Épsilon - *Revista de Educación Matemática* 2013, Vol. 30(2), nº 84, 89-100

Recreaciones matemáticas en la *Aritmética* (1512) de fray Juan de Ortega[1]

Vicente Meavilla Seguí
Departamento de Matemáticas.
Universidad de Zaragoza.

Resumen: *La matemática recreativa configura una sección de las matemáticas cuyo interés didáctico es notable, dado que: (a) contribuye a la motivación del alumnado y (b) muestra el lado «amable» de dicha disciplina.*
El primer manual de matemática recreativa, Propositiones ad acuendos juvenes, se escribió en latín y se dedicó a la formación de los jóvenes. Su autor, Alcuino de York (735 – 804), incluyó en él cincuenta y tres divertimentos, algunos de los cuales se convirtieron en clásicos (el lobo, la cabra y la col, el problema de los maridos celosos, etc.). Desde entonces, los buenos textos dedicados a la enseñanza de las matemáticas han prestado atención a los aspectos recreativos.
En este trabajo presentamos los tópicos de carácter recreativo contenidos en una aritmética española del XVI, compuesta por Juan de Ortega.
Palabras clave: *Juan de Ortega, Matemática recreativa, aritméticas españolas del siglo XVI, historia de las Matemáticas, historia de la Educación Matemática.*

Recreations in mathematics "Arithmetic" (1512) by Fray Juan de Ortega

1. Este articulo forma parte de un trabajo de investigación más amplio (*Matemática recreativa del siglo XVI en la Biblioteca de la Universidad de Salamanca*) en el que se estudian los contenidos recreativos de las aritméticas de Juan de Ortega (1512), Juan Andrés (1515), Gaspar de Texeda (1546), Juan de Icíar (1549), Juan Díez Freyle (1556), Juan Pérez de Moya (1562) y Miguel Gerónimo de Santa Cruz (1594).

A su vez, la antedicha investigación se integra en el proyecto «La difusión del conocimiento matemático en el nacimiento de la imprenta: descripción y análisis comparado de aritméticas del siglo XVI escritas en castellano» dirigido por el Dr. Modesto Sierra (Universidad de Salamanca). En dicho proyecto se pretende: (i) estudiar el contenido de las aritméticas españolas renacentistas desde el punto de vista matemático y de diseminación del saber matemático, (ii) identificar las fuentes u obras que les han influido y su proyección en aritméticas posteriores, y (iii) llevar a cabo un estudio comparado de las mismas.

Abstract: *The recreational mathematics set a section of mathematics teaching whose interest is remarkable, given that (a) contributes to student motivation and (b) shows the side 'kind' of that discipline.*
The first recreational mathematics manual, Propositiones ad acuendos juvenes, was written in Latin and was devoted to the training of young people. Its author, Alcuin of York (735-804), included in his fifty-three diversions, some of which became classics (the wolf, goat and cabbage, the jealous husbands problem, etc..). Since then, the good texts on mathematics education have paid attention to the recreational aspects.
We present the topics in the entertainment content on sixteenth Spanish arithmetic, composed by Juan de Ortega.
Keywords: *Juan de Ortega, recreational mathematics, arithmetic sixteenth century Spanish, Mathematics, Mathematics Education History.*

DATOS BIOGRÁFICOS

De fray Juan de Ortega se sabe que fue miembro «de la orden de Santo Domingo: de los predicadores», como puede leerse en la portada de su *Conpusicion de la arte dela arismetica y juntamente de geometria* (1512).

Julio Rey Pastor (1926), refiriéndose al dominico, dice:

> «Pocos datos seguros hemos logrado reunir sobre la personalidad de Fr. Juan de Ortega. Palentino de origen y dominico adscrito a la provincia de Aragón, enseñó Aritmética y Geometría en España e Italia durante muchos años, privada y públicamente.»

MATEMÁTICA RECREATIVA EN LA *ARITMÉTICA* DE FRAY JUAN DE ORTEGA

Véase figura 1.

La *Aritmética* de Ortega contiene los siguientes divertimentos matemáticos.

