

## RAZONAMIENTO ESTADÍSTICO Y CONTEXTO ESCOLAR DE PROFESORES DE BACHILLERATO

Felipe Fernández y Benjamín Sarmiento  
Universidad Pedagógica Nacional de Colombia

**Resumen.** *Se presentan resultados relativos al razonamiento estadístico y el contexto escolar de trabajo de una muestra de profesores de educación básica y media de colegios oficiales de Bogotá, Colombia. Se utilizó un muestreo por conglomerados para la selección de 107 profesores provenientes de 30 colegios oficiales y para la recolección de información se elaboró un instrumento basado en cuestionarios ya utilizados en otras investigaciones. Los resultados muestran un perfil de razonamiento estadístico similar al encontrado en las muestras de otros estudios y revelan, en cuanto al contexto escolar que la enseñanza de temas estocásticos en la escuela se enfatiza en los grados 6 y 7 (edades de 12 a 13 años) y es muy exigua en los últimos grados (10 y 11, edades de 16 a 17 años). Además, al estudiar posibles relaciones entre el contexto escolar y el razonamiento estadístico, se identifica una relación significativa entre el desempeño general en la prueba de razonamiento estadístico y la cantidad de cursos sobre estadística y probabilidad tomados en el pregrado.*

**Abstract.** *It presents the results relating to statistical reasoning and the school context work of a sample of official elementary and middle school Teachers in Bogotá, Colombia. For the selection of the sample of 107 teachers from 30 official schools it was used a cluster sampling and for the data collection an instrument was made based on questionnaires already used in other investigations. The results show a statistical profile of reasoning similar to the found in other samples and studies, and show, in terms of school context, among other matters, that the teaching of stochastic subjects in school are emphasized in the early grades (6 and 7) and is lower in the upper grades (10 and 11). In addition, when studying possible links between the school context and the statistical reasoning, it identifies a significant relationship between the overall performance in the statistical reasoning test and the number of courses on statistics and probability taken when undergraduate.*

### INTRODUCCIÓN

Ya que el conocimiento de la estadística y la probabilidad está adquiriendo una importancia creciente en la escolaridad y que la enseñanza de temas básicos relativos a lo estocástico es de vital importancia en la formación ciudadana, tiene sentido y es deseable conocer cómo es la situación de un profesor de matemáticas respecto a su conocimiento de lo básico de la estadística y la probabilidad y conocer algunas de las características del contexto escolar en el que trabajan estos profesores relativas a la enseñanza de lo estocástico. El trabajo que se expone en este artículo hace parte de un proyecto de investigación un poco más extenso en el que también se consideró el estudio de las actitudes de los profesores hacia la enseñanza, aprendizaje y utilidad de la estadística<sup>19</sup>. Debido a las limitaciones de espacio, en este artículo sólo se dará cuenta de los resultados asociados al razonamiento estadístico del profesor y al contexto escolar en el que se enseñan temas estocásticos.

---

<sup>19</sup> Este trabajo se realizó gracias al apoyo económico del Centro de Investigaciones de la Universidad Pedagógica Nacional de Colombia (CIUP).

## APROXIMACIÓN CONCEPTUAL

Actualmente, parece haber consenso respecto a la importancia del conocimiento del profesor en relación con los efectos de su enseñanza en el aprendizaje de los estudiantes. Sin embargo, en relación con el significado del término “conocimiento de los profesores” Pajares (1992) por ejemplo, llama la atención respecto a la dispersión semántica que ha caracterizado a las líneas de investigación asociadas al pensamiento y conocimiento del profesor. La variedad de expresiones asociadas incluye términos como: creencias, actitudes, opiniones, ideologías, percepciones, concepciones, principios prácticos, preconcepciones, teorías implícitas, teorías explícitas, teorías personales, etc. Ante esta dispersión semántica fue necesario establecer diferencias y precisar los significados y énfasis en los que se enfocó este estudio.

Para este trabajo, el estudio realizado consideró una aproximación al significado de *conocimiento estadístico del profesor* que planteó el estudio de tres asuntos. Desde la primero, llamado *componente del contexto*, el estudio se aproximó a la indagación del contexto escolar en el que desarrolla su labor el docente; bajo el segundo, llamado *componente del razonamiento estadístico*, se analizaron algunas de las características del conocimiento básico de los profesores respecto a la estadística y la probabilidad, y finalmente, bajo el tercero, llamado *componente de las actitudes*, se abordó el estudio de las actitudes de los docentes de matemáticas en torno a la enseñanza, aprendizaje y utilidad de la estadística.

