



Materials de Formació

Elaboració d'activitats amb el GeoGebra

Autores:
Mònica Torres Pons
Lilaya García Monago

Juny 2007
Actualitzat: setembre 2008



Govern de les Illes Balears

Conselleria d'Educació i Cultura

Direcció General d'Innovació i Formació del Professorat

Elaboració d'activitats amb el GeoGebra

autores: Mònica Torres Pons
Lilaya García Monago

Servei de Formació Permanent del Professorat
Direcció General d'Innovació i Formació del Professorat
Conselleria d'Educació i Cultura

Setembre de 2008



obra de [Mònica Torres Pons i Lilaya García Monago](#) està subjecta a una [llicència de Reconeixement-No comercial-Compartir amb la mateixa llicència 3.0 Espanya de Creative Commons](#)

CONVENCIONS

Els símbols utilitzats en aquest text són:



Activitats d'introducció

Activitats completament guiades amb exposició gradual de continguts, que permetin assegurar els continguts mínims de la programació del mòdul de formació.



Reforç

Activitats de consolidació i reforç:

Aquestes activitats presenten una dificultat un poc superior ja que no són tan guiades i permetran un millor domini dels temes estudiats.



Activitats de lliurament obligat

Les activitats que venen marcades per aquesta icona s'hauran d'enviar obligatòriament a la tutoria per tal de poder superar el curs de formació.



Activitats opcionals

Activitats d'ampliació de coneixements que permeti aprofundir en la temàtica tractada. No són obligatòries i no s'han de fer si es veu que hi haurà dificultat per seguir el ritme aconsellat per al curs.



Recomanacions o comentaris

Recomanacions o comentaris que permetran una millor realització de les activitats encomanades



AJUDA

Ajuda

Per algunes activitats, si la seva resolució presenta problemes, es podrà consultar l'ajuda que donarà pistes per facilitar la seva realització.



Recursos addicionals

Per poder ampliar els coneixements, es posa a la disposició dels alumnes una documentació complementària de consulta o d'ampliació.

1. QUÈ ÉS GEOGEBRA?	5
1.1. INSTAL·LACIÓ DEL PROGRAMA	5
1.1.1. <i>GeoGebra WebStart</i>	5
1.1.2. <i>Instal·lació local del GeoGebra</i>	6
2.1. LES OPCIONS DE MENÚ MÉS IMPORTANTS	9
2.1.1. <i>Menú Fitxer</i>	9
2.1.2. <i>Menú Edita</i>	9
2.1.3. <i>Menú Visualitza</i>	9
2.1.4. <i>Menú Opcions</i>	10
2.1.5. <i>Menú Eines</i>	10
3.1. ELS MODES	10
3.1.1. <i>Modes Generals</i>	11
3.1.2. <i>Punt</i>	11
3.1.3. <i>Vector, segments, rectes i semirectes</i>	11
3.1.4. <i>Rectes i lloc geomètric</i>	13
3.1.5. <i>Polígon</i>	14
3.1.6. <i>Secció cònica, arcs i sectors</i>	15
3.1.7. <i>Angles i mides</i>	17
3.1.8. <i>Transformacions geomètriques</i>	18
3.1.9. <i>Punts lliscants, text i imatges</i>	20
3.1.10. <i>Opcions de visualització</i>	23
4.1. ENTRADA D'OBJECTES	24
4.1.1. <i>Entrada de números i angles</i>	24
4.1.2. <i>Entrada de punts i vectors</i>	24
4.1.3. <i>Entrada d'una recta</i>	25
4.1.4. <i>Entrada d'una secció cònica</i>	25
4.1.5. <i>Entrada de funcions</i>	26
4.1.6. <i>Entrada d'operacions aritmètiques</i>	27
4.2. UTILITZANT ELS COMANDAMENTS	28
4.2.1. <i>Comandaments generals</i>	28
4.2.2. <i>Comandaments booleans</i>	28
4.2.3. <i>Números</i>	28
4.2.4. <i>Angles</i>	31
4.2.5. <i>Punts</i>	32
4.2.6. <i>Vectors</i>	33
4.2.7. <i>Segments</i>	33
4.2.8. <i>Semirectes</i>	33
4.2.9. <i>Polígons</i>	33
4.2.10. <i>Rectes</i>	34
4.2.11. <i>Seccions còniques</i>	35
4.2.12. <i>Funcions</i>	35
4.2.13. <i>Corbes paramètriques</i>	37
4.2.14. <i>Arcs i sectors</i>	37
4.2.15. <i>Imatges</i>	38
4.2.16. <i>Llocs geomètrics</i>	38
4.2.17. <i>Seqüència</i>	38
4.2.18. <i>Transformacions geomètriques</i>	38
5.1. IMPRIMIR	39
5.1.1. <i>Zona gràfica</i>	39
5.1.2. <i>Passos de la construcció</i>	40
5.2. EXPORTAR LA ZONA GRÀFICA COM A UNA IMATGE O PSTricks	40
5.3. POSAR LA ZONA GRÀFICA AL PORTA-RETALLS	40
5.4. EXPORTAR COM A PÀGINA WEB	40
5.4.1. <i>Passos de la construcció</i>	41
5.4.2. <i>Construcció interactiva com a pàgina web</i>	41

PROGRAMARI UTILITZAT EN EL CURS:

- GeoGebra

1. QUÈ ÉS GEOGEBRA?

GeoGebra és un programari interactiu que reuneix geometria, àlgebra i càlcul. Va ser especialment dissenyat com a eina per a l'ensenyança i l'aprenentatge de matemàtiques al nivell d'ensenyança secundària.

Per un costat, GeoGebra és un sistema de geometria dinàmica. Permet fer construccions tant amb punts, vectors, segments, rectes, seccions còniques com funcions que després es poden modificar dinàmicament.

Per una altra banda, es poden introduir equacions i coordenades directament. Així, GeoGebra té la potència de treballar amb variables vinculades a números, vectors i punts; permet trobar derivades i integrals de funcions i ofereix un repertori de comandaments propis de l'anàlisi matemàtic, per identificar punts singulars d'una funció, com arrels o extrems.

Geogebra ha rebut diverses distincions i premis internacionals incloent premis al programari educatiu a nivell europeu i alemany (European and German Educational Software Awards).

1.1. Instal·lació del programa.

El programa GeoGebra està baix la llicència GNU (General Public License) pel que està permès utilitzar el programa amb qualsevol propòsit i redistribuir-lo lliurement.

Per treballar amb el programa es pot fer de dues maneres: instal·lant el programa al nostre ordinador o mitjançant una versió que es troba a la pàgina del programa (GeoGebra WebStart). Anam a veure com fer la instal·lació de les dues maneres.

1.1.1. GeoGebra WebStart.

Aquesta opció instal·la el programa automàticament des del lloc d'Internet de tal manera que sempre que s'obri el programa comprova al lloc si hi ha una versió més nova i l'actualitza en cas afirmatiu. Encara que també permet treballar amb el GeoGebra sense estar connectats a Internet.

Per instal·lar aquesta versió al nostre ordinador és molt senzill, basta en anar a la adreça <http://www.geogebra.org>, triar l'opció Descàrrega del menú i en la nova pàgina que s'obri clicar damunt l'opció GeoGebra WebStart i ja està. Ens crearà una icona a l'escriptori per poder executar el programa.



1.1.2. Instal·lació local del GeoGebra.

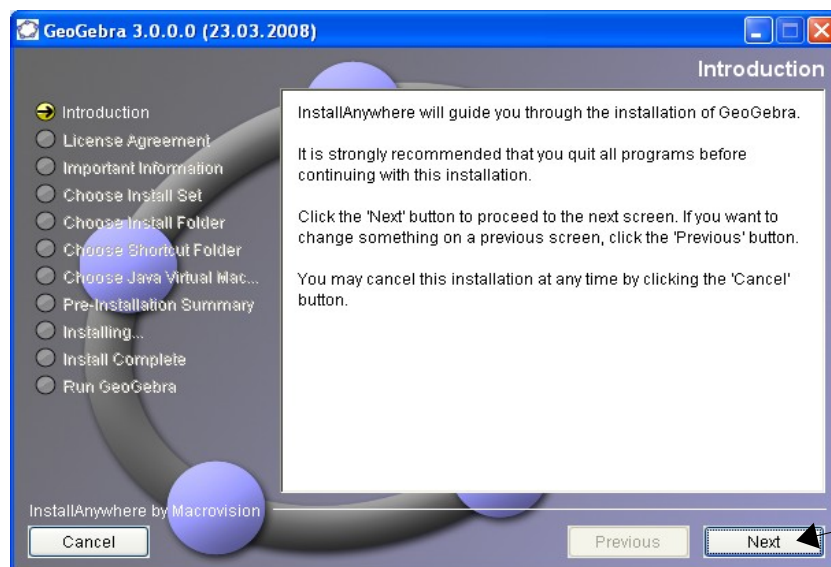
L'altre opció és baixar el programa d'instal·lació i amb aquest instal·lar el programa a les màquines on ens interressi.

El programa per funcionar necessita que l'ordinador tingui instal·lada almenys la versió 1.4.2 del Java. Si no el tenim no hi ha cap problema perquè a la pàgina de descàrrega del GeoGebra (www.geogebra.org/download/install.htm) ens donen la possibilitat de baixar primer el Java i després el GeoGebra.

