividades en las que hay heurística de situaciones de institucionalización de esos aprendizajes. Otra cosa es el éxito que esos libros de texto hayan podido tener en el mercado, frente a los que se limitaron a maquillar las actividades de siempre con la nueva terminología. A mi entender, no es en la falta de investigación, sino en todo caso, en la falta de relación entre la investigación y el diseño y desarrollo curricular, y sobre todo en la ideología que ha sustentado las decisiones curriculares, en donde hay que buscar la causa de que la presencia de la resolución de problemas en el currículo (cuando la ha habido) se haya traducido en su ausencia en la práctica de las aulas.

Del lado de la investigación siempre falta, pero tenemos ejemplos de investigaciones que se han preocupado de saber lo que Schoenfeld echa en falta y a lo que atribuye la

ausencia de la heurística en los libros de texto. Así, por ejemplo, hace ya años Gascón (1985) señalaba la necesidad de tener una

lista estructurada de heurísticas lo bastante concretas para ser utilizadas directamente y suficientemente transferibles como para cristalizar posteriormente en un sistema de reglas que puede considerarse como un primer modelo del método general de resolución (Gascón, 1985, p. 19),

y en Puig (1996) pueden encontrarse análisis de la estructura de uso efectivo de varias herramientas heurísticas, así como indicaciones precisas de cómo realizar tales análisis, y descripciones de las actuaciones de alumnos que están aprendiendo a usarlas.

No es éste el lugar de presentar un panorama ni una reseña de la situación de la investigación en resolución de problemas en España, que tiene su lugar en Castro (2008), ni de calibrar su cantidad, Manuel Torralbo clasificó como de “Investigación y resolución de problemas” treinta y seis de las ciento treinta y cinco tesis doctorales del ámbito de la didáctica de las matemáticas, que catalogó en el período 1976-1998, estudiado por él, más de la cuarta parte (cf. Torralbo, Fernández, Rico, Maz y Gutiérrez, 2003). Yo me limitaré aquí comentar dos ejemplos de la presencia de la resolución de problemas en España: su presencia en la revista *Enseñanza de las Ciencias*, que va ya por su volumen 26, y su presencia en sesiones plenarias de la SEIEM.

RP EN EC

Para el volumen 1, número 1 de la revista *Enseñanza de las Ciencias*, que apareció en 1983, elaboramos Fernando Cerdán y yo una bibliografía de resolución de problemas, por encargo de la dirección de la revista, para una sección en la que se pretendía precisamente fomentar el desarrollo de la investigación ofreciendo ese tipo de información, que, en la época era de arduo y laborioso acceso (Puig y Cerdán, 1983).

Desde entonces se han publicado diez artículos de resolución de problemas, cuatro en lo que quedaba de la década de los ochenta, tres en la de los noventa y otros tres en lo que llevamos de siglo XXI. La cosecha no es numerosa y, aunque se distribuye de forma bastante regular hasta el 2002, desde ese año no se ha publicado ninguno.

En cuanto a los temas de la resolución de problemas que se abordan, la heurística está presente en varias de sus facetas: en Cerdán y Puig (1983), donde se examinaba el potencial heurístico de los problemas del currículo anterior a la reforma de la LOGSE; en Arrieta (1989), que examinó la forma de integrar los resultados de la investigación en el currículo, y en Pifarré y Sauny (2001), que estudia la enseñanza efectiva de algunas estrategias de resolución de problemas en los comienzos de la ESO. Otra manera de concebir la resolución de problemas estaba presente en Alonso, González Carmona, y Sáenz (1988), que estudiaron lo que se llamaba “estrategias operativas”.

El estudio de clases de problemas desde el punto de vista de la contribución de la resolución de problemas a la enseñanza y el aprendizaje de los conceptos implicados está presente en Castro, Rico y Gil (1992), para los problemas aritméticos de enunciado verbal aditivos, y en Bruno y Martínón (1997), para la extensión de estos problemas cuando están presentes en ellos los números negativos.

