

Proyecto “mete” (mathematics education traditions of europe¹): El foco matemático

Paul Andrews

Universidad de Cambridge

José Carrillo Yañez

Universidad de Huelva

Nuria Climent Rodríguez

Universidad de Huelva

Resumen

Este artículo presenta los resultados de un estudio sobre las tradiciones de enseñanza en cuatro países europeos: Bélgica (Flandes), Inglaterra, Hungría y España. Se trata de un estudio a pequeña escala en el que se emplean métodos cuantitativos y cualitativos, y que, en lugar de pretender obtener generalizaciones, está orientado a arrojar alguna luz que posibilite la mejora de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas. Establece comparaciones con los resultados de los test TIMSS y PISA y extrae alguna conclusión para la formación inicial de maestros y profesores de matemáticas. Extraemos de éste los resultados relativos a los datos cuantitativos y nos centramos en el foco matemático.

Abstract

This paper shows the results from a study on the teaching traditions in four European countries: Flemish Belgium, England, Hungary, and Spain. It is a small-scale study, which deals with the mathematical focus and that applies quantitative methods. Instead of being aimed at generalising, this study tries to contribute some insights in order to improve mathematics teaching and learning. It establishes some comparisons with the results from TIMSS and PISA tests, and arrives to some conclusion concerning initial mathematics primary and secondary teacher education.

Por lo general, la investigación comparativa adopta uno de los siguientes enfoques: gran escala – cuantitativo o pequeña escala – cualitativo (Kaiser, 1999). Los primeros suelen ser “decepcionantes en detalle” (Theisen y Adams, 1990; p. 278) y parecen poco más que “intentos de cuantificar lo incuantificable” (Jenkins, 2000, p. 137). Presentan problemas de comparación de datos, validez y fiabilidad, y tienen una dirección etnocéntrica en el manejo y la difusión del estudio (William, 1998; Prais, 2003). Los estudios cualitativos a pequeña escala se centran generalmente en la clase y su proceso es hermenéutico (Jenkins, 2000). A diferencia de los primeros, la riqueza de sus datos aporta luz (Kaiser, 1999). Tratan de informar de la influencia del contexto, aunque presentan problemas de fiabilidad y, en el peor de los casos, pueden conducir a “correlaciones no garantizadas” y “especulaciones infundadas” (Jenkins, 2000; p. 137).

¹ El proyecto “METE”, cuyo código es 2002-5048, está financiado por la Unión Europea, Acción 6.1 del programa Sócrates.

Chabbot y Elliott (2003) clasifican los procesos de la educación comparada en 3 tipologías. El tipo I se corresponde aproximadamente con el primero anteriormente descrito. El tipo II pretende informar políticas educativas y aplicar prácticas de unos países en otros. Reconocen el valor de los enfoques cuantitativo y cualitativo y son de menor escala que los del tipo I. Los estudios del tipo III intentan aumentar nuestra comprensión de los procesos educativos en su sentido más amplio y no tratan de influir en las políticas y prácticas de un país. Pueden ser cuantitativos o cualitativos, pero suelen permitir a los investigadores adquirir nuevas ideas a través de la observación sistemática de las prácticas de otros.

Situamos nuestro estudio en el tipo III, pues es un intento genuino de comprender mejor los modos en que la matemática se conceptualiza y presenta a los aprendices en 4 países, lo que no impide que puedan derivarse consecuencias sobre la formación de profesores. Se adopta una mezcla de métodos, cuantitativo y cualitativo, y asume que el conocimiento es una construcción social que necesita negociación entre los participantes. Sus objetivos se refieren a la mejora de la comprensión de la enseñanza de las matemáticas y no al intento de influir en ninguna política educativa.

El proyecto “METE” y sus métodos

El proyecto “METE” (Mathematics Education Traditions of Europe) aborda el estudio comparativo sobre la enseñanza de las matemáticas en Bélgica (Flandes), España, Finlandia, Hungría e Inglaterra durante 2003 y 2004 (en este artículo no incluimos los datos fineses por no haber concluido su análisis). Estos países representan adecuadamente la diversidad socioeconómica del continente y la diversidad de logros en el aprendizaje matemático según estudios internacionales recientes como TIMSS y PISA. Además, debido a que las culturas dominantes en todos estos países se ubican en la tradición judeo-cristiana, creemos que muchos problemas relacionados con la transferencia pedagógica (Hatano e Inagaki, 1998) se minimizan.