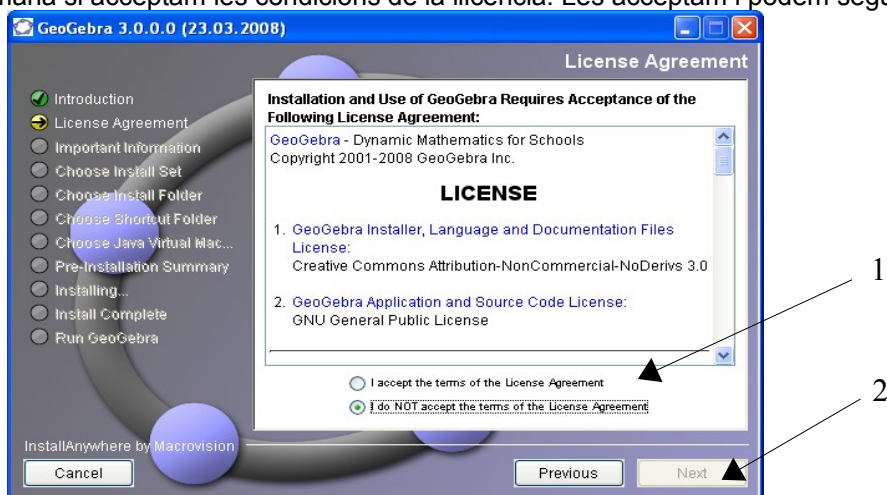


Una volta baixat el paquet d'instal·lació primer hi ha que instal·lar el Java si no el teníem, i després el GeoGebra. La instal·lació del Java és molt senzilla, només cal acceptar la llicència. Per instal·lar el GeoGebra els passos també són d'allò més fàcil.

1. Fer doble clic damunt l'arxiu que ens hem baixat (*GeoGebra_3_0_0_0.exe*)
2. La següent finestra és només informació. Podem prémer el botó per continuar (Next).



3. Ara ens demana si acceptam les condicions de la llicència. Les acceptem i podem seguir.



4. La següent pantalla torna a ser d'informació, podem passar a la pròxima.
5. Ara hem de decidir el tipus d'instal·lació que volem. Triarem la típica i continuarem.



6. La següent demana a quina carpeta fa la instal·lació, podem deixar la que té per defecte, i passar a la següent que ens dóna informació de la instal·lació i ens demana per començar-la. Premem damunt el botó "Install" i començarà el procés. Una volta acabada la instal·lació ens dirà que ha tingut èxit i ens donarà l'opció d'obrir el programa en tancar l'auxiliar d'instal·lació.

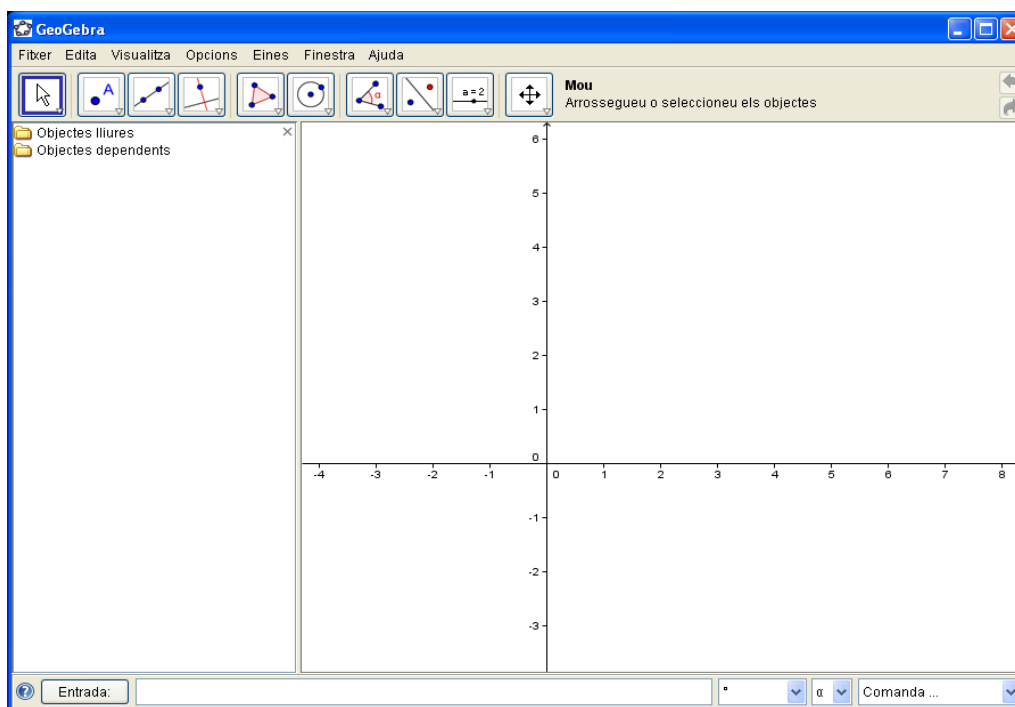


2. LA PANTALLA DE GEOGEBRA.

Quan obrim el programa la pantalla que veiem està dividida en dues finestres, la finestra geomètrica a la dreta i la finestra algebraica a l'esquerra.

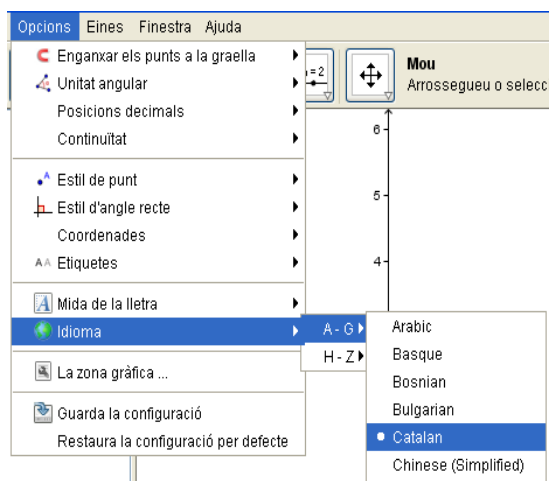
A la finestra geomètrica es poden veure gràficament punts, vectors, polígons, funcions, seccions còniques, rectes i segments. Quan el ratolí es desplaça per sobre d'un objecte es mostra una descripció.

A la finestra algebraica es mostren els valors, coordenades i equacions. Aquesta finestra es pot mantenir tancada si es vol treballar només de manera gràfica i així aprofitar tota la pantalla com a finestra geomètrica.



Canvi d'idioma

Amb l'opció del menú *Opcions*/Idioma se'ns obri una llista desplegable amb totes les llengües en que està traduït el programa. Clica damunt la que vols utilitzar.



2.1. Les opcions de menú més importants.

Abans de començar a treballar pròpiament amb el programa, anam a veure les opcions de la barra de menús pròpies del programa que ens poden ser més útils.

2.1.1. Menú Fitxer.

- Previsualitza. Ens permet, abans d'imprimir, modificar les opcions d'impressió i també afegir el títol, l'autor i la data de l'activitat, tant per a la impressió de la zona gràfica com per a la impressió del llistat dels passos de construcció d'una activitat.
- Exporta. Les activitats, una volta acabades, es poden convertir en pàgines web interactives on es pot treballar sense necessitat d'obrir el GeoGebra. També es pot desar la zona gràfica amb format d'imatge per poder utilitzar-la des d'altres programes.

2.1.2. Menú Edita.

- Propietats. Mostra una finestra amb les propietats de l'objecte activat en el moment.



Finestra de propietats

Una manera més còmoda de veure les propietats d'un objecte és fer clic amb el botó dret del ratolí damunt i seleccionar l'opció **propietats**.

Hi ha que tenir en compte que part de les propietats varien segons el tipus d'objecte.

2.1.3. Menú Visualitza.

Bàsicament aquí podem triar quins elements volem veure a la pantalla del programa. Alguns són molt útils, però només en determinats moments, per tant, el millor és tenir-los desactivats mentre no fan falta i així podem aprofitar al màxim la finestra gràfica.

- Eixos, graella. Els eixos o una graella auxiliar poden dibuixar-se per tal de servir de guies.
- Finestra algebraica. La finestra pot estar oberta o no.
- Objectes auxiliars. La carpeta on s'inclouen els objectes auxiliars de la finestra algebraica pot no mostrar-se.
- Divisió vertical. En cas d'estar oberta la finestra algebraica, amb aquesta opció la divisió de la pantalla és vertical. Si aquesta opció està desactivada i es mostra la finestra, la divisió serà horitzontal.
- Entrada, llista de comandes. A la part inferior hi pot haver un espai per introduir comandes. I aquest pot tenir un desplegable amb el llistat de totes les comandes possibles.
- Barra de navegació pels passos de la construcció. Per anar repetint o desfent els passos que s'han seguit a l'hora de fer una activitat.
- Botó de reproduir. Per repetir automàticament tots els passos de la construcció. La barra de navegació pels passos ha d'estar activada.
- Botó per obrir tots els passos de la construcció, Passos de la construcció. Obri un llistat amb els passos que s'han fet. El botó per obrir tots els passos de la construcció només és pot activar quan la barra de navegació pels passos també està activat.

2.1.4. Menú Opcions.

- Enganxar els punts a la graella|graella(actiu). Obliga a fixar els punts en el nusos de la graella.
- Unitat angular. Ens permet triar treballar amb graus o amb radians.
- Posicions decimals. Per triar el nombre de decimals amb que es vol treballar.
- Estil de punt, coordenades. Opcions de format.
- Idioma. Per triar la llengua del programa.
- La zona gràfica. Per modificar el color de fons, característiques i format dels eixos i de la graella.

2.1.5. Menú Eines.

- Crea una nova eina. Permet crear una eina a partir d'una construcció ja feta. És molt útil per automatitzar alguns passos en construccions complicades.
- Administra les eines. Per administrar les eines creades per l'usuari.
- Personalitza la barra d'eines. Per modificar les eines que apareixen a la barra d'eines.

