

DIDÁCTICA DE LA PROGRAMACIÓN LINEAL CON ORDENADOR PARA ESTUDIANTES DE ADMINISTRACIÓN Y DIRECCIÓN DE EMPRESAS

Susana López Ares
Isidro Sánchez Álvarez
Facultad de Ciencias Económicas y Empresariales
Departamento de Economía Cuantitativa
Universidad de Oviedo

Resumen

La utilización generalizada de paquetes informáticos de programación matemática ha transformado los contenidos y los métodos docentes en la enseñanza de las aplicaciones de la programación lineal. Este trabajo analiza los nuevos requerimientos que este proceso ha generado para los estudiantes de administración y dirección de empresas: la incorporación del análisis de la eficiencia y de las limitaciones en la utilización de métodos computacionales, el uso de modelos formales versus modelos con hoja de cálculo, el papel de los programas de cálculo simbólico y las ventajas y desventajas asociadas a las nuevas tecnologías.

Abstract

The extend of computer packages for mathematical programming has transformed the contents and the methods to teach linear programming applications. This paper analyses the new requirements that this process has generated for students of business administration: the analysis of efficiency and limitations in the use of computational methods, the use of formal or spreadsheet models, the rol of computer algebra systems and the advantages and disadvantages that are associated with new technologies.

La generalización de los paquetes informáticos en la enseñanza de la programación lineal ha supuesto transformaciones de gran calado en las técnicas y contenidos docentes. La posibilidad de desarrollar y resolver aplicaciones prácticas en tiempo

real, el control efectivo del método de resolución, las diferentes características de las técnicas informáticas de tratamiento de la información, etc., han generado la necesidad de replantear los enfoques docentes de esta parte de la optimización matemática.

ca que ha representado tradicionalmente un bloque de gran relevancia dentro de las técnicas matemáticas aplicadas al análisis económico y a la gestión empresarial.

En este trabajo se analizan diversos aspectos docentes centrados en el marco de la enseñanza universitaria de primer y segundo ciclo que son fruto de la experiencia docente de los autores en la Facultad de Ciencias Económicas y Empresariales de la Universidad de Oviedo. En primer lugar, se discute la dualidad entre el enfoque clásico centrado en el modelo formal de programación lineal y los modelos resueltos con hoja de cálculo. A continuación, se realiza un análisis comparado de los dos optimizadores de hoja de cálculo más utilizados: Solver para Microsoft Excel y What's Best!, y del paquete simplex del programa de cálculo simbólico Maple V. Asimismo, se desarrollan los principales items que es preciso incorporar a los contenidos docentes, relacionados básicamente con la eficiencia y las limitaciones de la resolución informatizada. Por último, se resumen las principales ventajas e inconvenientes de la incorporación del ordenador en la enseñanza de las matemáticas, dentro del marco de la programación lineal, y se sintetizan las conclusiones del trabajo.

I. MODELOS FORMALES VERSUS MODELOS CON HOJA DE CÁLCULO

En relación con la *facilidad de comprensión por parte del administrador*, los modelos con hoja de cálculo tienen una mayor orientación hacia el usuario dado que el gerente no necesita comprender los fundamentos de la programación lineal para que el experto pueda transmitir el modelo

y sus implicaciones empresariales. Las fórmulas para generar los datos se muestran en las celdas y consecuentemente las relaciones son fáciles de observar y modificar. Además, los datos se obtienen de forma directa a partir de los datos brutos de que se dispone con mayor facilidad, y posteriormente la hoja de cálculo transforma de forma automática los valores hasta obtener el objetivo, lo cual supone un entorno completo y de fácil acceso para el decisor.

Por contra, en los modelos formales de programación lineal la solución se lleva a cabo en un paquete informático no conocido por el gerente no especializado, con lo cual se dificulta el acceso a modificaciones y controles del modelo por parte del administrador, salvo que éste sea un especialista en la materia. Desde el punto de vista de la facilidad de transmisión de la información analizada a personas no especializadas, las hojas de cálculo representan pues un entorno con mayor facilidad de uso y manejo.