1) La cuenta del ajedrez

> « (…) quiero poner aquí un ejemplo el cual será para declarar cómo se han de contar brevemente las 64 casas del ajedrez, poniendo en la casa primera una, y en la segunda 2, y en la tercera 4, y en la cuarta 8, y en la quinta 16, y así doblando todas las sumas hasta las 64 casas. Esta suma bien breve se puede hacer por la progresión dupla que detrás esta figurada, mas porque veas la diferencia, la quiero poner en esta otra manera. Ya sabes que en la quinta suma, como se viene doblando, hace 16. Pues multiplica 16 veces 16, y montarán 256, los cuales hallarás que, viniéndose doblando, vienen los dichos 216 a las 9 casas. Pues torna a multiplicar 256 veces 256, y montarán 65536, los cuales hallarás que vienen en las 17 casas. Torna otra vez a multiplicar 65536 veces 65536, y montarán 4294967296.

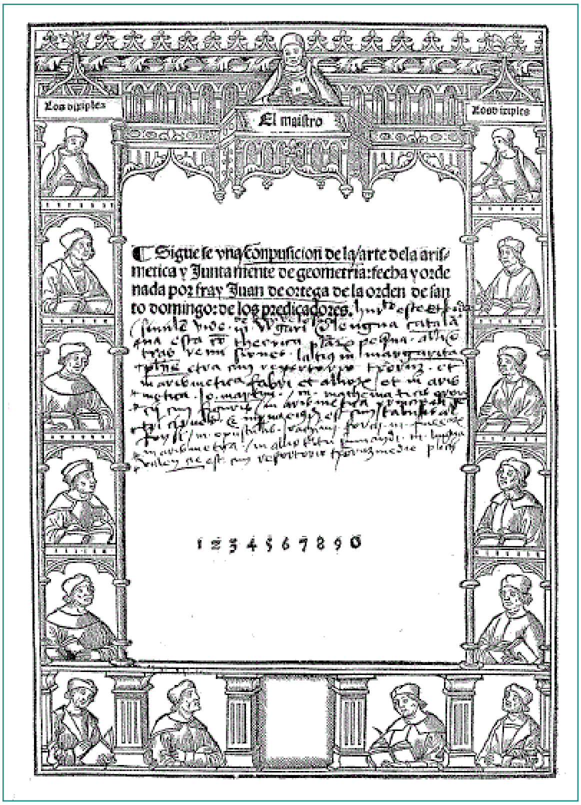
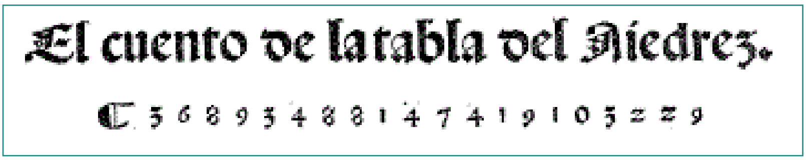


Fig. 1. Conpusicion de la arte de la arismetica y juntamente de geometria (1512)

Y tanto hallarás que vienen a las 33 casas. Pues torna a multiplicar 4294967296 con 4294967296, y hallarás que vienen 18446744073709551616, los cuales hallarás que montan en las 65 casas. Pues por cuanto no quieres saber más de 64 casas quita la primera de la postrera y quedarán 18446744073709551616, y tanto monta en las sesenta y cuatro casas. Ahora, para saber cuánto monta en todas las 64 casas, dobla la postrera suma, que son las figuras de las 64 casas, y montarán 36893488147419103230, de los cuales quita la primera suma, que es uno, y quedará lo de abajo figurado.»


El cuento de la tabla del Aiedrez.
3 6 8 9 3 4 8 8 1 4 7 4 1 9 1 0 3 2 2 9

[fols. 26v – 27r]

COMENTARIO

Para resolver el problema de la «cuenta del ajedrez», el dominico de origen palentino hace uso de la fórmula que permite calcular la suma S_n de los n primeros términos de una progresión geométrica cuya razón es r, cuyo primer término es a_1 y cuyo término enésimo es a_n

$$S_n = \frac{a_n \cdot r - a_1}{r - 1}$$

En el problema que nos ocupa, $n = 64$, r = 2, $a_1 = 1 = 2^0$ y $a_n = a_{64} = 2^{63}$

Para la determinación de a_{64} Ortega procede como sigue:

$16 = 2^4$ ocupa el quinto escaque.

$2^4 \times 2^4 = 2^8 = 16 \times 16 = 256$ ocupa la novena casilla.