3. ENTRADA GEOMÈTRICA.

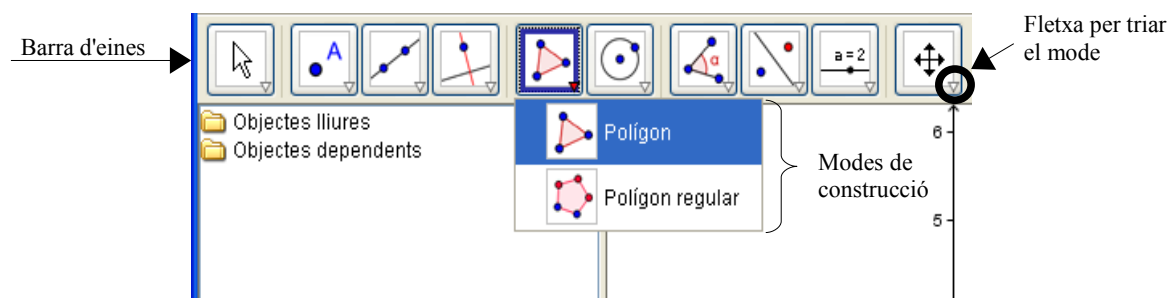
L'entrada geomètrica és per treballar amb punts, vectors, segments, rectes, seccions, ... que anam introduint i modificant amb el ratolí directament.

Quan es desplaça el ratolí sobre un objecte de la finestra geomètrica es mostra una descripció. Si es fa doble clic s'obri la finestra de propietats de l'objecte, on es pot canviar la seva aparença. I si es fa clic amb el botó dret ens surt un menú contextual on es pot triar la notació algebàrica que volem (coordenades polars o cartesianes, equacions implícites o explícites, ...) entre altres opcions com fer l'objecte invisible, que deixi un rastre quan es mogui,...

3.1. Els Modes.

La manera de dir al programa com ha d'interpretar les diferents accions (punt nou, recta entre dos punts,...) del ratolí és mitjançant els modes.

Per triar el mode a utilitzar ho podem fer des de la barra d'eines, clicant damunt la petita fletxa que està a les icones de cada menú.



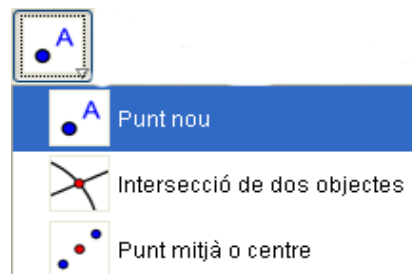
Ara anam a veure per cada menú de la barra quins modes tenim i per a què serveixen.

3.1.1. Modes Generals.



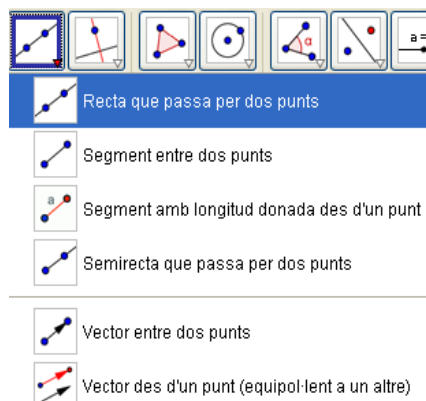
- Mou. Per arrossegar i deixar anar objectes lliures amb el ratolí. També serveix per seleccionar un objecte o més d'un (amb la tecla <Ctrl>).
- Gira al voltant d'un punt. Primer hi ha que seleccionar el punt centre del gir i després arrossegam amb el ratolí l'objecte que ha de girar.

3.1.2. Punt.



- Punt nou. Al clicar damunt l'àrea gràfica es dibuixa un nou punt. Es poden crear en un espai buit, damunt d'una recta, segment o secció cònica o també en la intersecció de dos objectes.
- Intersecció de dos objectes. Es poden crear de dues formes:
 - marcant els dos objectes i així es creen tots els punts d'intersecció que hi hagi entre els dos objectes.
 - Fent clic damunt la intersecció a on es vol crear el punt. (Es crea un únic punt).
- Punt mitjà o centre. Serveix per obtenir el punt mitjà entre dos punts (clicant damunt els dos) o el punt mitjà d'un segment (clicant damunt el segment). També es pot trobar el punt central d'una secció cònica fent clic amb el ratolí damunt la secció.

3.1.3. Vector, segments, rectes i semirectes.




- Recta que passa per dos punts. Al marcar dos punts A i B es crea la recta que passa entre ells. El vector que fixa la seva direcció serà (B-A).
- Segment entre dos punts. Al marcar dos punts es crearà el segment que els uneix.
- Segment amb longitud donada des d'un punt. Es clica damunt el punt origen i a la finestra que se'ns obri s'introdueix la longitud del segment. Es dibuixa un segment on l'extrem es pot fer girar en mode **Mou** al voltant del punt inicial.
- Semirecta que passa per dos punts. Al marcar dos punts A i B es dibuixa una semirecta que comença en el punt A i passa per B.
- Vector entre dos punts. Marca el punt d'inici i el d'aplicació del vector.
- Vector des d'un punt. Al marcar un punt A i un vector v es crea el punt $B=A+v$ i el vector de A a B.




Activitat d'introducció 1

-Col·loca un punt sobre la finestra de treball.


Hauràs de fer clic sobre el botó PUNT , el qual queda activat. Desplaça el punter del ratolí a la finestra de treball i observa que adopta la forma d'una creu. Fes clic en alguna posició i veuràs que hi dibuixa un punt A. Observa que a la finestra d'àlgebra apareix com a objecte lliure el punt A i ens dóna les seues coordenades cartesianes.

-Col·loca un altre punt a la finestra de treball i dibuixa una recta que passi per aquests dos punts A i B.

Torna a fer clic en una altra posició de la finestra de treball i crearà un segon punt B. Ara per construir la recta que passa per aquests dos punts tria a la barra d'eines el botó

RECTA , el qual queda activat. Ara has de situar el punter del ratolí sobre un dels punts i seleccionar-lo. Després fer el mateix amb l'altre punt creat. Apareixerà una recta que passa pels dos punts A i B. A la finestra d'àlgebra apareix un nou objecte dependent, la recta "a" donada per la seva equació.

Crea una carpeta per guardar totes les construccions del curs anomenada "pràctiques Geogebra". Guarda-hi la teua primera construcció amb el nom "**intro1**". Prova de sortir de la construcció i entrar una altra vegada a veure si la pots visualitzar.

Experimenta amb la construcció anterior. Activa el botó PUNTER , situa't sobre un dels PUNTS A o B, observa que el cursor canvia d'aspecte quan estem sobre un d'ells. Si clicam i arrossegam l'objecte sense deixar de prémer el botó esquerre del ratolí, veuràs que el punt es mou i la recta es modifica al mateix temps mantenint les propietats – en aquest cas que passa pels dos punts-.

Els punts "A" i "B" direm que son objectes lliures i la recta "a" és un objecte dependent perquè s'ha creat a partir d'altres objectes preexistents.

Si tens activada l'opció punter i vols **esborrar** algun objecte, l'actives clicant-hi sobre i esborres amb la tecla *Supr.*

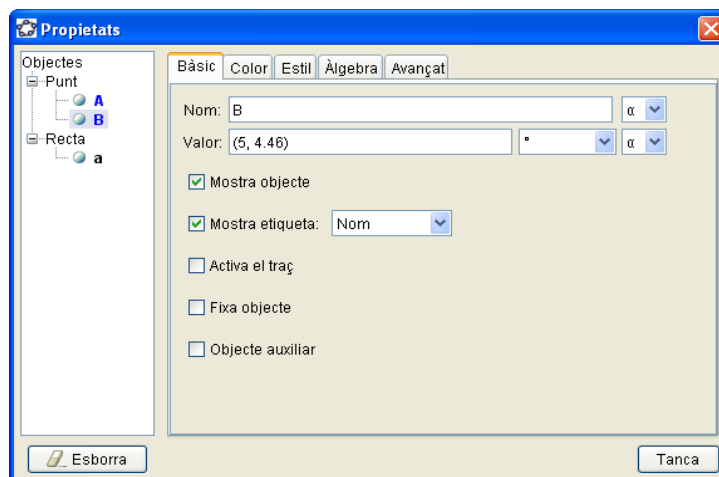


Activitat de reforç 1

Canvia les propietats dels objectes anteriors.

Obre l'activitat anterior (en la barra de menús tria Fitxer i l'opció Obre, i tria l'arxiu "intro1" que hem guardat a la carpeta "pràctiques Geogebra").

Amb l'opció punter activada fes doble clic sobre el punt B de l'exercici anterior, s'obri una finestra amb les propietats de l'objecte que ens permet canviar la mida del punt, el nom, el color...



Realitza els següents canvis:

- Color: morat
- Mostra etiqueta: Nom & Valor
- Estil Mesura: 5
- Canvia el nom al punt B per C.

Guarda aquesta construcció amb el nom **reforç1** a la carpeta de pràctiques del curs.

3.1.4. Rectes i lloc geomètric.



- Recta perpendicular. En seleccionar una recta i un punt es crea la recta perpendicular a la primera que passa pel punt.
- Recta paral·lela. En marcar una recta i un punt, es dibuixa la recta paral·lela que passa pel punt.
- Mediatriu. Una mediatriu es pot crear fent clic damunt un segment o damunt de dos punts.

