



Begoña ARENSAZ VILLALBA

DIVERSIDAD CULTURAL EN LAS AULAS

AUTORA: Begoña Arenaz Villalba

ILUSTRACIÓN PORTADA Y CONTRAPORTADA: Serafina Balasch Puig

DISEÑO Y MAQUETACIÓN: Loher Publicidad

ISBN: 84-688-9027-8

DEPÓSITO LEGAL: HU-386/04

EDITA: C.A.R.E.I (Centro Aragonés de Recursos para la Educación Intercultural).

Gobierno de Aragón. Departamento de Educación, Cultura y Deporte.

OBJETIVO GENERAL

- Que el alumno sea capaz de utilizar los números naturales para resolver problemas.

OBJETIVOS ESPECIFICOS

1. HECHOS Y CONCEPTOS MATEMATICOS

- Conocer el origen de los sistemas de numeración.
- Conocer diferentes sistemas de numeración.
- Encontrar las diferencias entre los distintos sistemas de numeración.
- Separar un número por sus unidades, decenas, centenas, millares, decenas de millar...
- Conocer las propiedades de la suma y la multiplicación.
- Leer y comprender textos referidos a problemas matemáticos.
- Resolución de problemas matemáticos.

2. PROCEDIMENTALES

- Realizar operaciones sencillas en los diferentes sistemas de numeración.
- Aplicar las propiedades de la suma.
- Relacionar la descomposición de un número con la utilización del ábaco.
- Usar correctamente al ábaco.
- Reconocer los datos importantes para resolver un problema.

3. ACTITUDINALES

- Respetar a los compañeros.
- Trabajar en grupo.
- Interés por conocer diferentes formas de numeración y herramientas matemáticas.

4. INTERCULTURALES

- Usar herramientas utilizadas actualmente en otros países.
- Conocer de dónde viene nuestro sistema de numeración.
- Descubrir que existen otros sistemas de numeración distintos del que nosotros empleamos.

5. INTERDISCIPLINARES: TECNOLOGIA

Fabricación de un ábaco.



CONTENIDOS: LOS NÚMEROS NATURALES

PRIMERA PARTE

1. El conjunto de los números naturales
2. La suma de números naturales. Sus propiedades: conmutativa y asociativa

Sistemas numéricos



- INTRODUCCIÓN A LOS SISTEMAS NUMÉRICOS. HISTORIA

Durante mucho tiempo y aun actualmente, la historia de las matemáticas ha ido ligada a las necesidades de los pueblos. Uno de los mayores problemas para las primeras culturas fue el contar y establecer un sistema para ello.

El inventar un sistema de numeración no fue una tarea fácil. Al retirarse los glaciares hace unos 10 000 años, los cazadores nómadas de la edad de Piedra se reunieron paulatinamente en los Valles del Nilo, Tigris y Éufrates y se dedicaron a la agricultura. Inmediatamente el campesino tuvo que afrontar varios problemas como el de contar los días y las estaciones, el de saber cuándo tenía que plantar y qué cantidad de semillas tenía que guardar, el de pagar tributos, ... Todo esto hizo que fuera preciso darle nombre a los números.

Los sistemas de recuento más primitivos se basaban en el 5, el 10 o el 20, y una de las cuestiones sobre la que es unánime el acuerdo en antropología cultural (y en ello coinciden con Aristóteles) es que este hecho tiene mucho que ver con los cinco dedos que el animal humano tiene en cada mano, o los 10 dedos de ambas, o los 20 si se toman manos y pies. Pero ha habido muchas excepciones. Ciertas culturas aborígenes de Africa, Australia y América del Sur emplearon un sistema binario. Unas cuantas desarrollaron un sistema ternario; se dice que una tribu brasileña contaba con las tres articulaciones de las falanges de los dedos. El sistema cuaternario, es decir, de base cuatro, es todavía más excepcional, y ha estado confinado principalmente a unas pocas tribus sudamericanas y a los indios Yuki de California, quienes contaban con los huecos de separación de los dedos.

- CULTURAS QUE TENÍAN SISTEMA DE NUMERACIÓN: SUMERIOS, BABILONIOS, GRIEGOS, CHINOS.

Los primeros sistemas de numeración aparecen en el seno de los pueblos, al intentar resolver los problemas que presentaba la vida diaria.

- **Los sumerios.** En Asia, en la región de Mesomia, entre los ríos Tigris y Éufrates, quienes hace mas de 5000 años ya sabían escribir, leer y tenían un sistema de numeración.
 - **Los babilonios.** Aprendieron de los anteriores. La escritura la plasmaban sobre ladrillos de arcilla, al igual que los sumerios, con caracteres cuneiformes, es decir, con forma de cuña. El numero mas alto que apareció era el 195.955.500.000.000.
 - **Los griegos.** Tuvieron su propio sistema de numeración, utilizando generalmente las diez primeras letras de su alfabeto para representar los diez primeros números. Para números mayores utilizaban otras letras.
- Los chinos es uno de los pueblos que poseyó uno de los sistemas de numeración más antiguos.

- **LOS SISTEMAS NUMÉRICOS: EGIPCIO JEROGLÍFICO, GRIEGO, CHINO, BABILONIO, MAYA, ROMANO, HINDÚ.**

• **El Sistema de Numeración Babilonio**

Entre la muchas civilizaciones que florecieron en la antigua Mesopotamia se desarrollaron distintos sistemas de numeración. Antes de la era cristiana, se inventó un sistema de base 10, aditivo hasta el 60 y posicional para números superiores.