$2^8 \times 2^8 = 2^{16} = 256 \times 256 = 65536$ ocupa el decimoséptimo escaque.

$2^{16} \times 2^{16} = 2^{32} = 65536 \times 65536 = 4294967296$ ocupa la casilla 33ª.

$2^{32} \times 2^{32} = 2^{64} = 18446744073709551616$ ocupa el 65º escaque.

En consecuencia:

La casilla 64ª estará ocupada por el número $2^{63} = 9223372036854775808$.

En otras palabras: $a_{64} = 9223372036854775808$.

Por tanto:

$$S_{64} = \frac{(9223372036854775808 \times 2) - 1}{2 - 1} = 18446744073709551615$$

Comparando estos resultados con los obtenidos por Ortega, nos damos cuenta de los errores cometidos por el dominico a lo largo del proceso de resolución.

2) El problema del huerto y los porteros

Con este nombre designamos una nutrida familia de problemas en los que, conociendo el número de objetos (naranjas, rosas, etc.) que le quedan a un individuo después de haber entregado parte de ellos a otras personas, se debe calcular el número de objetos que tenía antes de efectuar dichas entregas[2].

PROBLEMA 1

Un mozo entra en un jardín por tres naranjas, en el cual jardín hay cuatro porteros. Y dice al primero que le deje entrar a coger naranjas y que le dará la mitad de las que traiga y media más, sin partir. En manera que a cada uno de los cuatro porteros dijo que daría

2. Un problema de este tipo ya se encuentra en el Liber Abaci (Capítulo 12, 7ª parte) de Leonardo de Pisa (1170 – 1250).

la mitad y media más, sin partir. Ellos le dejaron entrar y él tomó las naranjas que había menester y dio a cada uno lo que le prometió. Y en fin del postrer portero no le quedó sino las tres naranjas que había menester. Demando que cuántas naranjas cogió y cuántas naranjas dio a cada uno de los cuatro porteros.

Respuesta.

Lo harás así. Porque a él le quedaron 3 pondrás solamente medio sobre las 3 y serán $3\frac{1}{2}$, después dóblalos y serán 7, y así dirás que tenía 7 manzanas o naranjas cuando llegó al postrer portero. Pues añade medio a los 7 y serán $7\frac{1}{2}$, dóblalos y serán 15, y así dirás que tenía 15 naranjas cuando llegó al tercer portero. Asimismo, junta medio a estos 15 y serán 15 y medio, dóblalos y serán 31, y tantas naranjas tenía cuando llegó al segundo portero. Pues torna a juntar a estos 31 medio y serán 31 y medio, dóblalos y serán 63, y así dirás que tenía 63 naranjas cuando vino al primer portero, y tantas había cogido. Si quieres ver si es verdad, da al primero la mitad de 63 y media más, que son 32, y quedarán 31. Después, da al segundo la mitad de 31 y más medio, que son 16, quedarán 15. Asimismo, da al tercero la mitad de 15 y más medio, que son 8, y quedarán 7. Después, da al cuarto la mitad de 7 y medio más, que son 4, y le quedaron las 3 naranjas que demandó [fol. 170r].

COMENTARIO

Para resolver el problema, Ortega empieza por el final (el hombre ya ha salido del huerto) y aplica reiteradamente el siguiente argumento (véase la tabla adjunta): si después de cruzar una puerta el hombre tiene n naranjas, entonces antes cruzarla tenía $2(n + \frac{1}{2})$.

Número de naranjas antes de cruzar la puerta	**Número de naranjas que entrega al portero**	**Número de naranjas después de cruzar la puerta**
x	$\frac{x}{2}+\frac{1}{2}$	$x-\left(\frac{x}{2}+\frac{1}{2}\right)=\frac{x}{2}-\frac{1}{2}=n \Rightarrow$ $\frac{x}{2}=n+\frac{1}{2} \Rightarrow x=2\left(n+\frac{1}{2}\right)$

PROBLEMA 2

Un hombre fue a una huerta a coger rosas, en el cual había 4 porteros. El cual hombre prometió al primer portero que si le dejaba entrar que le daría la mitad de las rosas que trajese y media más, sin partir. El primero le dejó entrar y fue al segundo portero y le dijo que le dejase entrar y que le daría los dos tercios de las rosas que trajese y dos tercios más, sin partir. El segundo fue su voluntad de dejarle entrar. Fue al tercero y le prometió que si le dejase entrar que le daría los tres cuartos de las rosas que sacase y tres cuartos de rosa más, sin partir. Le dejó entrar y fue al cuarto portero y le prometió si le dejase entrar que le daría los cuatro quintos de las rosas que sacase y cuatro quintos de rosa más, sin partir. También fue contento y entró, y sacó tantas rosas que dio a cada uno lo que prometió y, en fin, a él le quedó una rosa. Demando que cuántas rosas sacó y cuántas dio a cada uno de los cuatro porteros.