- Bisectriu. Per fer la bisectriu d'un angle podem partir de les rectes que formen l'angle o de tres punts A, B i C, on B es considerarà el vèrtex. (És important l'ordre en la selecció dels punts ja que no serà el mateix resultat si clicam A, B i C que si l'ordre és B, C i A.)
- Tangents. Es poden crear de dues formes:
 - marcar un punt i una cònica per crear totes les tangents a la cònica que passen pel punt.
 - marcar una recta i una cònica per dibuixar totes les tangents a la cònica paral·leles a la recta.
- Polar o diàmetre. Per establir la recta polar es marca un punt i una secció cònica. Pel diàmetre cal marcar una recta o vector i una secció cònica.
- Lloc geomètric (Locus). Selecciona el punt Q del que vols dibuixar el lloc geomètric, després clica damunt un punt P del que dependrà Q. El punt P ha de pertànyer a un objecte.




Activitat d'introducció 2

En aquesta activitat crearem una recta paral·lela a una altra i que passa per un punt.

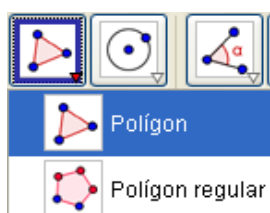
- Col·loca una recta "a" sobre la finestra de treball tal i com hem fet en l'activitat d'introducció 1.

- Dibuixa una recta paral·lela a la recta "a" i que passi per un nou punt "C". Primer crea el nou punt C amb l'opció PUNT que no sigui a sobre de la recta "a". A continuació, fes un clic sobre el botó CONSTRUIR, es desplegarà el menú i activa

l'acció PARAL·LELA . Li hem d'indicar la recta a la que ha de ser paral·lela, mou el punter sobre la recta "a", veuràs com la remarca i, a més, una etiqueta amb l'objecte que estàs triant en aquell moment, (en aquest cas recta que passa pels punts A i B), fes clic per validar-la i finalment, mou el punter sobre el punt "C" per indicar-li el punt pel qual vols que passi, també ho has de validar fent clic sobre el punt. Automàticament es crea una recta paral·lela a la recta "a" que passa pel punt C.

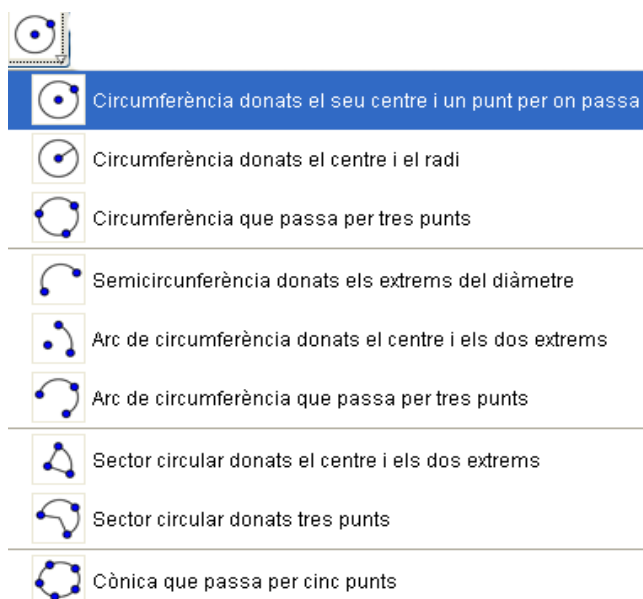
Guarda aquesta construcció amb el nom **intro2** a la carpeta de pràctiques del curs.

3.1.5. Polígon.



- Polígon. Per dibuixar un polígon hi ha que marcar com a mínim tres vèrtexs diferents i acabar tornant a marcar el primer.
- Polígon regular. Per construir un polígon regular de costat AB, marca els dos punts i introdueix a la finestra que s'obri el nombre de vèrtexs.

3.1.6. Secció cònica, arcs i sectors.






- Circumferència donats el seu centre i un punt per on passa. Marcant dos punts M i P, i es crea una circumferència amb centre a M que passa per P.
- Circumferència donats el centre i el radi. Cal marcar el punt que serà el radi i a la finestra que s'obri introduir el valor del radi.
- Circumferència que passa per tres punts. En marcar tres punts es crea la circumferència que passa per ells. En cas de que estiguin alineats es crea una recta.
- Semicircumferència donats els extrems del diàmetre. En marcar dos punts es crea el semicercle que els uneix.
- Arc de circumferència donats el centre i els dos extrems. En marcar tres punts M, A i B es forma un arc circular de centre a M, amb origen a A i que tendeix a B.
- Arc de circumferència que passa per tres punts. Marcar els tres punts per dibuixar l'arc circular que passa pels tres.
- Sector circular donats el centre i els dos extrems. Marcar tres punts M, A i B per crear un sector circular amb centre M, origen A i que tendeix cap a B.
- Sector circular donats tres punts. Per dibuixar un sector circular que passi per tres punts basta amb marcar els tres punts.
- Cònica que passa per cinc punts. Marcant cinc punts es defineix la secció cònica que passa per ells, sempre i quan al menys quatre no estiguin alineats.



L'opció circumferència ens pot servir com a eina de treball com un compàs per transportar distàncies.

**Activitat opcional 1**

Construeix un triangle a partir de tres segments “a”, “b” i “c” que seran els seus costats.









- Situa tres segments “a”, “b” i “c” i transporta sobre una recta, (amb les opcions CIRCUMFERÈNCIA , PUNT D'INTERSECCIÓ  i SEGMENT ) el segment c.
- Transporta els segments a i b sobre els punts extrems de c.
- Defineix el punt d'intersecció de les circumferències resultants de les accions anteriors.
- Construeix el triangle definit pels punts extrems del segment c i el punt intersecció.

Experimenta amb la construcció i comprova que és correcta. Activa el botó PUNTER, situa't sobre un dels objectes creats (segments); clica i arrossegas l'objecte prement permanentment sobre el botó esquerre del ratolí, veuràs que la construcció es mou i que els objectes conserven les seves propietats – en aquest cas, és un triangle amb costats els segments donats.

Desa l'activitat amb el nom **Triangle** a la carpeta del curs.


**Activitat d'entrega obligada 1**

Construcció d'un quadrat.

- Traça un segment AB qualsevol amb l'opció segment .
- Dibuixa la recta perpendicular al segment anterior que passi per un dels extrems del segment, per exemple el punt B (tria l'opció RECTA PERPENDICULAR  i després clica sobre el punt B i el segment)
- Ara dibuixa una circumferència (opció CIRCUMFERÈNCIA DONATS EL CENTRE I UN PUNT PEL QUE PASSA , triant com a centre el punt B i de radi el segment AB), d'aquesta manera hem aconseguit traslladar la mesura del segment AB a la nova recta.
- La circumferència talla a la recta anterior en dos punts. Assenyalas un d'aquests punts amb l'opció INTERSECCIÓ DE DOS OBJECTES . Aquest nou punt C és el tercer vèrtex del quadrat.
- Dibuixa una altra recta perpendicular que passi per aquest nou punt C i sigui perpendicular a la recta que passa per B i C (tria l'opció RECTA PERPENDICULAR  i després clica sobre el punt C i la recta que passa per B i C).
- Per obtenir l'últim vèrtex dibuixarem la recta perpendicular al segment i que passi per l'extrem A (tria l'opció RECTA PERPENDICULAR  i després clica sobre el punt A i el segment AB).
- Marca el punt on es tallen les dues rectes anteriors amb l'opció INTERSECCIÓ DE DOS OBJECTES . Ja tenim definit el quadrat pels seus quatre vèrtexs.
- Per acabar, tria l'opció POLÍGON  i dibuixa el quadrat que hem trobat. Recorda que has de clicar en cada vèrtex ordenadament i acabar la figura clicant sobre el primer vèrtex que has seleccionat.

Guarda l'activitat amb el nom **Quadrat** a la carpeta d'activitats del curs (al menú Fitxer, tria Anomena i desa).

Una vegada has guardat l'activitat experimenta amb aquesta construcció. Activa el botó

PUNTER , situa't sobre un dels objectes creats (el punt "C", la recta "a"); clica i arrossega l'objecte prement permanentment sobre el botó esquerre del ratolí, veuràs que la construcció es mou i que els objectes conserven les seves propietats – en aquest cas, és un quadrat.


Envia aquesta activitat al tutor amb el nom **Quadrat** mitjançant l'eina d'entrega d'activitats. Envia, llavors, un correu electrònic al tutor per avisar-lo que heu tramès l'activitat.



Activitat Introducció 3

Construcció del circumcentre d'un triangle i la circumferència circumscripta.

Clica sobre l'eina POLÍGON i dibuixa un triangle.

- Tria l'eina MEDIATRIU  i clica, consecutivament, sobre els dos vèrtex del triangle o bé simplement sobre un costat, i es dibuixarà la mediatriu corresponent. Fes el mateix amb els altres vèrtexs o costats.
- Tria l'eina INTERSECCIÓ DE DOS OBJECTES i clica, consecutivament, sobre dues mediatris. Aquest punt és el **circumcentre**.

Per dibuixar la circumferència circumscripta tria l'eina CIRCUMFERÈNCIA DONATS EL CENTRE I UN PUNT PER ON PASSA i clica sobre el circumcentre i, a continuació sobre un vèrtex. Ja tens la circumferència circumscripta al triangle.

Guarda aquesta construcció amb el nom **intro3** a la carpeta de pràctiques del curs.



Activitat opcional 2

Dibuixa l'incentre, el baricentre i l'ortocentre d'un triangle triant les eines corresponents i les propietats més adients per a cada objecte.

Desa cada una amb el nom corresponent.

3.1.7. Angles i mides.




- Angle. Amb aquest botó es poden crear angles de diferent manera:
 - entre tres punts: fer clic damunt el botó d'*angle* i marcar els tres punts, si no existeixen els crearà.
 - entre dos segments, rectes o vectors: dibuixar els objectes i després amb el mode *angle* seleccionat clicar damunt els objectes.
 - tots els angles interiors d'un polígon: amb l'eina *angle* seleccionada clicar damunt el polígon ja dibuixat.
- Si es volen angles de reflexió l'opció corresponent ha d'estar activada dins les propietats de l'objecte.