Para la unidad se usaba la marca vertical que se hacía con el punzón en forma de cuña. Se ponían tantos como fuera preciso hasta llegar a 10, que tenía su propio signo.

De este se usaban los que fuera necesario completando con las unidades hasta llegar a 60.

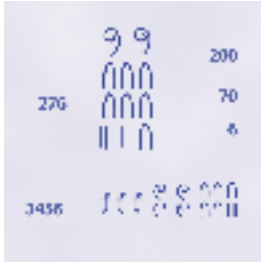
A partir de ahí se usaba un sistema posicional en el que los grupos de signos iban representando sucesivamente el número de unidades, 60, 60x60, 60x60x60 y así sucesivamente como en los ejemplos que se acompañan.

• **El Sistema de Numeración Egipcio**

Los egipcios tuvieron un sistema de numeración antes del año 3000 antes de J.C.. este pueblo tuvo ciudades prósperas y sus conocimientos matemáticos fueron debidos a las continuas inundaciones que sufrían. Los sistemas de numeración eran necesarios para los comerciantes y el gobierno, para hacer sus anotaciones y cálculos.

Desde el tercer milenio a.c. usaron un sistema describir los números en base diez utilizando los jeroglíficos de la figura para representar los distintos ordenes de unidades.





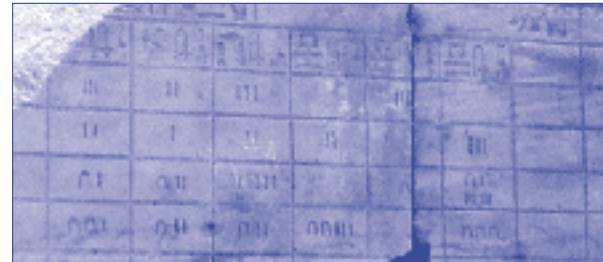
Desde el tercer milenio a.c. usaron un sistema describir los números en base diez utilizando los jeroglíficos de la figura para representar los distintos ordenes de unidades.

Se usaban tantos de cada uno cómo fuera necesario y se podían escribir indistintamente de izquierda a derecha, al revés o de arriba abajo, cambiando la orientación de las figuras según el caso.

Al ser indiferente el orden, se escribían a veces según criterios estéticos, y solían ir acompañados de los jeroglíficos correspondientes al tipo de objeto (animales, prisioneros, vasijas etc.) cuyo número indicaban. En la figura aparece el 276 tal y como se muestra en una estela en Karnak.

Estos signos fueron utilizados hasta la incorporación de Egipto al imperio romano. Pero su uso quedó reservado a las inscripciones monumentales. En el uso diario fue sustituido por la escritura hierática y demótica, formas más simples que permitían mayor rapidez y comodidad a los escribas

En estos sistemas de escritura los grupos de signos adquirieron una forma propia, y así se introdujeron símbolos particulares para 20, 30....90....200, 300.....900, 2000, 3000..... con lo que disminuye el número de signos necesarios para escribir una cifra.



• El Sistema de Numeración Chino

La forma clásica de escritura de los números en China se empezó a usar desde el 1500 a.C. aproximadamente. Es un sistema decimal estricto que usa las unidades y los distintas potencias de 10. Utiliza los ideogramas de la figura y usa la combinación de los números hasta el diez con la decena, centena, millar y decena de millar para, según el principio multiplicativo, representar 50, 700 ó 3000. El orden de escritura se hace fundamental, ya que 5 10 7 igual podría representar 57 que 75.

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|----|---|--------|---|
| 1 | 一 | 5 | 五 | 8 | 八 | 100 | 百 |
| 2 | 二 | 6 | 六 | 9 | 九 | 1,000 | 千 |
| 3 | 三 | 7 | 七 | 10 | 十 | 10,000 | 萬 |
| 4 | 四 | | | | | | |

Tradicionalmente se ha escrito de arriba abajo aunque también se hace de izquierda a derecha como en el ejemplo de la figura. No es necesario un símbolo para el cero siempre y cuando se pongan todos los ideogramas, pero incluso así a veces se suprimían los correspondientes a las potencias de 10.

Aparte de esta forma que podríamos llamar canónica se usaron otras. Para los documentos importantes se usaba una grafía más complicada con objeto de evitar falsificaciones y errores. En los sellos se escribía de forma más estilizada y lineal y se usaban hasta dos grafías diferentes en usos domésticos y comerciales, además de las variantes regionales. Los eruditos chinos por su parte desarrollaron un sistema posicional muy parecido al actual que desde que incorporó el cero por influencia india en s. VIII en nada se diferencia de este.



• El Sistema de Numeración Griego

El primer sistema de numeración griego se desarrolló hacia el 600 a.C. Era un sistema de base decimal que usaba los símbolos de la figura siguiente para representar esas cantidades. Se utilizaban tantas de ellas como fuera necesario según el principio de las numeraciones aditivas.

Para representar la unidad y los números hasta el 4 se usaban trazos verticales. Para el 5, 10 y 100, las letras correspondientes a la inicial de la palabra cinco (pen-te), diez (deka) y mil (khiloi). Por este motivo se llama a este sistema acrofónico.