Respuesta.

Lo harás así. Porque a él no le quedó sino una rosa, junta $\frac{1}{2}$ al uno, por la mitad que prometió al primero, y serán uno y medio, dóblalos y serán 3, a los cuales 3 junta los dos tercios que prometió al segundo y serán reducidos 11 tercios. Después, estos 11 redúcelos con los tres cuartos que prometió al tercero y serán 47. Después, estos 47 redúcelos con los 4 quintos que prometió al cuarto y serán 239, y tantas rosas dirás que tomó de la huerta para cumplir con todos cuatro y para que le quedase a él sólo una rosa (…) [fols. 170r – 170v].

COMENTARIO

Para resolver el problema, Ortega empieza por el final (el hombre ya ha salido del huerto) y aplica reiteradamente el siguiente argumento (véase la tabla adjunta): si después de cruzar una puerta (en la que entrega al portero $\frac{a}{b}$ de lo que tiene, más $\frac{a}{b}$ de una rosa) el hombre tiene n naranjas, entonces antes cruzarla tenía $\frac{nb+a}{b-a}$ rosas.

Número de naranjas antes de cruzar la puerta	**Número de naranjas que entrega al portero**	**Número de naranjas después de cruzar la puerta**
x	$\frac{ax}{b}+\frac{a}{b}$	$x-\left(\frac{ax}{b}+\frac{a}{b}\right)= \; =\frac{(b-a)x-a}{b}=n\Rightarrow \; \Rightarrow x=\frac{nb+a}{b-a}$

3) Ventas y precios extravagantes

En esta sección incluimos un tipo de problemas en los que varios fruteros obtienen la misma cantidad de dinero al vender, al mismo precio, distinto número de frutos (naranjas, manzanas, etc.).

En la *Conpusicion de la arte dela arismetica y juntamente de geometria* hemos localizado los dos siguientes:

PROBLEMA 1

Un mercader dio a tres hijos que tenía 90 naranjas para que las fuesen a vender. En que dio al mayor 50, y al mediano 30, y al menor 10, y mandó que las vendiese las suyas el mayor primero, y que después los otros dos vendiesen al mismo respeto, y que trajesen tantos dineros el uno como el otro. Demando que a cómo vendieron las naranjas cada uno y que cuántos dineros trajeron todos pues que había de traer tanto el uno como el otro.

Respuesta.

Has de saber que el mayor daba siete naranjas al dinero en que dio 49 naranjas por 7 dineros, y la una que le sobraba la dio por tres dineros, en manera que de las 50 naranjas hizo 10 dineros. El mediano hermano vendió al mismo respeto que dio 28 naranjas por 4 dineros y las 2 que le restaban las vendió a tres dineros, que eran 6 dineros, y 4 de las 28 son 10, y así tenía tantos dineros como el mayor. El hermano menor las 10 naranjas que tenía las vendió al mismo respeto, que dio 7 naranjas por un dinero y las tres que le quedaban las vendió a tres dineros, que fueron por 9 dineros, pues junta el uno de las 7 con los 9 de las tres y serán 10. Y así dirás que cada uno llevó 10 dineros al padre [fol. 170v].

COMENTARIO

Este problema oriental que también aparece en los textos renacentistas y posteriores se resuelve anunciando la venta del modo siguiente (Rodríguez Vidal y Rodríguez Rigual, 1986):

Se venden sacos de siete naranjas a un dinero el saco. Las naranjas sueltas se venden a tres dineros la unidad.

Con estos precios, los tres hermanos ganaron diez dineros cada uno.

Notemos que los números 10, 30 y 50 que representan las naranjas de cada uno de los tres hermanos están en progresión aritmética de diferencia 20.