Gascón (1985) y Bosch y Gascón (1994) presentaron el estudio de campos de problemas examinando los detalles de un método general; y los dos últimos artículos publicados hasta la fecha estuvieron dedicados, desde dos puntos de vista distintos, al estudio de los problemas de probabilidad (Huerta, 2002 y Guisasola y Barragués, 2002).

RP EN LA SEIEM

He comenzado indicando la paradoja de que en los dos primeros simposios de la SEIEM hubo sesiones dedicadas a la resolución de problemas, mientras que no se ha creado ningún grupo de trabajo en la sociedad con ese título. Eso no quiere decir que en las comunicaciones o en los grupos no se haya presentado trabajos del ámbito de la resolución de problemas, incluso que en alguno de los grupos, es el caso del que se llama “Pensamiento numérico y algebraico”, el número de trabajos de resolución de problemas presentados haya sido bastante elevado. Pero sí que es índice de cuál es la consideración que la resolución de problemas tiene en la SEIEM, la sociedad académica para la investigación en didáctica de las matemáticas, y cuál es su visibilidad.

Las sesiones de los dos primeros simposios de la SEIEM repiten lo que parece ser los dos grandes campos de estudio de la resolución de problemas entre nosotros, que están presentes en los artículos publicados en *Enseñanza de las Ciencias*: el estudio de los problemas ligados a un concepto o a un campo conceptual, y el estudio de la heurística, incluyendo en él el estudio de los métodos de resolución con contenido heurístico.

En 1997, en el primer simposio de la SEIEM, se planteó un “tema de debate de un seminario”, con el título “¿Cómo estructurar las tareas que aparecen en un campo conceptual? Discusión de un caso: clasificación de problemas aditivos”, que ejemplifica perfectamente uno de los tipos de investigaciones que han orientado nuestro trabajo en resolución de problemas durante años. En él se presentaron tres trabajos que estudiaban y clasificaban los problemas aditivos y que iban más allá de lo investigado hasta la fecha, cuando intervienen en ellos números negativos (Socas, Hernández y Noda, 1998), cuando son de dos etapas (Castro et al., 1998), y desde un punto de vista omnicomprendido (González Marí, 1998), y una lectura de ellos que pone el énfasis en hacer el trabajo de clasificar con parsimonia (Puig, 1998a).

En 1998, hace ahora diez años, lo que se planteó como tema de debate bajo el título “Elementos de resolución de problemas, cinco años después” fue el estudio del aspecto heurístico de la resolución de problemas, que yo había realizado y que ya tenía entonces cinco años, preguntándonos, que había pasado después. Pepe Carrillo y M^a Luz Callejo fueron los encargados de contestar a esa pregunta y decidieron hacerlo conjuntamente (Callejo y Carrillo, 2001) a lo que yo repliqué (Puig 2001). Para Callejo y Carrillo, la situación en 1998 había avanzado con respecto a 1993

tratando de integrar la cognición y el afecto, explorando sobre la formación y la evolución de las creencias de los alumnos y de los profesores, analizando el papel y los tipos de interacciones en el trabajo en grupo, etc. [...] Sin menospreciar ninguno de los ingredientes que forman parte del menú de la resolución de problemas, la metacognición es, desde nuestro punto de vista, el que mejor pone de relieve el conocimiento didáctico del contenido del maestro y el que tiene más visos de prevalecer incluso después del período escolar (quizás al lado de las creencias y actitudes) (Callejo y Carrillo, 2001, pp. 97-98).

Callejo y Carrillo indicaban una dirección de trabajo que ha dado un buen número de resultados desde entonces: el estudio de las creencias, afectos y concepciones de profesores y alumnos sobre la resolución de problemas, de los que da cuenta Castro en su panorama de la investigación para el simposio de la SEIEM diez años después (Castro, 2008).

Diez años después de ese debate, la SEIEM ha vuelto a colocar la resolución de problemas como asunto de discusión en un seminario con el título “Resolución de problemas, treinta años después”, en el que retornamos de nuevo a preguntarnos qué pasa con la resolución de problemas, siempre presente, pero esquiva, y qué hacer. Castro (2008) propone algunas direcciones de futuro, así como Santos-Trigo (2008), y ambos coinciden en señalar como un aspecto ineludible el estudio de la resolución de problemas con el uso de las TIC. Tenemos ya trabajo avanzado en ese terreno, en varias

direcciones, ya sea en el uso del entorno de la hoja de cálculo para la enseñanza de la resolución de problemas aritmético-algebraicos (del que se ha dado cuenta reiteradamente en simposios de la SEIEM, p. e. Arnau y Puig, 2005, 2006), o en la tutorización artificial de la resolución de problemas (Cobo, Fortuny, Puertas y Richard, 2007).