En lo que concierne a este artículo, donde nos centraremos en el estudio cuantitativo, se han extraído datos de grabaciones en vídeo de secuencias de 4 o 5 clases sobre cada uno de los siguientes contenidos matemáticos relevantes:

- porcentajes (5º, 6º EP)
- polígonos (5º, 6º EP)
- polígonos (1º, 2º ESO)
- ecuaciones lineales (1º, 2º ESO).

Esto supone la grabación de secuencias de enseñanza de cuatro profesores de cada país, uno por tópico. Estos profesores fueron elegidos por los investigadores de cada país como ejemplos, en su contexto, de buena práctica, entendiéndose por tal, entre otras cosas, que son profesores preocupados por el aprendizaje de sus alumnos, por su formación general, y que están bien considerados por sus compañeros.

Los cámaras intentaron captar las intervenciones de los profesores (que portaban un radio-micrófono), y lo escrito en la pizarra. Se usaron dos cámaras simultáneamente, lo que aportó otro micrófono ambiente y la posibilidad de registrar las intervenciones de los alumnos. Las grabaciones se mezclaron y se pasaron a formato CD y se subtitularon en inglés. Esto permitió realizar y posteriormente comparar el análisis efectuado por codificadores de diferentes países, pudiendo establecer niveles satisfactorios de fiabilidad. En todos los casos se obtuvo un valor superior a 0.79 para el coeficiente Kappa, lo que hizo posible confiar en el análisis efectuado por cada país del tópico asignado (cada país se encargó de elaborar el informe de un contenido matemático). Para conseguir este nivel de fiabilidad y para desarrollar unos instrumentos de análisis compartidos por todos se desarrolló un programa de observaciones en vivo de clases en cada país que duró un año. Durante una semana, investigadores de

todos los países del proyecto asistían a clases de uno de los países, visionaban la grabación y analizaban, compartían y discutían sus interpretaciones. Uno de los objetos de estudio es el foco matemático, que se refiere a los objetivos genéricos observables o a los logros de un episodio dado. Sobre él presentamos los resultados aquí.

Dispusimos de una tabla para registrar las observaciones, que permite constatar si un determinado foco ha sido observado (1) o si estamos convencidos de que no ha existido (0) en cada episodio. En caso de no estar seguros de su existencia o su ausencia, se deja en blanco la casilla correspondiente o se pone un guión. Entendemos por episodio un fragmento de la lección en el que la intención didáctica o relativa a la gestión del profesor es constante (por ejemplo, un período de trabajo en las mesas).

Resultados

Debe entenderse como resultado del estudio la propia categorización de los focos matemáticos, pues se ha ido desarrollando a lo largo del proyecto y responde a una comprensión compartida por los participantes desde sus respectivos marcos teóricos a la luz de las discusiones sobre las observaciones de aula (de acuerdo con los presupuestos de la teoría emergente de los datos, Strauss y Corbin, 1998), así como al deseo de considerar el conocimiento *de y sobre* matemáticas (Ball & McDiamird, 1990). El acuerdo que supone el establecimiento de dicha categorización añade, al valor intrínseco de integrar en una la perspectiva de educadores matemáticos de distintos países, el que surge de la discusión sobre actuaciones de aula concretas.

Describimos dicha categorización en la tabla 1.