En el caso general dichos números son:

$$a \quad , \quad a+20 \quad , \quad a+40$$

Sea c el cociente obtenido al dividir a por 7.

Sea r el resto de dicha división ($2 < r < 7$).

Es decir:

$$a = 7c + r$$

Entonces:

$$a + 20 = 7c + r + 20 = 7c + r + 21 - 1 = 7(c+3) + r - 1$$

$$a + 40 = 7c + r + 40 = 7c + r + 42 - 2 = 7(c+6) + r - 2$$

En esta situación, sea x el precio de un saco de 7 naranjas e y el precio de una naranja suelta.

Con esto, la recaudación del hermano que tiene a naranjas es:

$$cx + ry$$

La recaudación del hermano que tiene $a + 20$ naranjas es:

$$(c+3)x + (r-1)y$$

La recaudación del hermano que tiene $a + 40$ naranjas es:

$$(c+6)x + (r-2)y$$

En consecuencia, para que las tres recaudaciones sean iguales a R se debe verificar que:

$$\begin{cases} cx + ry = R \\ (c+3)x + (r-1)y = R \\ (c+6)x + (r-2)y = R \end{cases}$$

Resolviendo este sistema de ecuaciones lineales por el método de Gauss, se tiene que:

$$\begin{pmatrix} c & r & 1 \\ c+3 & r-1 & 1 \\ c+6 & r-2 & 1 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} c & r & 1 \\ 3 & -1 & 0 \\ 6 & -2 & 0 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} c & r & 1 \\ 3 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{cases} cx + ry = R \\ 3x - y = 0 \end{cases} \Rightarrow$$

Si $x = 1$, $y = 3$, $c = 1$, $r = 3$, $a = 10$, $a + 20 = 30$, $a + 40 = 50$ el problema general se convierte en el propuesto por Ortega.

PROBLEMA 2

Un mercader dio a tres criados que tenía 74 manzanas para que las fuesen a vender. En que dio al mayor 36, y al mediano 22, y al menor 16. Y mandó a los dos menores que cómo vendiese el mayor así vendiesen ellos y que trajesen tantos dineros cada uno de ellos como él. Ellos lo hicieron así que vendieron como él vendía y trajeron tantos dineros como él. Demando que a cómo vendió cada uno y que cuántos dineros llevó cada uno.

Respuesta.

Harás así. Que dirás que el mayor vendió 30 manzanas por 5 dineros, dando 6 al dinero. Y de las 6 que quedaban dio 2 por un dinero, y 4 manzanas por 4 dineros. En que hizo de todas 36 manzanas 10 dineros.

El mediano vendió al mismo respecto que dio 12 manzanas por 2 dineros, y de las 10 que le quedaban vendió 4 por 2 dineros, dando 2 al dinero, y vendió 6 por 6 dineros. Y así hizo 10 dineros de las 22 manzanas.

El menor vendió al mismo respecto que dio 6 manzanas por un dinero, y dio 2 manzanas por un dinero, y 8 manzanas por 8 dineros. Y así hizo 10 dineros como cada uno de los otros. En manera que cada uno de ellos llevó 10 dineros [fols. 170v – 171r].

COMENTARIO

El problema propuesto por Ortega se resuelve anunciando la venta con el siguiente cartel.

Se venden sacos de seis manzanas a un dinero el saco, sacos de dos manzanas a un dinero el saco. Las naranjas sueltas se venden a un dinero la unidad.

Vendiendo a estos precios, cada uno de los tres hermanos obtuvo diez dineros.

¿Es esta la única ganancia que puede obtener cada hermano?

Resulta claro que no.

En efecto.

Si designamos por x los dineros que cuesta cada saco de seis manzanas, por y los dineros a que se vende cada saco de dos manzanas, y por z los dineros a que se vende cada manzana suelta, resulta que:

$$\begin{cases} 5x + y + 4z = G \\ 2x + 2y + 6z = G \\ x + y + 8z = G \end{cases}$$

donde G representa la ganancia de cada hermano.

Aplicando el método de Gauss al sistema anterior, éste se convierte en el sistema indeterminado:

$$\begin{cases} x + y + 8z = G \\ y + 9z = G \\ 10z = G \end{cases} \Rightarrow z = \frac{G}{10}$$

Dando a G valores naturales que sean múltiplos de 10 se obtienen infinitas soluciones naturales del sistema original.