Los símbolos de 50, 500 y 5000 se obtienen añadiendo el signo de 10, 100 y 1000 al de 5, usando un principio multiplicativo. Progresivamente este sistema ático fue reemplazado por el jónico, que empleaba las 24 letras del alfabeto griego junto con algunos otros símbolos según la tabla siguiente.



De esta forma los números parecen palabras, ya que están compuestos por letras y, a su vez, las palabras tienen un valor numérico; basta sumar las cifras que corresponden a las letras que las componen. Esta circunstancia hizo aparecer una nueva suerte de disciplina mágica que estudiaba la relación entre los números y las palabras. En algunas sociedades como la judía y la árabe, que utilizaban un sistema similar, el estudio de esta relación ha tenido una gran importancia y ha constituido una disciplina aparte: la kábala, que persigue fines místicos y adivinatorios.

• El Sistema de Numeración Maya

Los mayas idearon un sistema de base 20 con el 5 como base auxiliar. La unidad se representaba por un punto. Dos, tres, y cuatro puntos servían para 2, 3 y 4. El 5 era una raya horizontal, a la que se añadían los puntos necesarios para representar 6, 7, 8 y 9. Para el 10 se usaban dos rayas, y de la misma forma se continúa hasta el 20, con cuatro rayas.

Hasta aquí parece ser un sistema de base 5 aditivo, pero en realidad, considerados cada uno un solo signo, estos símbolos constituyen las cifras de un sistema de base 20, en el que hay que multiplicar el valor de cada cifra por 1, 20, 20×20 , $20 \times 20 \times 20$... según el lugar que ocupe, y sumar el resultado. Es por tanto un sistema posicional que se escribe a arriba abajo, empezando por el orden de magnitud mayor.

Al tener cada cifra un valor relativo según el lugar que ocupa, la presencia de un signo para el cero, con el que indicar la ausencia de unidades de algún orden, se hace imprescindible y los mayas lo usaron, aunque no parece haberles interesado el concepto de cantidad nula. Como los babilonios, lo usaron simplemente para indicar la ausencia de otro número.

Pero los científicos mayas eran a la vez sacerdotes ocupados en la observación astronómica y para expresar los números correspondientes a las fechas usaron unas unidades de tercer orden irregulares para la base 20. Así la cifra que ocupaba el tercer lugar desde abajo se multiplicaba por $20 \times 18 = 360$ para completar una cifra muy próxima a la duración de un año.

El año lo consideraban dividido en 18 uinal que constaba cada uno de 20 días. Se añadían algunos festivos (uayeb) y de esta forma se conseguía que durara justo lo que una de las unidades de tercer orden del sistema numérico. Además de éste calendario solar, usaron otro de carácter religioso en el que el año se divide en 20 ciclos de 13 días.

Al romperse la unidad del sistema, éste se considera poco práctico para el cálculo y aunque los conocimientos astronómicos y de otro tipo fueron notables, los mayas no desarrollaron una matemática más allá del calendario..



• El Sistema de Numeración de los hindúes

Ya los matemáticos indios conocían el uso del sistema de numeración babilónico por posición. Los hindúes adaptaron la numeración decimal, y crearon así el sistema decimal de posición, el cual conocemos en nuestros días.

Además de las aportaciones individuales de varios matemáticos indios, se deben a la matemática hindú dos contribuciones colectivas de gran trascendencia: la consideración del simbolismo algebraico y el sistema de numeración posicional de base 10.

Usaban ya los números positivos y negativos (créditos y débitos), así como el cero como símbolo operatorio. Aunque al simbolismo de los números que utilizamos en la actualidad se les conoce como cifras arábigas, los árabes han sido meros transmisores, no creadores, ya que en la India se utilizaba este sistema anteriormente, si bien con una simbología diferente. Sin embargo, no se sabe con certeza cómo nacieron estas cifras y hay varias leyendas al respecto.

• El Sistema de Numeración romano

Este sistema de numeración prácticamente sólo se emplea en la actualidad para representar los años.

· *Este sistema utiliza siete símbolos para representar los números:*

I = 1 **X = 10** **C = 100** **M = 1.000**

sólo pueden ser repetidos consecutivamente hasta tres veces.

V = 5 **L = 50** **D = 500**

estos no se repiten.

· *En este sistema tiene importancia el orden de los símbolos, es decir, para representar un número se debe tomar en cuenta la posición donde se escribe determinado número.*

Principio aditivo: un símbolo escrito a la derecha de otro de igual o mayor valor le suma a este su valor.

VI = 6 **LX = 60**

Principio sustractivo: un símbolo ubicado a la izquierda de otro de mayor valor le resta a este su valor.

IV = 4 **XC = 90**

Principio multiplicativo: una rayita horizontal, escrita sobre un número lo multiplica por mil.

$\overline{\text{X}} = 10 \cdot 1.000 = 10.000$

· *Sus agrupamientos se hacen de 10 en 10.*

· *Los romanos no tienen un símbolo para representar el cero.*



Actividades

A I

SISTEMAS NUMÉRICOS

1.- Inventa tu sistema de numeración

Dinámica: por parejas

Desarrollo: Supón que vives en los tiempos primitivos y no conoces los números, ¿cómo sabrías que las ovejas que sacas a pacer son las mismas que las que traes? Inventa tú una manera de contar.

Y si tuvieses que representar una cantidad muy grande, ¿qué dificultades encontrarías? Trata de inventar otro sistema que te facilite esta tarea.