Para la mirada al contexto escolar se tuvieron en cuenta referentes curriculares derivados de tres revisiones: por un lado, de un examen realizado a nivel nacional de las recomendaciones curriculares al respecto [MEN \(1998\)](#); por otro lado, de una revisión a algunas de las características curriculares de la enseñanza de lo estocástico en otros países, en documentos como [NCTM, \(2000\)](#), y comentarios sobre aspectos relacionados en [Batanero, Godino, Vallecillos, Green, y Holmes \(1994\)](#); [Shaughnessy, Garfield, y Greer \(1996\)](#) y [Watson y Moritz, \(2000\)](#); además, se consideró la posible influencia de algunas diferencias conceptuales de carácter general que se identifican entre la educación matemática y la educación estadística, explicitadas en Moore (1992, citado en [Gal y Garfield, 1997, p.6](#)).

En relación con la postura respecto a la componente de razonamiento estadístico el estudio se adhiere y utiliza el marco conceptual propuesto en [Garfield \(2002 y 2003\)](#). Por ello y en consonancia con Garfield, se sostiene que no hay un consenso acerca de cómo potenciar el razonamiento estadístico ni sobre cómo determinar el nivel y lo correcto de los razonamientos estadísticos. Sin embargo, se reconoce que los avances realizados hasta el momento permiten perfilar un marco de trabajo que debe contemplar, entre otros aspectos, formas correctas de razonamiento acerca de los datos, modos de representaciones de datos, de resumen de datos con base en medidas estadísticas, de comprensión de la incertidumbre, de la relevancia de muestras y de la interpretación y uso de correlaciones y asociaciones; y, por otra parte, la presencia de sesgos y formas erradas de pensamiento estocástico como: la representatividad, la falacia del jugador, la falacia de la proporción base, la disponibilidad, la orientación o aproximación al resultado, la creencia de que las muestras que son buenas deben representar un alto porcentaje de la población, algunas concepciones erradas que involucran promedios, la ley de los pequeños números y el sesgo de equiprobabilidad.

## METODOLOGÍA

Además de la elaboración de un instrumento de investigación que contiene tres cuestionarios, cuyo objeto fue estudiar las características de las componentes que fueron objeto de indagación, la investigación planteó la elaboración de un diseño muestral,

teniendo como marco a la población de los profesores de matemáticas de educación básica y media de colegios oficiales de Bogotá, Colombia. Para no entrar en detalles sobre la selección de la muestra, sólo se dirá que el método de muestreo utilizado fue de conglomerados ([Ospina, 2001](#)), y que el marco muestral consideró un total de 320 instituciones y 2080 profesores de los cuales se seleccionaron 30 instituciones y un total de 107 profesores que respondieron a los cuestionarios.

Respecto al instrumento de recolección de información, el primer cuestionario referido como “cuestionario de información general” contiene 15 preguntas y su diseño fue inspirado en un cuestionario de mayor extensión propuesto en [Andrade y otros \(2003\)](#), para indagar acerca de las rutas pedagógicas escolares de profesores en ejercicio. La diferencia principal radica en que en el trabajo de ellos el foco estaba en la identificación de las posibles secuencias temáticas seguidas por los docentes para abordar tópicos de álgebra y geometría, mientras que en el presente trabajo el foco estuvo dirigido a identificar los tópicos de estadística y probabilidad y a indagar sobre la experiencia en la enseñanza y la formación del profesor en lo estocástico.

El cuestionario que fue propuesto para estudiar la componente de conocimiento estocástico se basa principalmente en la propuesta de [Garfield \(2003\)](#) y en el trabajo de [Allen \(2006\)](#). Del trabajo de Garfield se consideraron 15 de los ítems propuestos, sin embargo se realizaron leves modificaciones en algunos de los ítems considerados para simplificar los enunciados o bien para adaptarlos al contexto colombiano.

En cuanto al estudio de Allen, de su trabajo se tomaron cinco ítems; sin embargo, en este caso se reelaboró el contexto a los que se refería cada uno de ellos, preservando el formato y contenido de fondo del objetivo de cada ítem. En suma, el cuestionario definitivo quedó constituido por un total de 20 ítems.