Respecto al *planteamiento y posterior depuración del modelo*, existen al menos dos razones por las cuales es preciso diseñar el modelo formal. Por una parte, resulta casi obligado formular previamente el programa lineal aunque posteriormente se resuelva con hoja de cálculo. Por otra parte es difícil que se formule correctamente en el primer intento con lo cual será necesario un proceso de depuración; la experiencia indica que es más fácil, especialmente cuando el modelo es complejo, analizar el programa lineal formalizado. El objetivo de la hoja de cálculo sería trasladar el problema a un entorno más asequible para el decisor, pero esta fase sólo se puede elaborar de una forma correcta tras haber depurado la formulación. Por ello, la hoja de

cálculo no se puede entender como un sustituto de los modelos formales de programación lineal sino como una representación complementaria que permite al administrador tener contacto directo con el problema.

Respecto a la *disponibilidad del programa informático*, el gerente tendrá siempre mayor accesibilidad a los optimizadores incluidos en las hojas de cálculo (por ejemplo, el Solver en Excel) dado que será una utilidad informática siempre accesible en su carrera profesional. No obstante, un problema de gran tamaño puede requerir un programa especializado como LINDO.

En relación con las *posibilidades didácticas*, las hojas de cálculo tienen la ventaja de ser ampliamente conocidas por los alumnos, mientras que los modelos formales resueltos en paquetes como LINDO suponen un aprendizaje específico. No obstante, su manejo es muy sencillo dado que supone una mera traslación del modelo planteado manualmente. Esta pequeña dificultad puede ser ampliamente superada por buen número de ventajas: permite controlar el proceso eligiendo las variables que entran y salen en la base, se puede acceder a las tablas del simplex, se conocen el número

de coeficientes tecnológicos no nulos, la densidad del problema, etc. Todos ellos aspectos que permiten resolver de forma más eficiente el programa y relacionar la práctica informática con los fundamentos teóricos desarrollados en las clases.

La perfecta complementariedad de ambos enfoques, modelo formal y de hoja de cálculo, y la sencillez de su manejo condiciona la necesidad de aunar ambas técnicas de resolución. No es necesario pues elegir una de ellas, sino que ambas deben ser incorporadas al curriculum del alumno.

II. WHAT'S BEST! 3.0 VERSUS SOLVER DE EXCEL PARA OFFICE 97

La resolución con hoja de cálculo puede llevarse a cabo bien a través de un optimizador incorporado en la propia hoja (como el Solver en Excel) o bien a través de una aplicación específica (como What's Best!, que realmente es una versión del programa LINDO). Aparte de las diferencias de capacidad –ver cuadro I– su funcionamiento difiere en algunos aspectos que es preciso señalar.

*Cuadro I
Capacidad máxima de algunos programas de uso generalizado*

Lindo 6.0 (Extended)	100.000(VA) _ 32.000(RE)
What's Best! (Extended)	32.000(VA) _ 16.000(RE)
QSB+ 3.0	100(VA) _ 100(RE) *
Solver (Excel para Office 97)	200(VA) Sin límite de restricciones

VA=variables; RE=restricciones

* No se define un límite concreto. Se ofrece dicho programa como resoluble.

Nota: No se consideran programas informáticos que requieren un mayor grado de programación por parte del alumno como GAMS, XPRESS-MP, etc por considerarlos menos adecuados para la docencia en los niveles de enseñanza analizados.

Ambas aplicaciones permiten resolver los programas lineales planteados en un curso de licenciatura, incluida la programación entera y binaria. No obstante, el Solver será siempre de más fácil disponibilidad para el alumno en su posterior vida profesional al estar directamente incorporado en la hoja de cálculo Excel. En todo caso, What's Best! se puede adquirir junto con LINDO y LINGO en el paquete Solver Suite, lo cual lo hace más accesible.