2.- Ejercicios

Dinámica: individualmente

Desarrollo: Inventa un sistema de numeración parecido al griego, con nuestro alfabeto, como el ejemplo que sigue:

A B C D E F G H I J T S V

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 80 300 800

Con el sistema de numeración que has inventado, intenta escribir las siguientes cifras: **4528, 521, 140**

3.- Dinámica de grupo “No digas el número ...”

Material: una hoja por grupo de los problemas propuestos

Dinámica: en grupos de 4 personas o 5 como máximo



Desarrollo: En cada grupo habrá un observador, dos o tres personas que escribirán y otra que dictará.

Se les da a cada grupo una hoja con problemas cuya resolución sea de dificultad media o baja. Con la participación de todo el grupo han de resolver los problemas. (se puede plantear como una competición entre los diferentes grupos, o poner un tiempo límite, para introducir algún tipo de presión).

Tendrán que seguir las normas siguientes:

1) Las personas designadas a escribir (pueden escribir un problema cada una), no podrán escribir nada que no les diga el compañero que dicta. No podrán hablar. Y no sabrán cuales son las reglas de los que dictan.

2) El observador tiene que asegurar que las normas se cumplen, y anotar el comportamiento de los demás y las dificultades que tienen para realizar el ejercicio.

3) Las personas elegidas para dictar no pueden decir cualquier numero, sino que tendrán en cada grupo una regla:

- Sólo pueden decir los números hasta el 5.
- Sólo pueden decir los números hasta el 10.
- Sólo pueden decir los números pares.
- Sólo pueden decir los números impares.

- ...

Los problemas pueden ser del tipo:

- *Si en mi instituto hay 25 personas de Senegal, el doble de Marruecos, la tercera parte de chinos que de Senegal. Y el triple de españoles que de marroquíes. (Intentar que los datos sean lo mas cercano posible a la realidad). ¿Cuántos alumnos somos?*

- *En la tienda de al lado de mi casa tienen 5 tipos diferentes de cosas: macarrones, loto, cuscús, mangos y lentejas naranjas. Todo se mide por kilos. Hay la misma cantidad de lentejas que de macarrones, la mitad de esto que de mangos y loto. Y de cuscús hay 5 kilos, el triple que de loto. ¿Cuánto hay de cada cosa?*

-

Al terminar la actividad cada grupo podrá exponer cuales han sido sus impresiones. Atendiendo a: ¿os ha gustado el juego?; ¿ha sido fácil seguir las reglas?; ¿en que el no poder utilizar todos los números ha influido en el desarrollo de la actividad?; ¿en que grupo ha sido mas fácil y en cual mas difícil?; ¿nos han tratado bien los compañeros de nuestro grupo? ¿nos hemos dado cuenta de que solo es una manera diferente de contar? ...

4.- Ejercicios sobre los sistemas de numeración maya, romano y egipcio

Material: una hoja por grupo de los ejercicios siguientes

Dinámica: por grupos de tres

Desarrollo: Escribir las siguientes cantidades en los sistemas de numeración maya, romano y egipcio: 13,19,25,36,46,136,1427,2845

¿Conoces algún uso que se dé actualmente a los números romanos?

Pasar al sistema arábigo los siguientes números: **XLVI, MMDCCCXLV,**



eeeeIIIIIIII
eeeeIIIIIIII Realiza las siguientes operaciones:

$$\begin{array}{r}
 \text{XLVI} \\
 + \text{XXV} \\
 \hline
 \end{array}
 ,
 \begin{array}{r}
 \text{II III} \\
 \text{II III} \\
 \text{III} \\
 + \text{II II} \\
 \hline
 \end{array}
 ,
 \begin{array}{r}
 \square \\
 \square \\
 \hline
 \end{array}
 +
 \begin{array}{r}
 \square \\
 \square \\
 \hline
 \end{array}
 =
 \begin{array}{r}
 \square \\
 \square \\
 \hline
 \end{array}$$

¿Qué diferencias encuentras entre los sistemas de numeración maya y romano? ¿cuál te parece mas sencillo? ¿cuál mas útil?
¿Por qué crees que se ha adoptado mayoritariamente el sistema de numeración decimal y no otro cualquiera?

4.- Situación geográfica

Material: mapamundi de Peter; pinturas de colores.

Dinámica: individualmente

Desarrollo: Dibuja sobre el mapamundi las zonas donde vivieron los pueblos mencionados en el tema: sumerios, babilonios, egipcios, griegos, romanos, chinos, mayas, indios y árabes. Ponle a cada uno un color diferente.

5.- Dinámica de grupo

Material: el mapamundi hecho en la actividad anterior; una enciclopedia o material informativo sobre varios países.

Dinámica: en grupos de unas 4 personas.

Desarrollo: Hay que seleccionar los países que estén en las zonas señaladas en el ejercicio anterior.

Se reparte al azar entre los grupos participantes, los nombres de los países. En un periodo de tiempo deben averiguar la ubicación de los países y algunos datos sobre ellos.

Una vez finalizado el tiempo cada grupo colocará el nombre del país en su sitio correspondiente en el mapa, y contará los datos que han seleccionado.

¿Sabíamos ya algo de esos países? ¿Y de su relación con las matemáticas? ¿conocemos a alguien que venga de allí? ...

SEGUNDA PARTE

3. La multiplicación de números naturales. Propiedades: conmutativa, asociativa y distributiva.

4. Descomposición de un número natural: unidades, decenas, centenas...

Nuestro sistema de numeración

- NUESTRO SISTEMA NUMÉRICO “ÁRABE”; DE DÓNDE VIENE,...