## RESULTADOS ACERCA DEL CONTEXTO ESCOLAR

En cuanto al género y edad de los docentes que respondieron los cuestionarios, 57% fueron hombres y 43% mujeres; y las dos terceras partes de los profesores tienen edades entre los 30 y 50 años. En cuanto al nivel de formación, aproximadamente el 58% sólo tiene estudios de pregrado, el 34% de especialización y sólo el 8% ha terminado estudios de maestría. Durante su formación inicial, el 80% de los docentes tomaron a lo más dos cursos de estadística, que representa menos del 5% del total de los cursos tomados en el pregrado. Esto muestra que en los programas de pregrado la formación en estadística para estos profesores ha sido muy limitada.

En general, independiente del nivel de formación de los docentes, la cantidad de docentes que participa con regularidad a eventos académicos es muy baja. Se puede decir, que sólo un 13% de los docentes asiste con frecuencia a algún tipo de evento de formación, capacitación o investigación, relacionados con educación matemática y apenas un 2% a eventos relacionados con educación estadística. En cuanto a la experiencia en la enseñanza de la estadística escolar, los profesores tienen un promedio de 12.5 años con una desviación de 8.5, lo que sugiere que hay profesores con muchos años de experiencia y también con muy poca experiencia. Por otra parte, se encontró que el 81% de los docentes lleva máximo 6 años trabajando algún curso relacionado con estadística, resultado que parece estar relacionado con el impulso que ha tenido la enseñanza de la estadística en los últimos años. Los cursos en donde más intervienen los profesores enseñando estadística son séptimos y sextos, cerca del 62% de los maestros se desempeñan en estos cursos, especialmente en los últimos cinco años. A medida que avanzan los grados (ver Tabla 1), los profesores participan menos en la enseñanza de estadística, es decir, pareciera que la participación en la enseñanza de la estadística

disminuye con el nivel de exigencia de conocimientos del profesor por parte de los cursos.

**Tabla 1.** Frecuencia de enseñanza de temas estocásticos de acuerdo al grado de escolaridad

Tema	Grados					
	6	7	8	9	10	11
Tablas de frecuencia	20	17	8	10	5	1
Representaciones gráficas	20	17	8	11	5	1
Diseño y/o aplicación de	10	5	2	2	2	0
Media aritmética	18	16	8	10	5	1
Mediana	18	13	8	9	5	1
Moda	18	14	8	9	4	1
Varianza y/o Desviación estándar	2	1	2	2	2	1
Rango de variación	6	9	5	5	4	1
Desviación media	2	1	2	2	2	1
Permutaciones	2	6	1	2	2	1
Combinaciones	3	6	2	2	2	1
Diagramas de árbol	5	6	0	2	2	0
Tablas de doble entrada	1	3	1	0	1	0
Experimentos aleatorios	3	4	1	0	1	1
Definición de probabilidad	7	4	3	4	3	0
Probabilidades de eventos	7	6	2	5	2	1
Distribuciones sencillas de	4	3	0	3	1	0
Distribución binomial	0	0	0	0	0	0
Distribución normal	0	1	0	0	0	0
Valor esperado	1	1	2	0	0	0
Correlación lineal	0	0	0	0	0	0
Regresión lineal simple	0	0	0	0	0	0

Tanto en los cursos de Estadística como en los cursos de Matemáticas donde se enseña Estadística, los temas que se enseñan con mayor frecuencia son los mismos: tablas de frecuencia, representaciones gráficas y medidas de tendencia central (ver Tabla 1). Los temas relacionados con encuestas y representaciones se enseñan más que todo en los grados 6 y 7, y a medida que se avanza en el bachillerato, estos temas se tratan con menos frecuencia. Lo mismo ocurre con las medidas de tendencia central y la introducción al concepto de probabilidad. Los conceptos relacionados con medidas de dispersión se enseñan aproximadamente con la misma intensidad de los grados 6 a 10; los conceptos de razonamiento combinatorio se tratan con mayor intensidad en grado 7; los temas relacionados con distribuciones de probabilidad, regresión y correlación prácticamente no se están trabajando; y en general, en los grados 6 y 7 es donde más se trabajan conceptos de estadística y probabilidad, mientras que en grado 11 prácticamente no se está enseñando.

Con respecto al uso de material de apoyo para la docencia en lo que se refiere a la educación estadística, en general se encontró que sólo el 12% de los docentes utilizan con bastante frecuencia juegos, calculadoras, hojas electrónicas, aplicaciones libres y software de estadística; el 88% de los docentes usan muy poco o no usan materiales para apoyar la enseñanza de la Estadística.