Para $G = 10$ se obtiene la solución de Ortega.

4) El problema de los huevos rotos

En la categoría de problemas recreativos clásicos se encuentran aquellos en los que se debe calcular un número del que se conocen los restos de sus divisiones por 2, 3, 4, 5, 6, etc.

Dado que muchos de estos problemas tienen un enunciado en el que interviene algún personaje transportando huevos, que finalmente se rompen, los hemos etiquetado con el nombre de «problemas de los huevos rotos».

PROBLEMA 1

Un labrador llevaba huevos en una cesta para venderlos y pasó un escudero y los quebrantó todos. El labrador le dijo que se los pagase. El escudero dijo que le placía y, por tanto, que le dijese que cuántos huevos llevaba. El labrador le respondió que si los huevos que él le había quebrado los contaran de dos en dos sobrara uno, y si los contaran de tres en tres sobrara uno, y si los contaran de 4 en cuatro sobrara uno, y si los contaran de 5 en cinco sobrara uno, y si los contaran de 6 en seis sobrara uno, y si los contaran de 7 en siete venían cabales. Demando que cuántos huevos traía el labrador.

Respuesta.

Lo harás así. Busca un número donde quepan $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}, \frac{1}{6}$ y hallarás que el tal número será 60, a los cuales junta uno y serán 61, los cuales mira si partidos por 7 vienen iguales, y hallarás que no. Pues, por tanto, junta los 60 a los 61 y serán 121. Pues mira también si se puede partir por 7 y que vengan iguales, y hallarás que no. Pues, por tanto, torna a juntar los 60 a los 121 y serán 181, los cuales mira si se pueden partir por 7 y que vengan iguales, y hallarás que no. Pues, por tanto, torna a juntar los 60 a los 181 y serán 241, los cuales mira si se pueden partir por 7, y hallarás que no. Pues torna a juntar con los 241 los 60 y serán 301, los cuales mira si se pueden partir por 7, y hallarás que sí. Y por tanto dirás que el escudero le había quebrantado 301 huevos. Si quieres ver si es verdad cuenta de 2 en dos y sobrará uno, y de tres en tres y sobrará uno, y de cuatro en 4 sobrará uno, de 5 en cinco sobrará uno, y de seis en 6 sobra uno, y de siete en 7 vienen iguales [fol. 177r].

COMENTARIO

La resolución de Ortega se ajusta al siguiente plan.

$$\text{m. c. m. } (2, 3, 4, 5, 6) = 60$$

En consecuencia:

$$61 = 60 + 1 = 2 \cdot p_1 + 1 = 3 \cdot p_2 + 1 = 4 \cdot p_3 + 1 = 5 \cdot p_4 + 1 = 6 \cdot p_5 + 1$$

Es decir: al dividir 61 por 2, 3, 4, 5 y 6 se obtiene resto 1

Además, todos los números de la serie siguiente satisfacen la misma condición.

$$61\,,121\ (= 61 + 1 \cdot 60)\,,181\ (= 61 + 2 \cdot 60),$$
$$241\ (= 61 + 3 \cdot 60)\,,301\ (= 61 + 4 \cdot 60), \ldots$$

En esta serie, el primer múltiplo de 7 es 301 .

Por tanto: 301 es el menor entero positivo que satisface las condiciones del problema.

En general, las soluciones del problema se pueden obtener del modo siguiente:

$$\text{m.c.m. } (2,3,4,5,6) = 60$$

Entonces, el número total de huevos debe ser de la forma $60x + 1$, y por ser múltiplo de 7 se deberá cumplir que:

$$60x + 1 = 7y \ \ \text{(ecuación diofántica lineal con dos incógnitas)}$$

Por tanto:

$$y = \frac{60x+1}{7} = 8x + \frac{4x+1}{7}$$

$$\text{Si } \frac{4x+1}{7} = t, \text{entonces } x = \frac{7t-1}{4} = t + \frac{3t-1}{4}$$

$$\text{Si } \frac{3t-1}{4} = u, \text{entonces } t = \frac{4u+1}{3} = u + \frac{u+1}{3}$$

$$\text{Si } \frac{u+1}{3} = v, \text{entonces } u = 3v - 1$$

Deshaciendo los cambios de variable resulta:

$$y = 60v - 17$$

En consecuencia:

$$\text{N} = \text{número de huevos} = 7y = 420v - 119$$

$$\text{Si } v = 1 \Rightarrow \text{N} = 301$$

$$\text{Si } v = 2 \Rightarrow \text{N} = 721$$

... ...