- Angle amb amplitud donada. Selecciona aquesta opció al menú superior, apartat angles. Crea dos punts o selecciona dos que ja estiguin creats a la finestra geomètrica. S'han de marcar aquests dos punts, per exemple, A i B a la finestra algebàrica. S'obrirà una finestra emergent on podràs introduir l'amplitud de l'angle desitjada. Podrem també triar el sentit. Crearà l'angle amb vèrtex a B.



Activitat Introducció 4 Dibuixa un angle i la seva bisectriu.

En el GeoGebra podem definir un angle per tres punts on el punt del mig és el vèrtex o per un punt i l'amplada de l'angle.

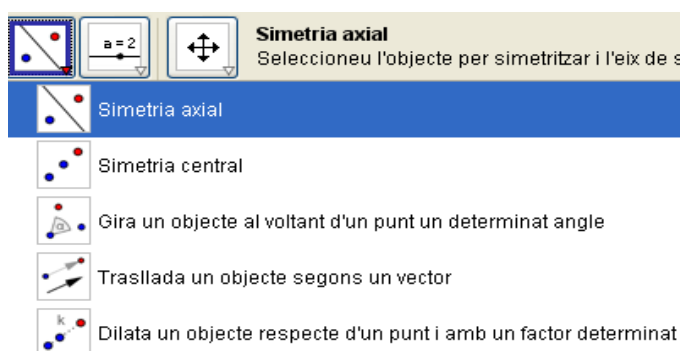
Dibuixa un angle amb l'opció ANGLE .

Traça la bisectriu de l'angle anterior amb l'opció BISECTRIU d'un angle .

Guarda aquesta construcció amb el nom **intro4** a la carpeta de pràctiques del curs.

- Distància. Calcula la distància entre dos objectes (dos punts, dues rectes o un punt i una recte). Cal marcar els dos objectes i la distància en cm apareixerà dins la carpeta d'objectes dependents de la finestra algebraica.
- Àrea. Calcula l'àrea d'un polígon, cercle o el·lipse.
- Pendent. Calcula la pendent d'un recta.

3.1.8. Transformacions geomètriques.

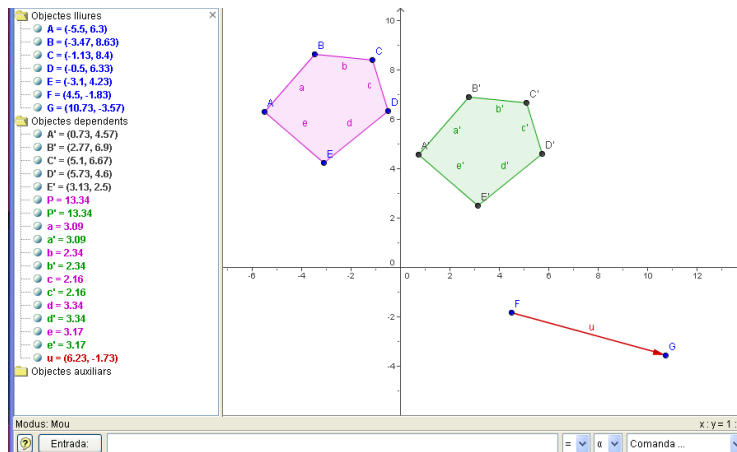


- Simetria axial. Primer s'ha de seleccionar l'objecte del que se'n vol fer un simètric, i després marcar la recta que ha d'actuar com eix de simetria.
- Simetria central. Per fer un objecte simètric a un altre, primer seleccionam aquest i després s'ha de marcar el punt que es vol que sigui el centre de simetria.
- Gira un objecte al voltant d'un punt un determinat angle. Primer s'ha de marcar l'objecte que es vol girar, i després el punt que ha d'actuar com centre de gir. S'obri una finestra on s'ha d'introduir l'angle que es vol girar.
- Trasllada un objecte segons un vector. Primer s'ha de tenir dibuixats l'objecte que es vol traslladar i el vector que serà el vector de translació. Després amb el mode seleccionat primer cal marcar l'objecte i després el vector.
- Dilata un objecte respecte d'un punt i amb un factor determinat. Primer marcar l'objecte a dilatar i després el punt que ha d'actuar com centre de dilatació. En una nova finestra s'ha d'indicar el factor de dilatació a aplicar.



Activitat Introducció 5

Translació d'un pentàgon segons un vector



- Col·loca un pentàgon i un vector en l'àrea de treball.
- Activa l'opció TRASLLADA UN OBJECTE SEGONS UN VECTOR (selecciona el pentàgon i després el vector).

Guarda aquesta construcció amb el nom **intro5** a la carpeta de pràctiques del curs.



Activitat opcional 3

Realitza una simetria axial a un polígon.

- Col·loca un polígon i una recta en l'àrea de treball.
- Troba el polígon simètric a l'anterior segons la recta.

Desa com **SimetriaAxial**.



Reforç

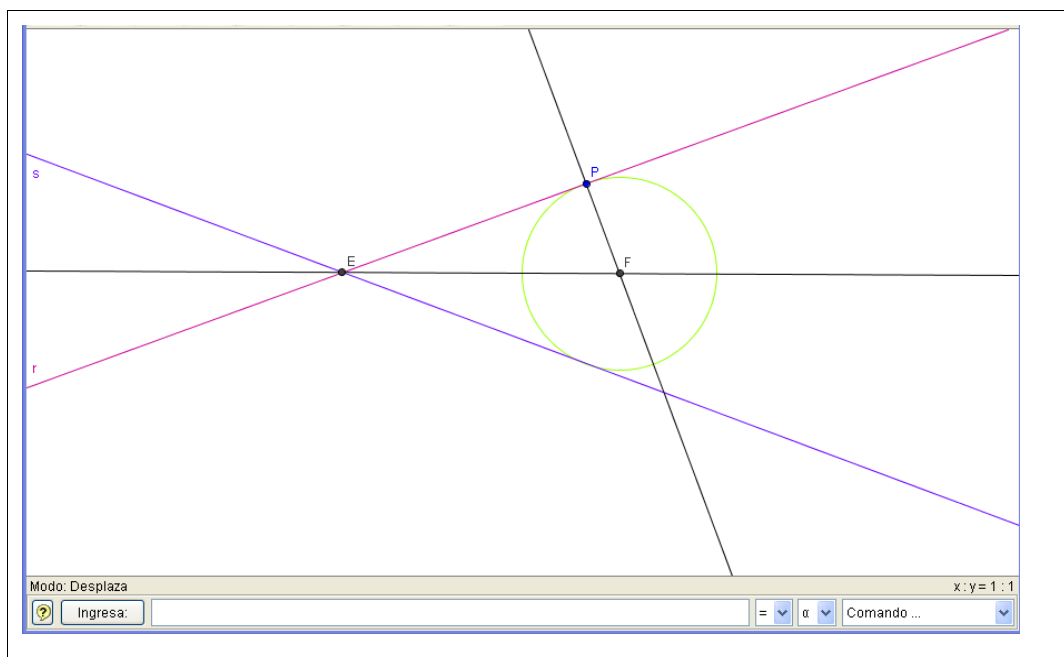
Activitat de reforç 2

Troba la circumferència tangent a dues rectes "r" i "s" per un punt P de "r".

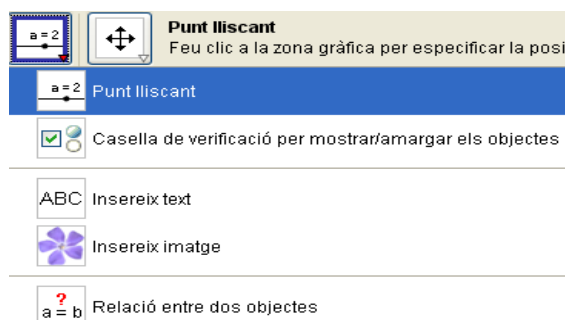
- Dibuixa dues rectes secants i un punt d'una d'elles.
- Sabem que el centre de la circumferència tangent estarà a la bisectriu de l'angle que formen les dues rectes. Traça aquesta bisectriu.
- Traça la recta perpendicular a la recta "r" que passa pel punt P.
- Marca el punt d'intersecció de la bisectriu i la recta perpendicular, F. Aquest és el centre de la circumferència tangent a les rectes.
- Dibuixa la circumferència que té per centre el punt F i passa pel punt P.

Tens una possible solució en la imatge següent. Experimenta amb la construcció i comprova que és correcta.

Desa com **reforç2**.



3.1.9. Punts lliscants, text i imatges.



- **Punt lliscant.** Quan es cliqui damunt un espai lliure de la finestra gràfica, es crearà un segment amb un punt lliscant per poder ajustar el valor d'un nombre o d'un angle present a la imatge. S'obrirà una finestra per especificar l'interval de valors que pot prendre.
- **Casella de verificació per mostrar/amagar els objectes.** Associa una casella de verificació visible a la finestra gràfica a un objecte per poder mostrar-lo o no a la construcció.
- **Insereix text.** En fer clic damunt la finestra gràfica surt una finestra emergent per introduir un text fixat a la posició on s'ha clicat damunt la pantalla. Si es vol que el text quedi lligat a un punt s'ha de seleccionar el punt, així en moure el punt es mourà el text.
A l'hora d'escriure el text podem utilitzar valors dels objectes, per tal que siguin dinàmics (canvien si canvien la posició o valor), hi ha que escriure el text entre "" i els noms de les variables sense i per unir el símbol +. Per exemple: "Punt A = " + A o també "la recta a segueix la equació: " + a.
Des d'aquest mode també podem escriure fórmules amb la notació LaTeX. Per fer-ho hi ha que activar la casella corresponent a la finestra del text i a la llista es pot triar els diferents comandaments de LaTeX. En triar-ne algun s'ha de acabar d'omplir la sintaxis de la fórmula introduint els valors necessaris entre els {}.
Si nosaltres volem escriure $\frac{a}{b}$ hem de triar el comandament a/b, i a la finestra veurem $\frac{\{\}}{\{\}}$, on nosaltres hem d'acabar d'omplir de la següent manera $\frac{a}{b}$. I de manera anàloga per els altres comandaments.
- **Insereix imatge.** Podem inserir una imatge a la zona gràfica. Les imatges també poden fixar-se a

un punt com el text o a un lloc de la zona. Modificant les seves propietats podem fer que una imatge actuï com a fons, i per tant, poder dibuixar-hi damunt. O també que una imatge no sigui opaca i poder veure el que està baix, modificant el valor d'ombrejat dins les seves propietats.