Conceptual	El profesor enfatiza o promueve el desarrollo conceptual de sus alumnos
Derivado	El profesor enfatiza o promueve el proceso de desarrollo de nuevos entes matemáticos a partir del conocimiento existente
Estructural	El profesor enfatiza o promueve los lazos o conexiones entre entes matemáticos diferentes: conceptos, propiedades, etc.
Procedimental	El profesor enfatiza o promueve la adquisición de destrezas, procedimientos, técnicas o algoritmos
Eficacia	El profesor enfatiza o promueve la comprensión o adquisición por parte del alumno de procesos o técnicas que desarrollan flexibilidad, elegancia o comparación crítica del trabajo
Resolución de problemas	El profesor enfatiza o promueve la implicación de los alumnos en la solución de tareas no triviales o no rutinarias
Razonamiento	El profesor enfatiza o promueve el desarrollo y la articulación de justificaciones y argumentos por parte de los alumnos

Tabla 1: Foco matemático (categorías)

Para entender mejor los resultados sobre el foco matemático, presentamos la tabla 2, comparativa sobre número de episodios y duración de las lecciones. Las lecciones flamencas son las que más se asemejan a la media del proyecto, donde duran más las clases es en España, y las lecciones húngaras son las que poseen menos episodios y duran menos. Asimismo, en Inglaterra el número de episodios

es significativamente mayor que en el resto.

	Flandes		Inglaterra		Hungría		España		Proyecto	
	Media	SD	Media	SD	Media	SD	Media	SD	Media	SD
Episodios	5.6	1.7	<i>7.1</i>	2.2	4.3	0.8	5.2	1.6	5.5	1.8
Duración	50.1	6.8	53.1	5.7	<i>45.9</i>	2.3	58.2	10.1	52.0	8.3

Tabla 2: Media de episodios (y desviación típica) y duración de las lecciones por país. En cursiva aparecen los casos más dispares.

Pasamos a mostrar las medias de episodios en función del foco matemático (tabla 3).

	Flandes	Inglaterra	Hungría	España	Proyecto
Conceptual	3.9	<i>5.4</i>	2.9	3.6	3.9
Derivado	0.3	0.1	0.3	0.1	0.2
Estructural	0.7	<i>0.1</i>	<i>1.9</i>	0.6	0.9
Procedimental	3.0	3.7	2.4	3.3	3.0
Eficacia	0.6	0.7	<i>1.7</i>	0.7	0.9
Res. problemas	<i>0.4</i>	1.4	1.3	<i>1.8</i>	1.2
Razonamiento	1.8	2.1	2.1	1.1	1.8
Total	10.5	13.3	12.6	11.3	11.8

Tabla 3: Número medio de episodios por lección en que se observan los diferentes focos matemáticos.

En un episodio se puede registrar más de un foco. Todos los valores deben ser considerados teniendo en cuenta el número de episodios de las lecciones en cada país, como se verá en la tabla 4. En cursiva aparecen los casos más dispares.

De nuevo, a excepción del foco “Resolución de problemas”, Flandes ofrece el mayor parecido con la media del proyecto. España no se separa demasiado de dicha media, salvo en el foco mencionado por exceso, lo que en principio podríamos considerar un mayor énfasis de los profesores españoles elegidos como ejemplos de buena práctica en dicho foco; este hecho contrasta con la menor media en “Razonamiento”.

En cuanto a la media del proyecto, podemos afirmar que los profesores observados en el proyecto enfatizan lo conceptual y que en ellos predomina el foco conductual por encima del cognitivo en relación con los procedimientos matemáticos, la resolución de problemas y el razonamiento, que son privilegiados sobre las propiedades específicas de las matemáticas (eficacia, estructura y conocimiento derivado deductivamente). Podemos incluso afirmar que las destrezas procedimentales se consideran más importantes que el razonamiento lógico.

Discusión

Uno de los objetivos del proyecto fue examinar cómo profesores de diferentes sistemas educativos conceptualizan y enseñan matemáticas. Este análisis se basa en episodios que representan las oportunidades dadas a los estudiantes. Para facilitar la comparación presentamos la tabla 4, en la que se detallan los porcentajes de episodios.

	Flandes	Inglaterra	Hungría	España	Proyecto
Conceptual	70.4	79.5	65.7	67.9	71.1
Derivado	4.5	1.1	5.5	2.1	3.7
Estructural	16.8	0.5	42.9	13.5	18.8
Procedimental	56.0	52.4	58.1	62.5	57.4
Eficacia	10.8	11.1	39.0	11.8	18.0
Res. problemas	5.7	21.7	29.5	35.0	22.7
Razonamiento	32.8	31.5	47.2	27.6	34.6
Total	197.0	197.8	287.9	221.9	226.3

Tabla 4: Porcentaje medio de episodios por lección en que se observan los diferentes focos matemáticos (en cursiva, casos dispares).