La historia de las matemáticas en Los pueblos árabes comienza a partir del siglo VIII.

El imperio musulmán fue el primero en comenzar este desarrollo, intentando traducir todos los textos Griegos al árabe. Por lo que se crean gran cantidad de escuelas de gran importancia, en donde se traducen libros como el Brahmagupta, en donde se explicaba de forma detallada el sistema de numeración hindú, sistema que luego fue conocido como “el de Al-Khowarizmi”, que por deformaciones lingüísticas terminó como “algoritmo”.

La introducción y la generalización del uso del sistema de numeración indoarábigo necesitaron siglos. Los algebristas árabes (entre los que destacó Al-Khuwarizmi, en el siglo IX, de cuyo nombre deriva la palabra algoritmo, y de cuyo libro, escrito en árabe, Hisrab al-abarwa-al-mugabala, se cree que deriva la palabra álgebra) lo fueron utilizando poco a poco y, a partir de ellos y del gran centro cultural de Córdoba, con Abderramán III, en el siglo X, se fue extendiendo por el sur de Europa.

- SISTEMA DE NUMERACIÓN DECIMAL Y POSICIONAL

El sistema actual de numeración es un sistema posicional eso quiere decir que el valor de cada número depende de la posición que ocupa. No siempre ha sido así. El sistema de numeración de los romanos no era posicional.

El numero $6324 = 6 \cdot 1000 + 3 \cdot 100 + 2 \cdot 10 + 4$, o dicho de otra forma: 4 unidades, 2 decenas, 3 centenas y 6 unidades de millar.

Establecido que el sistema de numeración es posicional, tenemos que decidir la base de numeración que vamos a utilizar. La base de numeración quiere decir cuantos dígitos diferentes vamos a utilizar. En el sistema de numeración que utilizamos habitualmente utilizamos 10 dígitos diferentes (0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 y 9) y por eso se dice que es un sistema decimal o base 10.

Ventajas sobre otros sistemas de numeración

Las ventajas residen claramente en ese carácter posicional. Para realizar operaciones es mucho más sencillo.

El ábaco

ORIGEN

El dispositivo de cálculo más antiguo que se conoce es el ábaco. Aparecido hacia el 500 AC en Oriente Próximo, servía para agilizar las operaciones aritméticas básicas, y se extendió a China y Japón, siendo descubierto mucho más tarde por Europa. Puede realizar operaciones matemáticas de suma, resta, multiplicación y división. Tenía un amplio uso en Asia y Europa oriental: *stchoty* (ruso), *suán pan* (chino) y *soroban* (japonés).

Donde los hindúes mejoraron el sistema griego y el hebreo fue en el uso de las mismas nueve cifras para las decenas, centenas, millares y, en verdad, para cualquier barrote o alambre del ábaco. De esas nueve cifras derivaron los hindúes todos los números; todo lo que se necesitó fue dar a las cifras su valor de posición. La gran innovación hindú fue la invención de un símbolo especial para una hilera intacta del ábaco. A este símbolo los árabes lo llamaron “sifr” que significa “vacío”. Esta palabra ha llegado hasta nosotros como una “cifra” o, en forma más corrompida como “cero”.

¿QUÉ ES? ¿PARA QUÉ SIRVE?

Es una herramienta de cálculo con la que se pueden realizar las operaciones de sumar, restar, multiplicar y dividir.

El ábaco sirve para efectuar operaciones aritméticas tal y como se hace en el papel (Fig. 1)

Veamos ahora las operaciones que se pueden hacer en el ábaco.



Figura 1. Ábaco al estilo ruso.

CÓMO SE UTILIZA

El ábaco está compuesto por unos alambres y unas bolitas insertadas en ellos. Como se muestra en la figura 1. Cada alambre corresponde a cada una de las cifras de un número. Es decir, uno será las unidades, el siguiente las decenas, las centenas, las unidades de millar, etc. Así el número 365 se representará separando 5 bolita del primer alambre, 6 del segundo y tres del tercero.

Si a este número queremos sumar 4 no habrá más que aumentar 4 bolitas del primer alambre. Si queremos sumar 12 se añadirá 2 del primero y 1 del segundo. Si el número que queremos sumar fuera el 6, se tendrá que separar 6, pero como ya no tendremos suficientes, se contará hasta 5, bajaremos todas otra vez, y subiremos la que nos falta hasta el 6. Al llenar uno de los alambres deberemos aumentar una bolita del siguiente. Así pues nos quedará una bola en el primero, y 7 en el segundo.

Multiplicar ese número por 10 será tan sencillo como pasar todas las bolitas al alambre siguiente al suyo. Es decir, en el primero no quedará ninguna, en el segundo 5, en el tercero 6 y en el cuarto 3.

Naturalmente, las operaciones sencillas se efectúan más velozmente en el ábaco, que como aquí son descritas. Están basadas en los siguientes cálculos. En vez de multiplicar por 7, multiplíquese el multiplicando por 10 y luego réstese el mismo tres veces. La multiplicación por 8 da el mismo resultado que, restar el doble del multiplicando al producto de la multiplicación por diez. Para multiplicar por 9, multiplíquese por diez y réstese el multiplicando. Para multiplicar por 10, basta elevar todo el número un renglón.