- Relació entre dos objectes. Aquest mode ens diu quina relació hi ha entre dos objectes, del mateix tipus o no. Per exemple: si dues rectes interseccionen, si un punt pertany a una recta,...




Activitat introducció 6

Estudi del pendent i de l'ordenada a l'origen de les rectes.

En aquesta pràctica fareu servir uns paràmetres variables amb uns punts lliscants que us permetran moure una recta, variant el valor del seu pendent o de l'ordenada a l'origen.

- Tria l'eina PUNT LLISCANT , cliqueu a la finestra gràfica i apareixerà una finestra d'opcions. Deixeu aquelles que surten per defecte i premeu Aplica. Haurà aparegut a la finestra un punt lliscant amb l'etiqueta $a=1$ i a la finestra algebraica sortirà també $a=1$.
- Repetiu un altre cop l'acció anterior i tindreu un nou punt lliscant amb $b=1$.
- Triant prèviament l'eina MOU, com sempre, moveu cada punt i observeu que els paràmetres a o b canvien de valor a les dues finestres. Fixeu-los a valors diferents de zero (per exemple, $a=2$ i $b=4$)

A continuació, entreu l'equació de la recta en funció dels paràmetres:

- Escriviu a la zona anomenada Entrada de la part inferior de la pantalla $f(x)=a \cdot x+b$. (És imprescindible deixar un espai en blanc entre a i x). Apareix la gràfica i a la finestra algebraica la fórmula que heu entrat, però amb els valors dels paràmetres actuals.
- Moveu els punts lliscants i observeu com varien tant la fórmula com la gràfica.
- Canvieu de color els punts lliscants i la recta, accedint a Edita i Propietats.
- Trieu l'opció INSEREIX TEXT , cliqueu sobre el lloc on voleu escriure el text i escriviu el rètol $y=ax+b$. Premeu Aplica. Podeu moure el rètol, de la manera habitual, així com canviar el seu color amb Edita i Propietats.
- Repetiu el procés anterior però, quan apareix la finestra per escriure el text, escriviu "y=" +f. Això significa que escriurà $y=$, i a continuació, l'expressió de la funció f . Premeu aplica.
- Moveu els punts lliscants i observeu com varia la fórmula que heu escrit en la finestra gràfica.
- Guarda la construcció a la carpeta d'activitats amb el nom **intro6**.

En aquest moment, ja podríeu fer servir l'aplicació per tal que l'alumnat vegi el paper que juga cada paràmetre en aquest tipus de funció.



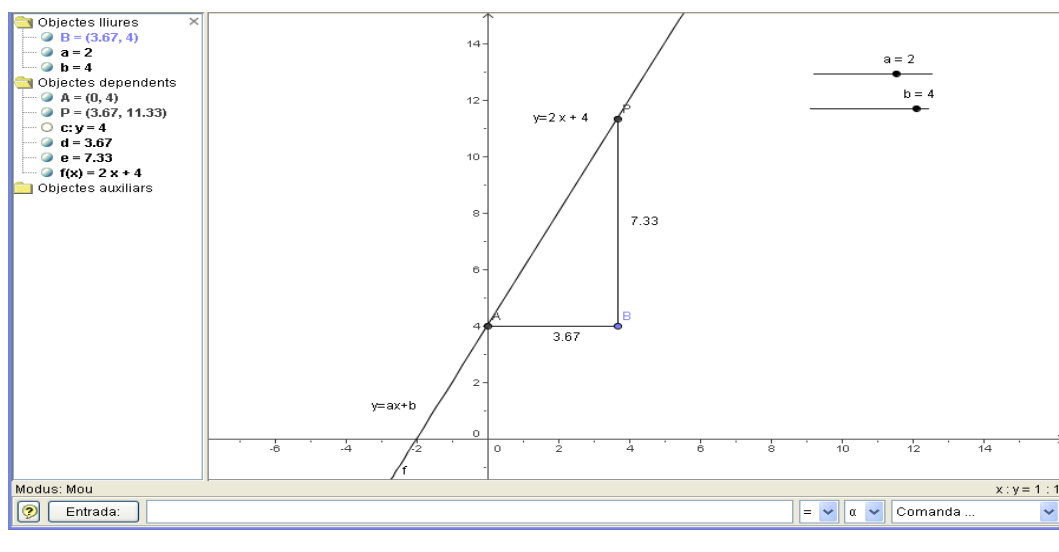
Activitat d'entrega obligada 2

Construcció d'un triangle auxiliar que ajudi a calcular el pendent d'una recta a partir del seu gràfic.

Obriu la construcció de l'activitat anterior.

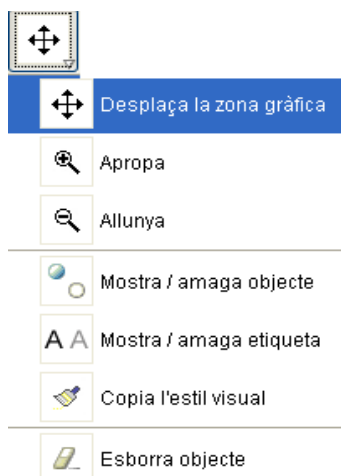
- Trieu l'eina INTERSECCIÓ DE DOS OBJECTES, cliqueu sobre la recta i, després, sobre l'eix Y. Apareixerà el punt d'intersecció de la recta amb l'eix d'ordenades (punt A).
- Trieu l'eina RECTA PARAL·LELA, fes clic sobre l'últim punt que heu dibuixat i, tot seguit, sobre l'eix d'abscisses. Apareixerà una recta horitzontal que passarà pel punt. Aquesta recta ens ajudarà a dibuixar el triangle que volem.
- Trieu l'eina PUNT NOU i cliqueu sobre la recta horitzontal. Es veurà dibuixat un nou punt (punt B) que pertany a l'horitzontal.
- Activeu l'eina SEGMENT ENTRE DOS PUNTS i cliqueu consecutivament sobre els punts A i B.
- Tot seguit, accediu a Edita i Propietats i feu invisible la recta horitzontal. També ho podeu fer seleccionant la recta (no el segment) i amb el botó dret del ratolí accedir al menú que us permet desactivar l'opció MOSTRA OBJECTE. D'aquesta manera només resta visible el segment i, a més, si moveu el punt B, veureu que sempre es mou horitzontalment perquè pertany a la recta que, encara que no sigui visible, és present a la construcció.
- Entreu a la zona d'Entrada l'expressió $P = (x(B), f(x(B)))$. Això significa que el punt P tindrà per primera coordenada la primera coordenada del punt B i per segona la seva imatge segons la funció $f(x)$. Premeu Aplica. Evidentment, aquest punt sempre pertanyerà a la recta que estem estudiant. Trieu l'eina MOU, moveu el punt B i comproveu-ho.
- Trieu l'eina SEGMENT ENTRE DOS PUNTS, cliqueu sobre els punts B i P.
- Accediu a Edita i Propietats i seleccioneu un dels segments que heu creat. Del desplegable que hi ha a la dreta de l'opció MOSTRA ETIQUETA trieu VALOR. Feu algun canvi estètic, si voleu. Repetiu el procediment per a l'altre segment per poder calcular així el pendent. Penseu que aquests valors els podeu fer invisibles sempre que vulgueu.
-
- Envia aquesta activitat al tutor amb el nom **Obligatoria2** mitjançant l'eina d'entrega d'activitats. Enviau, llavors, un correu electrònic al tutor per avisar-lo que heu tramès l'activitat.
-

Proveu de moure el punt B i els punts lliscants i observeu les possibilitats que teniu a l'hora de tractar el concepte de pendent.



3.1.10. Opcions de visualització.

Aquestos no són pròpiament modes, però al trobar-se a la mateixa barra d'eines els comentarem al mateix punt, bàsicament són eines per moure'ns per la zona gràfica.



- Desplaça la zona gràfica. Permet moure el tapís que forma la zona gràfica per veure parts que no surten a la finestra.
- Apropa/Allunya. Augmenten o disminueixen d'una zona, sent el centre on es marqui amb el ratolí.
- Mostra/amaga objecte. Fa visible o invisible un objecte.
- Mostra/amaga etiqueta. Fa visible o no les etiquetes.
- Copia l'estil visual. Per copiar les propietats de format d'un objecte (tipus línia, gruix,...) i aplicar-les a un altre, del mateix tipus o no.
- Esborra objecte. Esborra un objecte.

4. ENTRADA ALGÈBRICA.

En aquest cas les instruccions i dades necessàries les introduïrem per teclat al programa, normalment en el camp de text que hi ha al peu de la finestra del programa.