La diferencia más relevante entre ambas aplicaciones se refiere a las variables de decisión. Por defecto, Solver las considera no restringidas en signo, mientras que What's Best! supone que son no negativas. Ahora bien, en ambos casos se puede intercambiar su signo sin dificultad (definiendo la variable como libre en What's Best! y señalando la opción «asumir no negativos» en Solver).

Otro aspecto que es importante señalar es la distinción entre dos tipos de indicación de no linealidad en la construcción de hojas de cálculo con What's Best!: aquella que afecta y aquella que no afecta al carácter lineal del programa.

En el cuadro II se plantea un modelo lineal en el que se presentan relaciones no lineales en la hoja que sin embargo no afectan a la linealidad del problema. Tomando como variables de decisión las cantidades de los productos X e Y (celdas B2 y C2) el objetivo es maximizar el ingreso total (celda D5). Las restricciones vienen dadas por la cantidad máxima (D2£F2), el número de horas disponibles (D8£F8) y las unidades disponibles de materias primas (D11£F11). Tanto la función objetivo como las restricciones son lineales, sin embargo las celdas B3 y C3 de la hoja calculan

una relación no lineal (por ejemplo $B3=100*B2/D2$) y la aplicación detecta un no linealidad. No obstante, What's Best! resuelve el problema como lineal e indica la no linealidad de las expresiones de dichas celdas. El programa permite además omitir toda referencia a dichas celdas con el objeto de reducir el tiempo de ejecución del problema.

En el cuadro III, se propone un ejemplo de una relación no lineal que sí afecta al modelo. El problema tiene como objetivo maximizar los kilogramos obtenidos de una mezcla de dos productos X e Y (celda B4). Las restricciones vienen dadas por los límites de kilogramos de cada producto (celdas D2 y D3) y por el porcentaje total de metal en la mezcla. Esta última restricción parte de que son conocidos los porcentajes de metal en cada producto (celdas B6 y B7) y de que el total de metal (celda B10) se obtiene como suma de las cantidades de metal que proporciona cada producto (celdas B8 y B9). La restricción que se construye no es lineal dado que se relaciona el porcentaje de metal en la mezcla (celda B11, obtenida como cociente de dos funciones lineales $B10/B4$) y el límite establecido (celda D11). What's Best! indicaría un no linealidad de la expresión recogida en la celda B11 y resolvería el programa como no lineal. En algunos casos, estas expresiones no lineales pueden ser fácilmente transformables en lineales.

En el cuadro IV se resuelve este mismo problema linealizando esta última restricción. Para ello no se establece la restricción como una relación entre porcentajes sino como una relación entre cantidades de metal: el total de metal en la mezcla (celda B10) no puede superar el límite fijado en la celda D10 (obtenida como el producto de la

*Cuadro II
Modelo lineal con relaciones no lineales en la hoja de trabajo*

A	B	C	D	E	F
1	X	Y	Total		
2	Cantidad	37,5	75	112,5	<= 200
3	% Total	33,33%	66,67%		
4	Precio	1000	950		
5	Ingresos	37500	71250	108750	
6					
7	Horas M.O.	20	30		
8	Coste M.O.	750	2250	3000	=<= 3000
9					
10	Materia prima	60	50		
11	Total M.P.	2250	3750	6000	=<= 6000

*Cuadro III
Modelo no lineal*

A	B	C	D
1			Límite
2	Kg de X	200	=<= 200
3	Kg de Y	300	=<= 300
4	Kg de mezcla	500	
5			
6	% metal en X	10%	
7	% metal en Y	15%	
8	Metal en X	20	
9	Metal en Y	45	
10	Total metal	65	
11	% metal en mezcla	13,00%	=<= 13%

Cuadro IV
Modelo no lineal anterior, transformado en lineal

A	B	C	D
1			Límite
2 Kg de X	200	=<=	200
3 Kg de Y	300	=<=	300
4 Kg de mezcla	500		
5			
6 % metal en X	10%		
7 % metal en Y	15%		
8 Metal en X	20		
9 Metal en Y	45		
10 Total metal	65	=<=	65
11 % metal en mezcla	13,00%		13%

cantidad de mezcla B4 por el porcentaje límite fijado D11). Las hojas de cálculo permiten pues evitar la no linealidad con estrategias a veces distintas de las utilizadas cuando el modelo se resuelve formalmente.