Los docentes expresan diversas razones que dificultan la enseñanza y consolidación de la estadística en sus instituciones. Entre estas razones se destaca la poca intensidad de horas que se destina para esta asignatura en las instituciones y el hecho de estar incluida en otras asignaturas. Otras razones que dan los docentes, con menor frecuencia que las anteriores, son la cantidad de estudiantes por curso, las pocas ayudas didácticas con que cuenta la institución y la poca formación en estadística de los mismos docentes.

#### RESULTADOS ACERCA DEL RAZONAMIENTO ESTADÍSTICO

Dado que el cuestionario sobre razonamiento estadístico contiene quince de los ítems considerados en el estudio de [Garfield \(2003\)](#) es posible realizar una comparación del desempeño de los profesores considerados en la muestra de este estudio con respecto a los que allí se presentan.

**Tabla 2.** Resultados comparativos respecto a habilidades correctas

Habilidades correctas de razonamiento	Ítems e Indicadores	Teachers Bogotá	Students Taiwan	Students Iowa
1. Interpretación correcta de probabilidades	9d-(2d), 10c-(3d)	63,4%	68,0%	67,5%
2. Cálculo correcto de probabilidades	11c-(8c), 19a-(13a), 20b-(18b)	47,63%	59,5%	61,0%
3. Comprensión de cómo seleccionar adecuadamente una media.	4d-(1d), 18c-(17c)	56,6%	45,0%	45,5%
4. Comprensión de la independencia aleatoria	13e-(9e), 14c-(10d), 14e-(10f),	57,9%	23,0%	22,0%
5. Distinción entre correlación y causalidad	3c -(16c)	29,9%	65,0%	65,5%
6. Interpretación de tablas de doble entrada	16a-(5d)	66,3%	78,5%	65,0%
7. Comprensión de la importancia de las muestras grandes	17b-(6b)	52,3%	76,0%	67,5%

Los resultados que se muestran en las Tablas 2 y 3 detallan, en el primer caso el desempeño respecto a habilidades correctas de razonamiento estadístico y en el segundo, los resultados en torno a la ocurrencia de concepciones erradas. Además en la segunda columna aparecen indicados los números de los ítems correspondientes a los cuestionarios utilizados, el primer número corresponde al número del cuestionario que se utilizó en este estudio<sup>20</sup> y el que aparece entre paréntesis corresponde al número del ítem utilizado en el cuestionario de [Garfield \(2003\)](#).

<sup>20</sup> La versión final del cuestionario que se aplicó a la muestra de profesores considerada en este estudio se puede encontrar en <http://www.enaes.org>

**Tabla 3.** Resultados comparativos respecto de las concepciones erradas

<b>Tipos de concepciones erradas</b>	<b>Ítems e Indicadores</b>	<b>Profesores de Bogotá</b>	<b>Profesores de Taiwán</b>	<b>Profesores de Iowa</b>
1. Concepciones erróneas que involucran las medidas de tendencia central.	18e-(17e), 4c-(1c), 18a-(17a)	19,4%	21.5%	29.5%
2. Orientación o aproximación al resultado.	9e-(2e), 10a-(3a), 10b-(3b), 19b-(13b)	24,6%	21.5%	22.5%
3. Las muestras buenas tienen que representar un porcentaje alto de la población.	12a-(7b), 12b-(7c), 3a-(16a), 3d-(16d)	15,4%	9%	9%
4. Concepción errada de la representatividad	13a-(9a), 13b-(9b), 13c-(9d), 14a-(10a)	11,2%	10.5%	17%
5. La correlación implica la causalidad	3b-(16b)	69,1%	10%	10%
6. Sesgo de la equiprobabilidad	19c-(13c), 20a-(18a)	48,8%	56%	56%
7. Sólo pueden compararse los grupos si éstos son del mismo tamaño	17a-(6a)	36%	39%	60%

En la Tabla 2 se observan dos resultados que llaman la atención al comparar la muestra de este estudio con las que reporta [Garfield \(2003\)](#). Por un lado, en sentido negativo, se destaca la diferencia en resultados en cuanto a la categoría “distinción entre correlación y causalidad” que presenta una diferencia desfavorable de aproximadamente 35%. Y por otro lado, pero en sentido positivo, se registra una diferencia favorable de aproximadamente 35% en los resultados relativos a la categoría “comprensión de la independencia aleatoria”. Para el resto de categorías las diferencias encontradas son en algunos casos favorables y en otros desfavorables pero no tan significativas.