EN QUE PAÍSES SE USA ACTUALMENTE

En el siglo XV, en China y Japón ya se empleaba, para las cuatro operaciones aritméticas, un ábaco de siete bolitas en cada alambre (llamado en China “suang-pang”, y en Japón “Soroban”) (ver la fig. 20). Estos aparatos de calcular se han conservado hasta nuestros días y su empleo es muy popular.

Hoy en día, en Asia, todavía se usa en las tiendas para realizar las cuentas. Y en los colegios, dónde se utiliza para enseñar a los niños matemáticas básicas y especialmente la multiplicación; el ábaco es un excelente sustituto para la rutina de la memorización de las tablas de multiplicar. También es una excelente herramienta para enseñar bases de otros sistemas numéricos ya que se puede adaptar fácilmente a cualquier base.

He aquí por ejemplo, la opinión de un científico japonés: “A pesar de su antigüedad, el soroban supera a todos los aparatos de cálculo modernos, gracias a su facilidad de manejo, a lo simple del dispositivo y a su bajo costo”.

• El Ábaco Ruso

“Hay algunos objetos útiles que no valoramos lo suficiente debido a su constante manejo, lo que los ha convertido en objetos demasiado comunes de uso doméstico. Al grupo de tales objetos insuficientemente estimados pertenece nuestro ábaco: aparato de cálculo popular ruso que representa en sí, una modificación del famoso “ábaco” o “tablero de cálculo”, de nuestros remotos antecesores.

Mientras tanto, Occidente casi no sabe acerca de los ábacos, y únicamente en las escuelas superiores existen enormes ábacos: Un medio práctico escolar en la enseñanza de la numeración.

Tenemos razón al enorgullecernos de nuestro ábaco de calcular, puesto que gracias a su dispositivo sorprendentemente sencillo, y con base en los resultados que pueden lograrse en ellos, pueden competir, en ciertos aspectos, inclusive con máquinas calculadoras. En unas manos hábiles, este sencillo aparato hace con facilidad, verdaderas maravillas”.

Actividades

NUESTRO SISTEMA DE NUMERACIÓN

1.- Operar de otra forma

Material:

Dinámica: dividir la clase en 4 grupos.

Desarrollo: Todos los grupos realizarán una misma suma, pero cada uno de ellos lo hará en un sistema numérico diferente: el romano, el maya, el egipcio y el nuestro. Cada grupo contará las dificultades que ha tenido. Y en conjunto trataremos de sacar conclusiones de por qué unos grupos han tardado más que otros.

2.- Diferencias en las operaciones

Material:

Dinámica: individualmente los dos primeros ejercicios, y luego en grupos contestar a las dos preguntas propuestas.

Desarrollo: Realiza esta suma de números: 1256
Trata de realizarla con números romanos. 325
¿Cómo te resulta más sencilla? ¿Por qué? $+ 105$

3.- Un sistema posicional

Material:

Dinámica: pensamos entre todos. Lluvia de ideas

Desarrollo:

a) Realizar en la pizarra las siguientes sumas:

$$333 = 300 + \dots + 3$$

$$5555 = \dots + \dots + 500 + \dots + \dots$$

Responder: - ¿Qué diferencia encuentras en el ejercicio a), entre el 3 de la derecha y el de la izquierda?

- Y en el b) ¿entre el 5 del centro y los de los extremos?

- ¿Qué ventajas obtenemos al usar las cifras de esta forma?



EL ÁBACO

4.- Descomposición de números

Material: una tabla que tendrán que rellenar

Dinámica: individualmente

Desarrollo:

a) Responder a las siguientes preguntas:

- ¿Cuántos símbolos tenemos en nuestro sistema de numeración? ¿Y números?

- ¿Por qué elegimos un sistema decimal?

b) Completar el cuadro:

| CANTIDADES | UNIDADES MILLÓN | CENTENAS MIL | DECENAS MIL | UNIDADES MIL | CENTENAS | DECENAS | UNIDADES |
|------------|-----------------|--------------|-------------|--------------|----------|---------|----------|
| 3 | | | | | | | |
| 96 | | | | | | | |
| 16.259 | | | | | | | |
| 205.125 | | | | | | | |
| 3.215.365 | | | | | | | |

5.- Dinámica para formar grupos - “El arco iris”

Material: Pegatinas de tantos colores como grupos queramos hacer. El tamaño debe ser pequeño para poder pegarse en la frente. También se puede hacer con figuras geométricas.

Desarrollo: Se ponen todos en círculo y cierran los ojos. Se les pone la pegatina en la frente. Los colores deben estar bien mezclados de forma que cada participante no esté al lado de los de su color.

Abren los ojos y sin hablar tratan de juntarse con los de su mismo color. El juego acaba cuando se han formado tantos grupos como colores y todo el mundo está en su sitio.

6.- El ábaco. Taller

Material: un ábaco por grupo. (El ábaco se ha podido construir anteriormente en el aula de tecnología)

Dinámica: en grupos

Desarrollo: Problemas de fácil planteamiento para practicar el uso del ábaco. Empezando con sumas sencillas, de dos números. Para dándole mayor dificultad, añadiendo más números y de mas cifras.

Ejercicios anteriores de descomposición de números para visualicen las distintas unidades en el ábaco. Ver que está en base 5.

Se pueden hacer competiciones para ver la rapidez con que se puede llegar a manejar el ábaco: todos con un ábaco; unos con ábaco y otros mentalmente; ...