La lección media de Flandes es la más parecida a la lección media del proyecto. Sólo difiere significativamente de las otras en relación con el menor número de episodios que dan oportunidades para hacer resolución de problemas. Parece que los profesores observados dan poca importancia a esta actividad.

La lección media inglesa posee bastantes más episodios con foco conceptual y menos con foco estructural que la media del proyecto. Si comparamos con el elevado número de episodios de la lección inglesa, podemos decir que los estudiantes ingleses del proyecto tuvieron muy escasas oportunidades de examinar las propiedades estructurales de las matemáticas.

Lo más destacable de la lección media húngara es la existencia de más episodios con énfasis en lo estructural y en la eficacia. Esto sugiere que los profesores húngaros dan más importancia a las propiedades estructurales de las matemáticas y la noción de elegancia matemática que sus colegas del proyecto.

Con relación a España, es destacable la importancia dada a la resolución de problemas, aunque presenta el porcentaje inferior en razonamiento.

Llegados a este punto conviene indicar que los análisis basados en el número de episodios y en los porcentajes son complementarios. Por ejemplo, podemos apreciar que en la tabla 4 no aparece en cursiva el porcentaje del foco conceptual de Hungría, mientras que estaba en cursiva en la tabla 3. Que no aparezca en la tabla 4 indica que la proporción de foco conceptual no difiere demasiado de la media del proyecto; sin embargo, la tabla 3 nos informa de que, en realidad, hay pocas oportunidades para los alumnos relacionadas con este foco (entiéndase pocas oportunidades en el sentido de pocas ocasiones diferentes, no en tiempo dedicado). Observando los totales de las tablas 3 y 4 vemos que la mayor cantidad es la húngara, a pesar de tener menos episodios; además, comparando sus datos con la media del proyecto, vemos que supera la media en todos los aspectos, salvo en el conceptual, donde se sitúa

cerca, siendo el único país en el que ocurre esto, lo que puede significar que las lecciones húngaras integran más aspectos que las de los demás países.

Se recuerda al lector que estos resultados provienen del análisis de 69 lecciones de 16 profesores en 4 países. Los datos se han interpretado con cautela, aunque, al mismo tiempo, debido a que los profesores participantes se consideraron representativos de una buena práctica en su contexto, algún tipo de reflexión sería posible. Se encontraron semejanzas en los objetivos de los profesores, que se relacionaban más con logros conductuales que cognitivos; asimismo, prácticamente no se vio evidencia de la matemática como conocimiento derivado. Las lecciones del proyecto estuvieron dominadas por el desarrollo conceptual y las destrezas procedimentales apoyadas por ciertas dosis de razonamiento. En resumen, parece que los profesores del proyecto poseen puntos de vista similares respecto a los objetivos clave de la enseñanza de las matemáticas. ¿Qué se entiende, pues, por buena práctica en cada país? Por ejemplo, la escasez de énfasis derivado, estructural, de eficacia y razonamiento en los profesores españoles nos lleva a preguntarnos si en nuestro país, en la formación de profesores, no se tienen en cuenta suficientemente estos aspectos. Esto puede ser una falta de atención de los propios formadores, no sólo de profesores. El resto de focos puede hacernos pensar sobre algunas diferencias entre tradiciones. Las lecciones húngaras enfatizaron la estructura matemática y la eficacia, como ya identificó Andrews (2003). Las lecciones flamencas y españolas mostraron menor y mayor énfasis, respectivamente, en resolución de problemas. Las lecciones inglesas no mostraron apenas énfasis en la estructura matemática. Algunas de estas diferencias aluden a modelos de enseñanza propios de cada país y reflejan asunciones que suelen estar arraigadas y no articuladas sobre los procesos educativos (Schmidt et al., 1996; Stigler et al., 2000). Es en este sentido que este estudio, en la línea de lo que explicábamos en la introducción del artículo, intenta aportar datos para la reflexión a los interesados en la enseñanza de la matemática en cada país.