... ...

PROBLEMA 2

Es una mujer que acontece el mismo caso que un hombre le quebranta los huevos y ella dice que se los pague y el dice que cuántos huevos traía. Ella responde que contándolos de dos en 2 sobraba uno, y contándolos de tres en 3 sobraban 2, y contándolos de 4 en cuatro sobran 3, y contándolos de 5 en cinco sobran 4, y contándolos de 6 en 6 sobraban 5, y de siete en 7 no sobraba nada. Demando que cuántos huevos llevaba.

Respuesta.

Lo harás así. Busca un número donde quepan todos los sobredichos números como son $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{5}$, $\frac{1}{6}$, y hallarás que el tal número será 60, los cuales 60 quita un punto y quedarán 59. Después, junta estos 59 a los 60 y montarán 119, y tantos huevos le había quebrado. Porque de dos en 2 sobran uno, y de tres en 3 sobran 2, y de cuatro en 4 sobran 3, y de cinco en 5 sobran 4, y de seis en 6 sobran 5, y de siete en 7 vienen iguales.

[fol. 177r]

COMENTARIO

La regla propuesta se puede explicar en los siguientes términos:

El número de huevos [= x], además de ser múltiplo de 7, debe satisfacer las condiciones siguientes:

$$x = 2p + 1 = 3q + 2 = 4r + 3 = 5s + 4 = 6t + 5 \qquad [*]$$

El menor número natural que satisface dichas condiciones es 59.

Dado que m. c. m. (2, 3, 4, 5, 6) = 60, los números

$$59\,, 119\,(= 59 + 60)\,, 179\,(= 59 + 2 \cdot 60)\,, 239\,(59 + 3 \cdot 60)\,, \ldots$$

también satisfacen las condiciones [*].

Dado que 119 = 7 · 17, resulta que 119 es solución del problema.

REFLEXIÓN FINAL

Al principio de este trabajo, hemos advertido que su contenido forma parte de una investigación más amplia y ambiciosa en la que, entre otros objetivos, se persigue estudiar el contenido de las aritméticas españolas renacentistas.

Esta revisión y análisis de las fuentes permitirá emitir un juicio sobre la valía de las obras de nuestros matemáticos. En esto coincidimos con José Mª Lorente Pérez (1921), que en su tesis doctoral, dirigida por Rey Pastor, puntualizaba:

> (…) mucho estimula mi propósito el saber la falta grande que hay en nuestra Patria de esta clase de investigaciones en las que se averigüe, acudiendo directamente a las fuentes, lo bueno, mediano o erróneo que en la matemática pura hayan hecho los españoles.

Agradecimientos: Esta investigación ha sido subvencionada dentro del proyecto EDU2011-27168 del Plan Nacional de I + D + i (2008-2011) del Ministerio de Ciencia e Innovación de España.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Lorente, J. M. (1921). *Biografía y análisis de las obras de Matemática pura de Pedro Sánchez Ciruelo*. Madrid: Publicaciones de la Junta para ampliación de estudios e Investigaciones científicas.

Meavilla, V. (2008). *Aspectos históricos de las matemáticas elementales* (2ª edición). Zaragoza: Prensas Universitarias de Zaragoza.

Meavilla, V. (2011). *El lobo, la cabra y la col.* Córdoba: Editorial Almuzara, S. L.

ORTEGA, J. de (1512). *Conpusicion de la arte de la arismetica y juntamente de geometria: fecha por…* León: en casa de Maistro Nicolau de Benedictis: por Joannnes Trinxer librero de Barcelona.

Rey Pastor, J. (1926). *Los matemáticos españoles del siglo XVI*. Biblioteca Scientia.

Rodríguez, R. y Rodríguez, M. C. (1986). *Cuentos y cuentas de los matemáticos*. Barcelona: Editorial Reverté, S. A.

Sigler, L.E. (2002). *Fibonacci's Liber Abaci. A translation into Modern English of Leonardo Pisano's Book of Calculation*. New York: Springer-Verlag.