Por otra parte, en la Tabla 3 aparece como resultado más notorio la diferencia desfavorable de casi 60% respecto a las muestras de Taiwán y Iowa en la idea de que “la correlación implica la causalidad”, hecho que además corrobora el resultado comentado antes. En cuanto a las demás categorías de errores las diferencias registradas no son tan significativas; incluso en algunos casos están a favor.

#### CONTEXTO ESCOLAR Y RAZONAMIENTO ESTADÍSTICO

En la Tabla 4 se presenta el resumen de los resultados obtenidos derivados de los análisis de contingencia basados en pruebas de Chi-cuadrado, realizados en torno a las hipótesis de las relaciones conjeturadas entre el contexto y el razonamiento estadístico.

En la tabla presentada se observa que la mayoría de las hipótesis no fueron verificadas si se analiza su significación estadística en términos de los p valores obtenidos. La única excepción fue la de la hipótesis H5 (con un p valor de 0,0011), que sugiere que el hecho

de que algunos profesores hayan tomado más cursos de estadística y probabilidad en su proceso de formación en el pregrado parece que tienen mejores resultados en el puntaje general de desempeño en la prueba de razonamiento estadístico.

**Tabla 4.** Resumen de resultados de los análisis de contingencia realizados en torno a las hipótesis de relaciones entre el contexto y el razonamiento estadístico

Hipótesis	P-Valor
H1: A mayor edad de los profesores se espera encontrar un desempeño menor en la prueba de razonamiento estadístico.	0,1461
H2: Los profesores con mayor nivel de formación dominan mejor las temáticas de Estadística y Probabilidad.	0,6740
H3: Los profesores con mayor experiencia en la docencia estadística tienen un mayor dominio de dichas temáticas.	0,2228
H4: Los docentes que han enseñado estadística y probabilidad en los seis grados del bachillerato en los últimos 5 años tienen un mejor manejo de las temáticas involucradas en la prueba de razonamiento.	0,2948
H5: Los docentes que tomaron más cursos de probabilidad y estadística en el pregrado tienen un mayor dominio en este campo.	0,0011*

## REFERENCIAS

- Andrade, L. Perry, P., Guacaneme, E. y Fernández, F. (2003). *Rutas pedagógicas en matemáticas: ¿azar o construcción?* Bogotá: una empresa docente.
- Allen, K. (2006). *The statistics concept inventory: development and analysis of a cognitive assessment instrument in statistics* (tesis doctoral). Oklahoma: Universidad de Oklahoma.
- Batanero, C., Godino, J. D., Green, D. R., Holmes, P. y Vallecillos, A. (1994). Errores y dificultades en la comprensión de los conceptos estadísticos elementales. *International Journal of Mathematics Education in Science and Technology*, 25(4), 527-547.
- Gal, L., y Garfield, J. B. (Eds.). (1997). *The Assessment Challenge in Statistics Education* Amsterdam IOS Press and the International Statistical Institute.
- Garfield, J. (2002). The Challenge of Developing Statistical Reasoning. *The American Statistical Reasoning Journal or Statistics Education*. 10(3).
- Garfield, J. (2003). Assessing Statistical Reasoning. *Statistics Research Journal*, 2 (1).
- Pajares, M.F. (1992). Teachers' Beliefs and educational Research: Clearing up a Messy Construct. *Review of Educational Research*, 62(3), 307-332.
- MEN, (1998) *Lineamientos curriculares. Matemáticas*. Bogotá: Ministerio de Educación Nacional.
- NCTM (2000). *Principles and Standards for School Mathematics*. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

- Ospina, D. (2001). *Introducción al Muestreo*, Bogotá: Universidad Nacional de Colombia, Facultad de Ciencias.
- Shaughnessy, J., Garfield, J., & Greer, B. (1996). Data handling. En A. Bishop, K. Clements, C. Keitel, J. Kilpatrick, & C. Laborde (Eds.), *International Handbook of Mathematics Education (Part 1)*, (pp. 205-237). Dordrecht, The Netherlands: Kluwer.
- Watson, J., y Moritz, J. (2000). Developing Concepts of Sampling. *Journal for Research in Mathematics Education*, 31 (1), 44-70.