Finalmente, de los 4 países del proyecto, Flandes ha sido el que ha obtenido mayor éxito en todos los últimos tests sobre el logro matemático. Los 3 tests TIMSS examinaron competencias técnicas de los estudiantes, mientras que los 2 PISA evaluaron aspectos relativos a la aplicación de las matemáticas. Hungría obtuvo buenos resultados en los TIMSS, e Inglaterra obtuvo un buen resultado en el primer PISA, mientras que España obtuvo siempre malos resultados. Junto a esto, conviene recordar que las lecciones de Flandes son las más parecidas a la media del proyecto. O sea, con la excepción de resolución de problemas, las lecciones flamencas fueron las más equilibradas en relación con las oportunidades que se dan a los estudiantes. Por consiguiente, desde nuestro punto de vista, un modo de mejorar la educación matemática en España sería proporcionar a los estudiantes experiencias que se asemejen más a las identificadas en la lección media del proyecto. En particular, esto implicaría un trabajo más extenso en los aspectos estructurales de las matemáticas (conexiones dentro y entre tópicos) y en los procesos de razonamiento. Tal cambio exigiría de los profesores un mayor conocimiento de la matemática escolar y de los procesos de adquisición de conocimiento matemático por los alumnos. De nuevo, por tanto, estamos ante unos datos y unos resultados que ponen de relieve la necesidad de profesionalizar a los profesores desde el trabajo realizado en el área de Didáctica de la Matemática.

Referencias

- Andrews, P. (2003). Opportunities to learn in the Budapest mathematics classroom, *International Journal of Science and Mathematics Education*, 1 (2), 201-225.
- Ball, D.L. & McDiamird, G. (1990). The subject matter preparation of teachers. En W.R. Houston (ed) *Handbook of Research on Teacher Education*. New York: Macmillan.
- Chabbott, C. & Elliott, E.J. (eds) (2003). Understanding others, educating ourselves: getting more from international comparative studies in education. Committee on a Framework and Long-term Research Agenda for International Comparative Education Studies. National Research

- Council. Washington, DC: The National Academic Press.
- Hatano, G. & Inagaki, K. (1998). Cultural Contexts of Schooling Revisited: A Review of The Learning Gap from a Cultural Psychology Perspective. En S. Paris & H. Wellman (eds) *Global Prospects for Education: Development, Culture and Schooling*. Washington, D.C.: American Psychological Association.
- Jenkins, E.W. (2000). Learning from TIMSS? *Education in Chemistry*, 37, 4, 105-6.
- Kaiser, G. (1999). Comparative studies on teaching mathematics in England and Germany. En G. Kaiser, E. Luna and I. Huntley (eds.) *International comparisons in mathematics education*. Londres: Falmer.
- Prais, S.J. (2003). Cautions on OECD S Recent Educational Survey (PISA). Oxford Review of Education, 29(2). <http://www.pisa.oecd.org/Docs/Download/prais.pdf>
- Schmidt, W., Jorde, D., Cogan, L., Barrier, E., Gonzalo, I., Moser, U., Shimizu, K., Sawada, T., Valverde, G., McKnight, C., Prawat, R., Wiley, D., Raizen, S., Britton, E. and Wolfe, R. (1996). *Characterizing pedagogical flow*. Dordrecht: Kluwer.
- Stigler, J., Gallimore, R., & Hiebert, J. (2000). Using video surveys to compare classrooms and teaching across cultures. *Educational Psychologist*, 35(2), 87-100.
- Strauss, A. & Corbin, J. (1998). *Basics of qualitative research: Techniques and procedures for developing grounded theory*. Thousand Oakes, CA: SAGE.
- Theisen, G., & Adams, D. (1990). Comparative Education Research: What are the Methods and Uses of Comparative Education Research. En R. M. Thomas (ed) *International Comparative Education: Practices, Issues, and Prospects* (pp.277-300). New York: Butterworth-Heineman.
- William, D. (1998). Making international comparisons: the third international mathematics and science study, *British Journal of Curriculum and Assessment*, 8(3), 33-37.