Con la introducción en el Solver de la versión para Office 97 de la posibilidad de manejar variables bivalentes y la eliminación del número máximo de restricciones, las capacidades de ambas aplicaciones para hoja de cálculo se han asimilado. Ambos programas informáticos pueden servir de base para un curso de programación lineal, y el mayor condicionante vendrá siempre dado por el tamaño del problema a resolver.

III. PROGRAMACIÓN LINEAL CON PAQUETES DE CÁLCULO SIMBÓLICO

Algunos programas de cálculo simbólico disponen de paquetes específicos para la

resolución de programas lineales. En concreto, Maple V dispone de una librería denominada "simplex" que permite la evaluación de programas lineales. A continuación se recogen sus particularidades más destacadas:

- Permite definir el grado de precisión, es decir, la cuantía a partir de la cual los números en coma flotante se consideran como ceros, y por tanto se pueden comenzar a producir errores de redondeo. En Maple V esta opción se fija bien a través del comando 'Digits', que establece el número de dígitos con que se trabaja o bien a través de 'define_zero(err)' donde 'err' es un número positivo que define el número más pequeño no considerado como cero, en valor absoluto. Esta particularidad permite evitar en buena medida los problemas de redondeo del cálculo numérico.

- Facilita una expresión analítica del programa dual.
- Dispone de la posibilidad de conocer las ecuaciones matriciales en cada iteración.
- Se puede obtener la solución paso a paso, estableciendo la solución básica de partida, buscando el elemento pivote y ejecutando las iteraciones una a una, analizando cada una de las fases del algoritmo del simplex.
- Sin embargo, no dispone de opciones directas para utilizar variables bivalentes o enteras, sino que es preciso definir sus características a través del comando "assume".
- No dispone tampoco de una opción para obtener directamente el análisis de sensibilidad, pero resulta relativamente sencillo de programar.
- La introducción del programa lineal es poco orientada al usuario y en problemas complejos resulta poco adecuada.

Todas estas características hacen que este tipo de programas aporte un método de gran interés teórico en la solución de programas lineales, especialmente indicado para la enseñanza del método simplex, pero menos adecuado para un curso de modelización lineal aplicada cuyo objetivo sea el planteamiento y resolución de problemas complejos de gran tamaño.

IV. IMPLICACIONES SOBRE LOS CONTENIDOS DOCENTES

La resolución informatizada de programas lineales supone cambios en el enfoque docente. Además de las propias implicaciones que supone la utilización de medios

informáticos, aspectos que se comentarán en el epígrafe siguiente, supone la necesidad de introducir nuevos contenidos didácticos que en las clases exclusivamente teóricas no se requerían. En general, dichos contenidos están relacionados con aspectos de eficiencia en la utilización de los programas informáticos. A continuación, se desarrollan los contenidos más destacados que se deberían incorporar en la docencia de la programación lineal.

- En los problemas matemáticos se suele representar a las variables como x , y , x_{ij} , etc. De cara a plantear problemas con gran número de variables es preciso denominarlas de forma que se facilite su identificación utilizando nombres nemotécnicos. Este mismo aspecto debe ser considerado al identificar las restricciones.
- En programación lineal continua, los tiempos de solución dependen más del número de restricciones que del número de variables. En programación lineal entera, las dificultades de cálculo dependen más del número de variables enteras, como consecuencia de los algoritmos utilizados para obtener la solución.
- En el caso de restricciones referidas a una sola variable, desde un punto de vista computacional es más eficiente tratarlas como un límite o cota (en aquellos paquetes informáticos que lo permitan) que como una restricción más.
- Se debe intentar que el conjunto de soluciones factibles de los programas lineales enteros se ajuste en lo posible al de soluciones continuas ya que, aunque eso pueda implicar

más restricciones, supone ahorros en el tiempo de cálculo.