En cualquier caso, sería conveniente que quienes trabajamos en resolución de problemas establecieramos ámbitos de relación comunes en los que la resolución de problemas apareciera tratada en su especificidad como un contenido concreto de estudio y apareciera como tal en grupos de trabajo y en la clasificación de las investigaciones, de la misma manera que sería conveniente que la resolución de problemas se abordara de una vez en el currículo sin decir que es el centro de la actividad matemática y luego hurtarle la presencia propia y específica en el currículo, enviándola al terreno de lo común.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Alonso, V.; González Carmona, A. y Sáenz, O. (1988). Estrategias operativas en la resolución de problemas matemáticas en el Ciclo Medio de la E. G. B. *Enseñanza de las Ciencias*, 6(3), pp. 251-264.
- Arcavi, A. & Friedlander, A. (2007). Curriculum developers and problem solving: the case of Israeli elementary school projects. *ZDM The International Journal on Mathematics Education*, 39, 5-6, pp. 355-364.
- Arnau, D. y Puig, L. (2005). Análisis de las actuaciones de los estudiantes de secundaria cuando resuelven problemas verbales en el entorno de la hoja de cálculo. En Maz, A.; Gómez, B. y Torralbo, M., eds. *Investigación en Educación Matemática. Actas del Noveno Simposio de la Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática*. Córdoba: Universidad de Córdoba, pp. 153-162.
- Arnau, D. y Puig, L. (2006). Formas de construir nombres y referirse a las cantidades en las actuaciones de alumnos de secundaria al resolver problemas verbales en el entorno de la hoja de cálculo. En Bolea, P.; González, M^a. J. y Moreno, M. (Eds.) *Investigación en Educación Matemática. Actas del Décimo Simposio de la Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática* (pp. 145-153) Huesca: Instituto de Estudios Altoaragoneses / Universidad de Zaragoza.
- Arrieta, J. J. (1989). La resolución de problemas y la educación matemática. Hacia una mayor interrelación entre investigación y desarrollo curricular. *Enseñanza de las Ciencias*, 7(1), pp. 63-71.
- Bosch, M. y Gascón, J. (1994). La integración del momento de la técnica en el proceso de estudio de campos de problemas de matemáticas. *Enseñanza de las Ciencias*, 12(3), pp. 314-332.
- Bruno, A. y Martínón, A. (1997). Procedimientos de resolución de problemas aditivos con números negativos. *Enseñanza de las Ciencias*, 15(2), pp. 249-258.
- Callejo, M^a. L. y Carrillo, J. (1998). Elementos de resolución de problemas, cinco años después. En J. R. Pascual (Ed.), *Actas del Segundo Simposio de la Sociedad Española de Investigación en Educación matemática* (pp. 87-105). Pamplona: Universidad Pública Navarra
- Castro, E. (2008). Resolución de problemas: Ideas, tendencias e influencias en España. En *Actas del XII Simposio de la Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática, XIX Seminário de Investigaçao em Educaçao Matemática, XVIII Encontro de Investigaçao em Educaçao Matemática*. (Este volumen.)