A la finestra algebàrica (part esquerra de la pantalla) es mostren els valors, les coordenades i les equacions dels diferents objectes, tant si són lliures o dependents. Els objectes lliures són els que no depenen d'una altre objecte, i que per tant es poden modificar directament, simplement tornant a escriure el seu valor a la línia d'entrada.



Modificar objectes lliures

Una altra manera de modificar un objecte lliure és seleccionant-lo a la finestra algebàrica, clicar-hi damunt amb el botó dret del ratolí, i triar l'opció *Edita* del menú emergent.

4.1. Entrada d'objectes.

Ara anam a veure com hem d'introduir els diferents tipus d'objectes a la línia d'entrada per tal que el GeoGebra els interpreti correctament.

4.1.1. Entrada de números i angles.

Per introduir un nombre ho podem fer directament, i el programa li assigna ell mateix un nom o li podem assignar nosaltres el nom que desitjam. Per introduir un nombre r amb valor 6,28 hauríem d'escriure a la línia de comandes el següent i després prémer la tecla Intro:

$r = 6.28$; on el símbol '.' actua com la coma decimal.

Per introduir angles es fa de la mateixa manera, però hi ha que indicar al programa si la unitat és graus ($^{\circ}$) o radians (rad).



Pel símbol de graus ($^{\circ}$), potències, pel nombre Pi (π) o lletres gregues podem utilitzar les llistes de símbols que estan a la dreta del camp de text que serveix per l'entrada.

$\beta = 66^{\circ}$



Noms amb subíndexs

Per introduir, per exemple, A_1 o C_{AB} , hem d'escriure A_1 o C_AB .

Com ja havíem dit abans per modificar un valor d'una dada ja introduïda podem reescriure-la o si el que volem és anar canviant el seu valor de manera continuada el podem mostrar com un punt lliscant a la finestra gràfica (botó dret del ratolí, opció *mostra objecte*) o fer clic amb el ratolí damunt el valor i anar canviant el valor amb les tecles fletxes (\uparrow i \rightarrow increment, \downarrow i \leftarrow decrement).

4.1.2. Entrada de punts i vectors.

Per introduir aquests objectes es fa a partir de les seves coordenades, tant es pot fer en coordenades cartesianes o en polars. El GeoGebra interpreta el que s'introdueix com un punt si el nom està en majúscules i com un vector si està en minúscules.

Per exemple, per introduir un punt escriuríem $P = (1, 0)$ o $P = (1; 0^{\circ})$ segons el tipus de coordenades que utilitzem, i per introduir un vector seria $v = (0, 5)$ o $v = (5; 90^{\circ})$.



Activitat Introducció 7

Dibuixa els punts $A(2, 3)$, $B(2,7)$, $C(5, 7)$ i $D(5, 3)$ utilitzant el camp d'entrades.

Introdueix els següents comandaments en el camp d'entrades situat a la part inferior de la pantalla (fes *Intro* al final de cada línia).

$A=(2, 3)$

$B=(2, 7)$

$C=(5, 7)$

$D=(5, 3)$

Desa aquesta activitat amb el nom **intro7**.

4.1.3. Entrada d'una recta.

Per introduir una recta es pot fer de dues formes: amb la seva equació lineal o amb la forma paramètrica. Es poden utilitzar variable que ja s'hagin introduït. Per introduir la recta primer posam el nom de la recta seguit de dos punts i després la seva definició.

Per exemple podríem introduir la recta g com $g : 3x + 4y = 2$ o bé com $g : X = (-5, 5) + t (4, -3)$



Referències als eixos X i Y.

Si volem fer referència als eixos de coordenades X o Y podem utilitzar les comandes EixX o EixY.

Per exemple, per fer una recta perpendicular al eix i per un punt donat, podem escriure *Perpendicular [P, EixY]*

4.1.4. Entrada d'una secció cònica.

Per introduir una secció cònica ho farem a partir d'una equació de segon grau en x i y. D'igual manera que amb les rectes podem utilitzar variables ja introduïdes i escriurem el nom de la secció seguit de dos punts i l'equació.

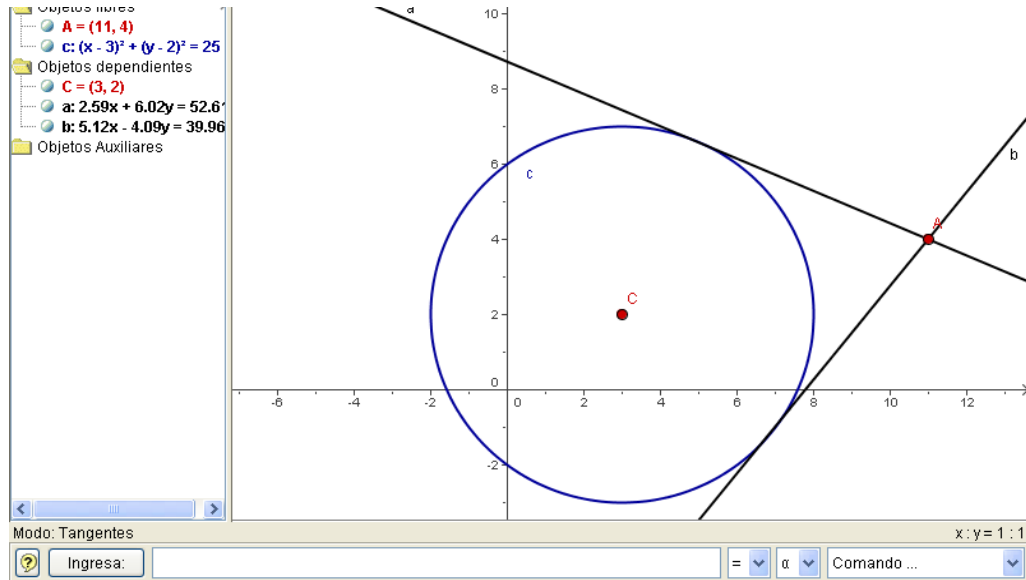
A continuació veiem uns exemples de com s'introduirien una sèrie de seccions còniques:

el·lipse e1	$e1 : 7x^2 + 24y^2 = 164$
hipèrbola h	$h : 7x^2 - 24y^2 = 164$
paràbola p	$p : y^2 = 16x^2$
cercle c	$c : x^2 + y^2 = 25$
el·lipse e2	$e2 : b^2x^2 + a^2y^2 = a^2b^2$, on $a = 4$ i $b = 3$.



Activitat Introducció 8 Tangents a una circumferència


Representa la circumferència d'equació $(x - 3)^2 + (y - 2)^2 = 25$ i les seues tangents que passen pel punt A de coordenades (11, 4).




Introdueix l'equació de la circumferència c: $(x - 3)^2 + (y - 2)^2 = 25$ al camp d'entrades.

Introdueix el comandament C = Centre[c] en el camp d'entrades.

Dibuixa el punt A teclejant A = (11, 4).

Selecciona el mode "TANGENTS"  (quart menú) i fes clic damunt el punt A i damunt la circumferència C.

Després de seleccionar el mode "Mou" , arrossega amb el ratolí el punt A i observa el moviment de les tangents.

També es pot arrossegar la circumferència C i observar la seva equació en la finestra d'àlgebra.

Anomena aquesta activitat **intro8** a la carpeta de treball.



El signe ² està disponible al menú desplegable situat immediatament a la dreta del camp d'entrades, o també des de teclat es pot escriure com ^2.

4.1.5. Entrada de funcions.

Per introduir funcions es poden utilitzar variables i funcions ja introduïdes prèviament. El format que es segueix és escriure el nom de la funció seguit del signe '=' i la fórmula de la funció.

Alguns exemples de com s'introdueixen funcions serien els següents:

$$f(x) = 3x - x^2$$

$$g(x) = \tan(f(x))$$

$$\sin(3x) + \tan(x) \quad , \text{podem no donar nom a una funció.}$$

**Activitat Introducció 9**

Dibuixa les funcions anteriors utilitzant el camp d'entrades.

Desa aquesta activitat a la carpeta amb el nom **intro9**.

4.1.6. Entrada d'operacions aritmètiques.

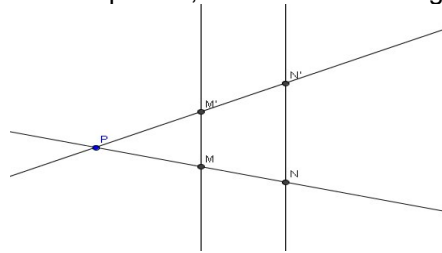
Moltes voltes per poder introduir dades, ja siguin del tipus que siguin, necessitem poder utilitzar expressions aritmètiques. El GeoGebra accepta les següents operacions interpretant els següents símbols, la majoria dels quals venen del seu nom en anglès:

<i>Operació</i>	<i>Símbols</i>	<i>Operació</i>	<i>Símbols</i>
Suma	+	Cosinus	cos()
Resta	-	Sinus	sin()
Producte, prod. escalar	* o espai	Tangent	tan()
Divisió	/	Arc cosinus	acos()
Potència	[^] o ² , ³	Arc sinus	asin()
Factorial	!	Arc tangent	atan()
Funció Gamma	gamma()	Cosinus hiperbòlic	cosh()
Parèntesis	()	Sinus hiperbòlic	sinh()
Coordenada-x	x()	Tangent hiperbòlica	tanh()
Coordenada-y	y()	Arccosinus hiperbòlic	acosh()
Valor absolut	abs()	Arcsinus hiperbòlic	asinh()
Signe	sgn()	Arctangent hiperbòlic	atanh()
Arrel quadrada	sqrt()	Integral major menor o igual que	ceil()
Funció exponencial	exp()	Integral menor major o igual que	floor()
Logaritme (natural)	log()	Arrodoniment	Round()



Activitat d'entrega obligada 3 Teorema de Tales

- Dibuixa dues rectes secants i dos rectes paral·leles que les tallen. Marca els punts d'intersecció de les rectes i etiqueta'ls, tal com mostra la figura.