- En problemas enteros complejos, se deben colocar las condiciones más restrictivas en primer lugar ya que los paquetes informáticos suelen analizar la factibilidad de cada solución en el mismo orden en que se ha definido el problema.
- Los problemas de escala pueden dar lugar a errores de redondeo en los cálculos y consecuentemente pueden aparecer falsas infactibilidades, tiempos de ejecución superiores, etc. Con el objeto de evitar estos problemas, es preciso modelizar de forma que el orden de magnitud de las cifras utilizadas sea similar. Por ejemplo, el programa LINDO aconseja que no se utilicen coeficientes superiores a 10^5 ni inferiores a 10^{-4} , en valor absoluto.
- Los programas tienen limitaciones en cuanto al número de variables y restricciones (ver cuadro I) y el alumno debe ser consciente de ellas.
- No es usual que todas las variables del modelo aparezcan en una restricción determinada. De hecho, en los grandes problemas reales, un gran número de variables tiene coeficientes tecnológicos nulos. Dado que almacenar estos ceros no tendría ninguna utilidad tanto desde el punto de vista de la ejecución como del almacenamiento, los paquetes informáticos sólo almacenan los coeficientes tecnológicos no nulos. Dado que en algunas aplicaciones (tal es el caso de LINDO) se puede establecer una cuantía fija de espacio para los coeficientes no nulos, dicho límite se deberá modificar teniendo

en cuenta que cuanto mayor sea dicho límite más memoria se asigna al almacenaje y menos queda liberada para resolver el problema. Además es preciso tener en cuenta que existe un tope máximo que no es posible superar.

IV. VENTAJAS E INCONVENIENTES COMUNES A LA UTILIZACIÓN GENERALIZADA DE LA INFORMÁTICA EN LA ENSEÑANZA DE LAS MATEMÁTICAS

La posibilidad de que el alumno acceda a la solución informatizada de problemas matemáticos tiene indiscutibles ventajas, que han sido analizadas ampliamente en la literatura educativa. Entre ellas, cabe citar las siguientes:

- La posibilidad de acceder al resultado final permite ver de forma global el problema y conocer la problemática real de los casos planteados. En el caso de la programación lineal esto permite analizar problemas reales, más cercanos a la actividad profesional, frente a lo limitado de los modelos de prácticas de tablero.
- Como consecuencia de lo anterior la enseñanza por ordenador prima la comprensión de muchos conceptos obviando algoritmos muchas veces poco creativos para el alumno. Esto permite hacer mayor hincapié en la reflexión sobre los resultados y sobre la construcción del modelo.
- También en relación con los aspectos anteriores, el programa informático permite al alumno experi-

mentar por sí mismo, e intentar comprobar sus propias intuiciones y las relaciones a priori del modelo. Tal es el caso del análisis de sensibilidad y paramétrico en programación lineal.

- Además, el análisis de programas lineales de tamaño real favorece la organización del trabajo en equipo, dada la amplitud de los casos analizados.
- Al menos durante las primeras fases, la introducción de herramientas informáticas aumenta la motivación en el alumno. A largo plazo, y en grupos de personas concretos, este efecto no es tan definitivo.