- Castro, E., Castro, E., Rico, L., Gutiérrez, J., Tortosa, A., Segovia, I., González, E., Morcillo, N. y Fernández, F. (1988). Problemas aritméticos compuestos de dos relaciones. En L. Rico & M. (Eds.) *Actas del Primer Simposio de la Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática* (pp. 63-76). Granada: SEIEM / Departamento de Didáctica de la Matemática de la Universidad de Granada.
- Castro, E.; Rico, L. y Gil, F. (1992). Enfoques de investigación en problemas verbales aritméticos aditivos. *Enseñanza de las Ciencias*, 10(3), pp. 243-253.
- Cerdán, F. y Puig, L. (1983). Los problemas de matemáticas en el currículo de E. G. B. (Ciclo medio): un estudio cuantitativo / descriptivo desde el punto de vista de su potencial heurístico. *Enseñanza de las Ciencias*, 1(3), pp. 168-185.
- Cobo, P., Fortuny, J., Puertas, E., y Richard, Ph. (2007). AgentGeom: a multiagent system for pedagogical support in geometric proof problems. *International Journal of Computers for Mathematical Learning*, 12(1), pp. 57-79.
- Cockcroft, W. H. (1985). *Las Matemáticas sí cuentan*. Madrid: Ministerio de Educación y Ciencia. [Edición original: Cockcroft, W. H. (1982). *Mathematics Counts*. London: HMSO]
- Conselleria d'Educació i Ciència de la Generalitat Valenciana (1995). *Recull Legislatiu. Secundària Obligatòria. Batxillerat. Formació Professional*. València: Autor.
- Gascón, J. (1985). El aprendizaje de la resolución de problemas de planteo algebraico. *Enseñanza de las Ciencias*, 3(1), pp. 18-27.
- Generalitat Valenciana (1990). *Diseño curricular. Secundaria Obligatoria. Área de Matemáticas*. Valencia: Direcció General d'Ordenació i Innovació Educativa.
- Generalitat Valenciana (2002). Decreto 39/2002, de 5 de marzo, del Gobierno Valenciano, por el que se modifica el Decreto 47/1992, de 30 de marzo, del Gobierno Valenciano, por el que se establece el currículo de la Educación Secundaria Obligatoria en la Comunidad Valenciana, *DOGV*, 4206, <http://www.gva.es/cidaj/dogv/4206c.htm>
- González Marí, J. L. (1988) Clasificación de problemas aditivos por sus estructuras numérica y semántica global. En L. Rico & M. (Eds.) *Actas del Primer Simposio de la Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática* (pp. 77-105). Granada: SEIEM / Departamento de Didáctica de la Matemática de la Universidad de Granada.
- Grupo Cero (1977-1978). *Matemáticas de Bachillerato*. Valencia: Roberto Guillén, editor.
- Grupo Cero (1984). *De 12 a 16. Un proyecto de curriculum de matemáticas*. Valencia: Nau llibres.
- Guisasola, J. y Barragués, J. I. (2002). Heurísticas y sesgos de los estudiantes de primer ciclo de universidad en la resolución de problemas de probabilidad. *Enseñanza de las Ciencias*, 20(2), pp. 285-302.
- Huerta, M. P. (2002). El problema de la cueva. Elementos para un análisis didáctico de los problemas de probabilidad. *Enseñanza de las Ciencias*, 20(1), pp. 75-86.
- Ministerio de Educación y Ciencia (MEC) (1989). *Diseño Curricular Base. Educación Secundaria Obligatoria*. Madrid: El autor.
- Ministerio de Educación y Ciencia (MEC) (2007). Real Decreto 1631/2006, de 29 de diciembre, por el que se establecen las enseñanzas mínimas correspondientes a la Educación Secundaria Obligatoria. *BOE*, 5, pp. 677-773.
- Ministerio de Educación, Cultura y Deporte (MECD) (2004). Real Decreto 116/2004 de 23 de enero, por el que se desarrolla la ordenación y se establece el currículo de la Educación Secundaria Obligatoria. *BOE*, 35, pp. 5712-5791.