Situar en el mapa que ya teníamos los países que utilizan o utilizaban el ábaco.

7.- Propiedades de la suma y de la multiplicación

Material: diccionario

Dinámica: individualmente

Desarrollo:

I) Realiza las siguientes sumas:

a) $25 + 16 =$

b) $16 + 25 =$

c) ¿Por qué dan el mismo resultado?

II) Busca en el diccionario la palabra conmutar. ¿Cómo la relacionas con el ejercicio anterior?

III) Comprueba tú mismo que la multiplicación también cumple las propiedades asociativa y conmutativa

IV) Comprueba con el ábaco estas propiedades cogiendo varios ejemplos



8.- Fabricación de un ábaco

TERCERA PARTE

5. Resolución de problemas

¿Cuáles son los métodos de resolución de un problema con la ayuda del ábaco?

- EL ROMPECABEZAS DE CHÉJOV

Ahora veremos un ameno problema aritmético, tal y como lo planteó el estudiante de séptimo año, Ziberov, del cuento de Chéjov “el Repetidor”.

“Un comerciante compró 138 arshins (1 arshin = 80 cm) de tela negra y azul por 540 rublos. Me pregunto, ¿cuántos arshin compró de cada una, si la tela azul costaba 5 rublos por arshin, y la negra, 3 rublos?”

Con gran humor, Chéjov relata cómo trabajaron sobre este problema tanto el repetidor de 7º año como su alumno Pedrito, de 12 años, mientras éste no fue rescatado por su padre:

“Pedrito observó el problema y, sin decir una palabra, empezó a dividir 540 entre 138.

- *¿Para qué divide Ud.? ¡Deténgase! O... continúe... ¿Aparece un residuo? Aquí no puede haber residuo. ¡Permítame!*

- *Probablemente no se trate de un problema aritmético, pensó, y vio la respuesta: 75 y 63-. Hmm!, dividir 540 entre 5 + 3? no, no.*

- *Bien, ¡resuélvalo ya!* - concluyó; ordenando a Pedrito.

- *¿Qué tanto piensas? Ese problema te quitará todo el tiempo* - dijo a Pedrito su padre, Udodov. *Se necesita ser tonto. Resuélvalo Ud. por esta vez, Egor Aliékseich.*

Egor Aliékseich, coge el pizarrín y se dispone a resolverlo; tartamudea, enrojece. Palidece.

- *Este problema debe ser algebraico* – dijo -. *Se puede resolver con ayuda de la x y de la y, Por otra parte, también así se puede resolver: Yo aquí he dividido...¿Comprende? Ahora es necesario restar. ¿Entiende?...o si no... Lo mejor será que me lo traiga resuelto mañana... Pienselo!*

Pedrito sonrió. Udodov también sonrió. Ambos comprendían la confusión del maestro. El estudiante de VII grado se confundió aún más, y empezó a pasear de extremo a extremo de la habitación.

Al fin, Udodov dijo:

- *Sin álgebra también se puede resolver* - y agregó dirigiéndose hacia un ábaco- *helo aquí, mire...*

Utilizó el ábaco, y obtuvo 75 y 63, tal y como debía ser.

- *Esto está hecho a nuestra manera... no científica”.*

Esta historia con el problema que había sembrado la confusión en el repetidor, plantea por sí misma tres nuevos problemas, a saber:

1. *¿Cómo hubiera el repetidor resuelto el problema algebraicamente?*

2. *¿Cómo debió haber resuelto el problema Pedrito?*

3. *¿Cómo se lo resolvió su padre a Pedrito con el ábaco, en forma “no científica”?*

A las primeras dos cuestiones, podemos responder probablemente sin trabajo alguno. La tercera no es tan simple. Pero vayamos en orden.

1. El repetidor de séptimo año hablaba de resolver el problema “con la ayuda de la x y de la y”, y decía que el problema debía ser “algebraico”. Formar dos ecuaciones con dos incógnitas para el problema dado no es difícil; hela aquí:

$$\left. \begin{array}{l} x+y=138 \\ 5x+3y=540 \end{array} \right\}$$

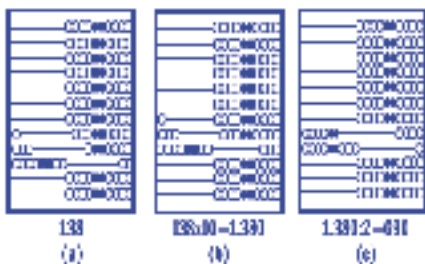
donde **x** es el número de arshins de tela azul, e **y**, el de tela negra.

2. Sin embargo se resuelve fácilmente, también, en forma aritmética. Suponiendo que toda la tela hubiera sido azul, los 138 arshins de tela azul hubieran costado $5 * 138 = 690$ rublos; esto es, $690 - 590 = 100$ rublos más del costo en la realidad.

Para que el precio sea 100 rublos menor, basta considerar que la diferencia de precios entre un arshin de tela azul y uno de tela negra es de $5 - 3 = 2$ rublos: dividiendo 100 entre 2, obtenemos 50 arshins de tela negra; restándolos de los 138 originales, obtenemos $138 - 50 = 88$ arshins de tela azul. Así debió haber resuelto el problema Pedrito.