Pese a las ventajas, la utilización de medios informáticos no está exenta de inconvenientes:

- Se suele objetar que el alumno pierde la facilidad de uso de ciertas habilidades básicas que proporcionan los cursos tradicionales de matemáticas. En este sentido, no se debería olvidar que, aunque la solución de problemas reales se lleve a cabo mediante técnicas informáticas, sigue siendo preciso un fundamento teórico del proceso, aunque orientando la enseñanza con unos parámetros distintos. En el caso de la programación lineal, los tiempos de solución obligan a utilizar técnicas informáticas, de ahí que ceñir la docencia a aspectos puramente analíticos carezca de sentido.
- Por otra parte, la solución por ordenador no es transparente al usuario, con lo cual éste no es consciente del proceso y pierde capacidad crítica

respecto al problema. En este sentido es importante introducir en la docencia los aspectos comentados en el punto anterior y profundizar en el planteamiento e interpretación de las soluciones de los programas lineales.

- En general, la enseñanza por ordenador puede provocar un mayor interés en la herramienta informática que en el concepto matemático. Si bien esto puede implicar un alejamiento del objetivo docente, también puede ser utilizado como un atractivo para lograr el interés del alumno.
- Unido a todos los aspectos anteriores surge toda una problemática en relación con la organización docente: cómo hacer compatible y en qué medida el uso del ordenador y las clases tradicionales, cómo mantener formado al profesorado, cómo estimular al alumno dirigiendo su interés a los aspectos matemáticos, qué tipo de problemas resolver, etc.

VI. CONCLUSIONES

- La enseñanza de la programación lineal por ordenador debe hacer especial hincapié en la interpretación de las salidas de ordenador relativas a la solución, análisis de sensibilidad y paramétrico. El formato de la solución informatizada es muy similar en todos los programas y recoge los aspectos clave para la toma de decisiones empresariales.

- Los cursos de licenciatura deberían incorporar la solución del modelo lineal tanto desde el punto de vista formal como

con hoja de cálculo, dado que son dos enfoques complementarios fácilmente compatibles y de diversa utilidad según el contexto de análisis. Para la formulación y resolución del modelo formal, el programa LINDO es el más recomendable dada su facilidad de uso, su versatilidad y su uso extendido. El análisis complementario mediante hoja de cálculo podría realizarse con el Solver de Excel 97 dado que dicha aplicación informática es normalmente conocida y utilizada por los alumnos de estudios empresariales.

- Los programas de cálculo simbólico constituyen un enfoque docente de especial interés cuando se intenta hacer hincapié en el modelo teórico de resolución, pero inadecuado cuando el objetivo se centra en el modelo empresarial aplicado.

- Los programas docentes relativos a programación lineal deben revisarse pasando a incorporar nuevos contenidos relacionados con la eficiencia y las limitaciones de la resolución informatizada, y con las técnicas de diseño de modelos computacionales, con el objeto de que el alumno pueda controlar la ejecución del proceso de solución del programa lineal.

REFERENCIAS

- ANDERSON, D.R. y otros (1995): *Quantitative Methods for Business*. South-Western Publishing Co. Cincinnati (Ohio).
- CONWAY, D.G. y RAGSDALE, C.T. (1999): *Modelling Optimization Problems in the Unstructured World of Spreadsheets*. *Omega*, 25, 312-322.
- GARCÍA, A.; MARTÍNEZ, A. y MIÑANAÑO, (1995): *Nuevas tecnologías y enseñanza de las matemáticas*. Editorial Síntesis. Madrid.
- MATHUR, K. y SOLOW, D. (1996): *Investigación de operaciones*. Prentice-Hall. México.
- PLANE, D.R. (1994): *Management Science*. Danvers Boyd and Fraser Publishing Company. Massachusetts.
- VILLALBA, D. y JÉREZ, M. (1990): *Sistema de optimización para la planificación de la toma de decisiones*. Pirámide. Madrid.
- WINSTON, W.L. y ALBRIGHT, S.C. (1998): *Spreadsheet Modeling and Application*. Duxbury. Belmont CA.
- www.lindo.com Dirección de internet donde puede obtener una versión gratuita de prueba de los programas Lindo y What's Best.
- www.frontsys.com Dirección de internet de la empresa Frontline Systems Inc. que desarrolla el Solver para Excel.