- National Council of Teachers of Mathematics (NCTM) (1980). *An agenda for action: Recommendations for school mathematics of the 1980s*. Reston, VA: El autor.
- Pifarré, M. y Sauny, J. (2001). La enseñanza de estrategias de resolución de problemas matemáticos en la ESO: Un ejemplo concreto. *Enseñanza de las Ciencias*, 19(2), pp. 297-308.
- Pólya, G. (1954). *Mathematics and Plausible Reasoning*. 2 vols. Princeton, NJ: Princeton University Press. [Traducción castellana de José Luis Abellán, *Matemáticas y razonamiento plausible*. Madrid: Tecnos, 1966.]
- Pólya, G. (1957). *How to Solve It*. 2nd. edition. Princeton, NJ: Princeton University Press. [Traducción castellana de Julián Zugazagoitia, *Cómo plantear y resolver problemas*. (México: Trillas, 1965).]
- Puig Adam, P. (1956). *Didáctica de la Matemática eurística*. Madrid: Instituto de Formación del Profesorado de Enseñanza Laboral.
- Puig, L. (1989). Changing both the educational system and the mathematics curriculum: the case of Spain. In A. Warbecq (Ed.) *Actes de la 41^e Rencontre de la CIEAEM* (pp. 13-19) Frameries, Belgique: Centre Technique de l'Enseignement de la Communauté française à Bruxelles.
- Puig, L. (1992) Aprender a resolver problemas, aprender resolviendo problemas. *Aula de innovación educativa*, núm. 6, págs. 10-12.
- Puig, L. (1996). *Elementos de resolución de problemas*. Granada: Comares.
- Puig, L. (1998). Clasificar y significar. En L. Rico & M. (Eds.) *Actas del Primer Simposio de la Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática* (pp. 113-127). Granada: SEIEM / Departamento de Didáctica de la Matemática de la Universidad de Granada.
- Puig, L. (2001). Réplica a *Elementos de resolución de problemas, cinco años después* de M^a Luz Callejo y José Carrillo. En J. R. Pascual (Ed.), *Actas del Segundo Simposio de la Sociedad Española de Investigación en Educación matemática* (pp. 107-112). Pamplona: Universidad Pública Navarra.
- Puig, L. (2006). Sentido y elaboración del componente de competencia de los modelos teóricos locales en la investigación de la enseñanza y aprendizaje de contenidos matemáticos específicos. En Bolea, P.; González, M^a. J. y Moreno, M. (Eds.) *Investigación en Educación Matemática. Actas del Décimo Simposio de la Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática* (pp. 107-126) Huesca: Instituto de Estudios Altoaragoneses / Universidad de Zaragoza.
- Puig, L. y Cerdán, F. (1983). Resolución de problemas de matemáticas: una bibliografía. *Enseñanza de las Ciencias*, 1(1), pp. 61-63.
- Puig, L. y Cerdán, F. (1987). Buceando en el proceso de resolución de problemas. En A. Álvarez (Ed.) *Psicología y Educación. Realizaciones y tendencias actuales en la investigación y en la práctica* (pp. 329-339). Madrid: Visor-MEC.
- Santos-Trigo, M. (2007). Mathematical problem solving: an evolving research and practice domain. *ZDM The International Journal on Mathematics Education*, 39(5-6), pp. 523-536.
- Santos-Trigo, M. (2008). La Resolución de Problemas Matemáticos: Avances y Perspectivas en la Construcción de una Agenda de Investigación y Práctica. En *Actas del XII Simposio de la Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática, XIX Seminário de Investigaçao em Educaçao Matemática, XVIII Encontro de Investigaçao em Educaçao Matemática*. (Este volumen.)
- Schoenfeld, A. H. (1985). *Mathematical Problem Solving*. New York: Academic Press.
- Schoenfeld, A. H. (1992). Learning to think mathematically: Problem solving, metacognition, and sense making in mathematics. In D. A. Grows (Ed.), *Handbook*

- of Research on Mathematics Teaching and Learning* (pp. 334-370). New York: Macmillan.
- Schoenfeld, A. H. (2007). Problem solving in the United States, 1970–2008: research and theory, practice and politics, *ZDM The International Journal on Mathematics Education*, 39, 5-6, pp. 537-551.
- Socas, M. M., Hernández, J. y Noda, A. (1998). Clasificación de PAEV aditivos de una etapa con cantidades discretas relativas. En L. Rico & M. (Eds.) *Actas del Primer Simposio de la Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática* (pp. 46-62). Granada: SEIEM / Departamento de Didáctica de la Matemática de la Universidad de Granada.
- Torralbo, M.; Fernández, A.; Rico, L.; Maz, A. y Gutiérrez, M. P. (2003). Tesis doctorales españolas en educación matemática. *Enseñanza de las Ciencias*, 21(2), 295-306.