3. Queda aún la tercera pregunta: ¿Cómo resolvió el problema Udodov?

En el relato, se dice bien poco: “Utilizó el ábaco, y obtuvo 75 y 63, tal y como debía ser”. ¿Cuáles son los métodos de resolución de un problema con la ayuda del ábaco? El ábaco sirve para efectuar operaciones aritméticas tal y como se hace en el papel (fig. 1). Udodov conocía muy bien el ábaco y pudo hacer las operaciones muy rápido, sin la ayuda del álgebra como quería el repetidor, ni “de la x y de la y”. Veamos ahora las operaciones que el padre de Pedrito debió hacer en el ábaco. La primera operación es multiplicar 138 por 5. Para eso, conforme a las reglas de las operaciones en el ábaco, primeramente se multiplica 138 por 10, es decir, simplemente hay que mover el número 138 una hilera hacia arriba (ver la figura 2, a, b) y luego dividir este número entre dos, sobre el mismo ábaco. La división se empieza por abajo: se separan la mitad de bolitas colocadas en cada alambre; si el número de bolitas es impar en un alambre dado, se elimina la dificultad, “partiendo” una bolita de este alambre en 10 inferiores.



Primero se muestra, en el ábaco, $138 \cdot 10$, es decir el número 138 (a), sometido a la operación (b), y luego se muestra el resultado anterior dividido entre dos (c).

En nuestro caso, por ejemplo, 1380 se divide por la mitad en la forma siguiente: en el alambre inferior, donde existen 8 bolitas, se separan 4 bolitas (4 decenas), en el alambre intermedio de las 3 bolitas se separa 1, pero se conserva una, y la otra se substituye mentalmente por 10 inferiores y se dividen a la mitad, añadiendo o decenas a las bolitas inferiores; en el alambre superior se “parte” una bolita agregando 5 centenas a las bolitas del alambre intermedio.

En consecuencia, en el alambre superior no hay bolitas, en el intermedio $1 + 5 = 6$ centenas y en el inferior $4 + 5 = 9$ (Fig. 2, c). En total 690 unidades. Todo esto se efectúa rápida y automáticamente.

Después, restar 540 de los 690. Sabemos cómo se hace en el ábaco.

Finalmente queda tan sólo dividir por la mitad la diferencia obteniendo: 150; Se apartan 2 de las 5 bolitas (decenas), entregando 5 unidades a la fila inferior de bolitas; después de 1 bolita en el alambre de las centenas, se entregan 5 decenas a la fila inferior: obtuvo 7 decenas y 5 unidades, es decir, 75.

Actividades

RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

Se aconseja que los problemas propuestos tengan un contenido intercultural.

Proceso en la resolución de problemas:

Sacar los datos importantes del problema. Proponer varios en los que se den más datos de lo necesario. Fijándose en que es lo que se pide, cual es nuestro objetivo a resolver. En grupos.

Plantear el problema. Pasándolo al lenguaje matemático, como si de una traducción se tratara. Pasar de un “idioma” a otro. Individual.

Resolverlo. Y hacerlo de varias formas diferentes. Cálculo mental, aplicando propiedades, con el ábaco, utilizando otro sistema de numeración, ... Individual y en grupos, según el caso.

EVALUACION DEL ALUMNO

- Calcula en cualquier sistema numérico que se defina
- Conoce los distintos sistemas numéricos que se han utilizado antiguamente
- Utiliza correctamente el ábaco
- Descompone los números naturales por sus unidades
- Cooperar en los trabajos realizados en grupo
- Respetar a los compañeros al trabajar en equipo
- Se interesa por las diferencias que hay en otros países
- Respetar otras maneras de hacer cálculos
- Aplica correctamente las propiedades de la suma
- Aplica correctamente las propiedades de la multiplicación
- Comprende los enunciados de los problemas matemáticos
- Resuelve correctamente los problemas matemáticos

BIBLIOGRAFIA

1. Aritmética Recreativa

... Es difícil representar los números en otros sistemas de numeración? ... en todos los sistemas de numeración (en donde se tengan las cifras correspondientes). ...

www.geocities.com/aritmeticarecreativa/cap04.html - 35k

2. Sistemas de numeración - Monografias.com

Sistemas de numeración. ... Por otro lado del binario y el decimal, otros dos sistemas de numeración encuentran amplias aplicaciones en los sistemas digitales. ...

www.monografias.com/trabajos14/sistemanumeracion/sistemanumeracion.shtml - 61k - 29 Oct 2003

3. Sistemas de numeración

Sistemas de numeración. Por: Salvador Pozo Coronado. ... Sistemas de numeración en la programación. En Cy C++ se usan básicamente cuatro sistemas de numeración: ...

articulos.conclase.net/numeracion/numeracion.htm

4. Sistemas de numeración. Los sistemas de numeración a lo largo de la Historia.

En esta página encontrará ... las operaciones. Sistemas de Numeración Aditivos. Para ver ...

thales.cica.es/rd/Recursos/rd97/Otros/SISTNUM.html - 20k - 29 Oct 2003

5. Sistemas de numeración

Sistemas de numeración. Fecha de ... 09/2003. Introducción. El origen de todos los sistemas de numeración es la operación de contar. ...

www.terra.es/personal/jftjft/Aritmetica/Numeros/Sisnum.htm - 8k

6. www.terra.es/personal/jftjft/Aritmetica/Numeros/Sisnum.htm

7. www.rincondesileno.8k.com/computacion3.htm

A. MATEMATICAS EN LAS ESCUELAS DE ADULTOS LAS MATEMATICAS COMO HERRAMIENTAS