Traça els segments PM, MN, PM' i PN'.

Mesura cada segment amb l'opció distància.

Comprova que es verifica el teorema de Tales calculant els quocients amb l'entrada algebraica.

Anomena aquesta activitat amb el nom **Tales** a la carpeta de treball i envia-la al tutor.

4.2. Utilitzant els comandaments.

Els comandaments són un conjunt d'instruccions de que disposa el GeoGebra per crear objectes nous o modificar-ne d'existents.

El nombre de comandaments és bastant ampli, pel que veurem només les més importants i classificades segons el tipus d'objecte que retornen.

4.2.1. Comandaments generals.

Aquestes comandes no retornen un objecte.

- Relació[objecte, objecte]. S'obri una petita finestra on informa de la relació que hi ha entre els dos objectes.
- Esborra[objecte]. Suprimeix un objecte i tots els que depenen d'ell.
- Element[llista, número n]. Torna l'element número n de la llista donada.

4.2.2. Comandaments booleans.

El seu resultat depèn de l'avaluació d'una condició.

- Si[condició, objecte a, objecte b]. Torna una còpia de l'objecte a si la condició és certa, i torna una còpia de b si és falsa.
- Si[condició, objecte]. Torna una còpia de l'objecte si la condició és certa, si no torna un objecte indefinit.

4.2.3. Números.

Retorna els diferents valors a la finestra algebraica dels objectes dependents. Si volem assignar-li un nom al valor podem fer-ho en introduir la comanda, si no el programa n'hi dóna un.

- Longitud[objecte]. Si l'objecte és un vector, retorna la seva longitud; i si l'objecte és un punt retorna la longitud del vector de posició del punt.
- Àrea[punt A, punt B, ...]. Retorna el valor de l'àrea del polígon definit pels punts. Si la vostra elecció per a l'idioma és el català, és el darrer comandament del llistat a causa de l'accent.



Activitat Introducció 10

Calcula l'àrea del quadrat dibuixat a l'activitat obligatòria 1.

Desa aquesta activitat amb el nom **intro10**.

- Distància[objecte, objecte]. Dóna la distància entre dos punts, un punt i una recta o dues rectes. Recordar que si dues rectes es tallen en algun punt la seva distància serà 0.



Activitat Introducció 11

Calcula la distància entre una recta i un punt exterior a ella.

Dibuixa la recta $y = 3x - 5$ i el punt $A(6, 4)$ i calcula la distància que hi ha entre aquests dos objectes amb el comandament anterior.

Desa aquesta activitat amb el nom **intro11**.



Activitat d'entrega obligada 4

Teorema de Pitàgores

Comprova que en els triangles rectangles es verifica el teorema de Pitàgores.

- Per construir un triangle rectangle dibuixa una circumferència i traça un diàmetre a l'unir dos punts A i B de la circumferència amb una recta que passi pel centre. Tria un altre punt C de la circumferència. Traça el triangle ACB amb l'opció polígon. El triangle obtingut és rectangle.

- Ara construeix un quadrat de costat AC. Traça la recta que conté el costat AB i la recta paral·lela a AB que passa per C. Amb l'opció circumferència, assenyala successivament el centre A i el radi AC. La circumferència que apareix talla la recta traçada en un punt D. Traça per D una recta paral·lela al segment AC. Aquesta recta talla en un punt E la recta paral·lela a AB que passa per C. Selecciona l'opció polígon i clica successivament sobre els vèrtex A, C, E i D.

- Segueix els mateixos passos sobre el costat AB.

- Construeix un quadrat que tinga per costat la hipotenusa.

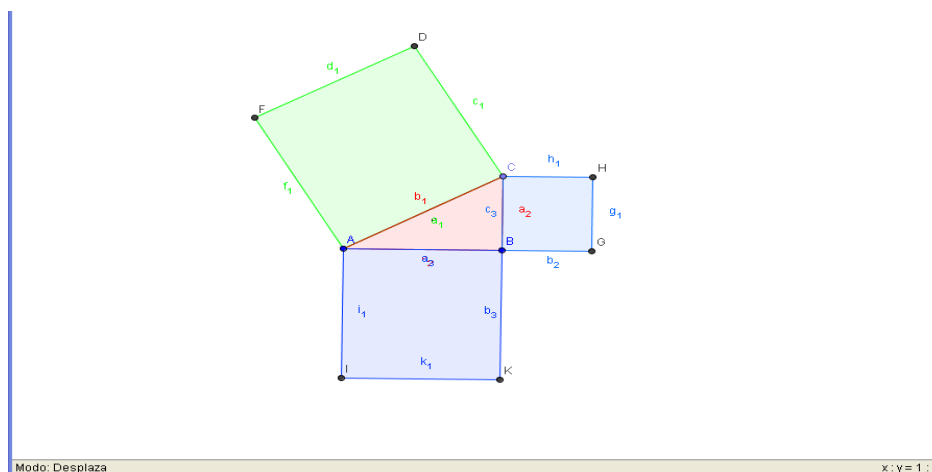
-Oculta les línies auxiliars amb l'opció Mostra/ amaga objecte activat i fent clic en cadascun dels elements que volem ocultar.

- Calcula l'àrea dels quadrats construïts. Utilitza el comandament Àrea i clica en cadascun dels vèrtex del quadrat.

Comprova que l'àrea del quadrat construït sobre la hipotenusa és igual a la suma de les àrees dels quadrats construïts sobre els catets, és a dir, es compleix el teorema de Pitàgores.

En la imatge següent veus una possible solució de l'exercici.

Anomena aquesta activitat amb el nom **Pitàgores** a la carpeta de treball i envia-la al tutor.



- Mod[número a, número b]. Torna el residu de la divisió del nombre a entre b.
- Div[número a, número b]. Retorna la part sencera del quocient d'a entre b.
- Pendent[recta]. Retorna el valor de la pendent d'una recta. També fa una representació de la pendent damunt la recta mitjançant un triangle rectangle.
- Curvatura[punt, funció], Curvatura[punt, corba]. Curvatura de la funció o de la corba al punt.

- Radi[cercle]. Retorna el radi d'un cercle.
- Paràmetre[paràbola]. Retorna la distància entre la directriu i el focus d'una paràbola.
- PerímetreCònica[cònica]. Torna el perímetre de la cònica donada.
- Perímetre[polígon]. Dóna el valor del perímetre del polígon.
- LongitudPrimerEix[cònica], LongitudSegonEix[cònica]. Tornen la longitud de l'eix principal o secundari d'una secció cònica, respectivament.
- Excentricitat[cònica]. Retorna e, l valor de l'excentricitat d'una secció cònica.
- Integral[funció, número a, número b]. Calcula la integral definida de la funció des d'a dins a b. També dibuixa l'àrea entre la gràfica de la funció i l'eix OX.



Activitat Introducció 12

Interpretació geomètrica del valor de la integral de la funció $f(x)=x^3$ entre $x=0$ i $x=3$.

Calcula i dibuixa l'àrea compresa entre la funció f i l'eix OX entre 0 i 3 utilitzant el camp d'entrades.

Desa aquesta activitat a la carpeta de treball amb el nom **intro12**.

- Integral[funció f , funció g , número a , número b]. Calcula la integral definida de $f(x)-g(x)$ des d'a fins a b i dibuixa l'àrea compresa entre les funcions.



Reforç

Activitat reforç 3

Representa l'àrea tancada entre les corbes $f(x)=x^3$ i $g(x)=x^2$ i troba el seu valor.

Anomena aquesta activitat amb el nom **areacorbes**.

- Iteració[funció, número x_0 , número n]. Repeteix la funció n voltes servint com a valor inicial x_0 .
- Min[número a , número b], Max[número a , número b]. Torna el valor mínim, o màxim, respectivament, dels donats.
- RaóSimple[punt A, punt B, punt C]. Torna la raó simple lambda de tres punts alineats on $C = A + \text{lambda} * AB$.
- RaóDoble[punt A, punt B, punt C, punt D]. Torna la raó doble lambda de quatre punts alineats on $\text{lambda} = \text{RaóSimple}[B, C, D] / \text{RaóSimple}[A, C, D]$ Angle.
- SumaInferior[funció, número a , número b , número n], SumaSuperior[funció, número a , número b , número n]. Retorna la suma inferior o superior, respectivament, de la funció en l'interval $[a, b]$ amb n rectangles. Al mateix temps dibuixa els rectangles de la suma calculada.

4.2.4. Angles.

El comandament Angle[] retorna sempre un angle, però accepta molts tipus de paràmetres.

- Angle[vector, vector], Angle[recta, recta]. Retorna l'angle entre els dos vectors o entre els dos vectors directores de les rectes.
- Angle[punt A, punt B, punt C]. Angle entre els segments BA i BC, on el punt B és el vèrtex.

- Angle[punt A, punt B, angle alpha]. Angle d'amplitud alpha dibuixat des de B amb vèrtex en el punt A. També crea el punt Rotació[B, A, a].
- Angle[cònica]. Torna el valor de l'angle de revolució de l'eix principal de la secció cònica.
- Angle[vector], Angle[punt]. Retorna l'angle entre l'eix x i el vector o el vector de posició del punt.
- Angle[número]. Converteix un número en un angle.
- Angle[polígon]. Retorna el valor de tots els angles interiors del polígon.

4.2.5. Punts.

- Punt[objecte]. Crea un punt sobre una recta, secció cònica, funció o sobre un vector.
- Punt[punt, vector]. Crea un nou punt a punt + vector.
- PuntMitjà[punt, punt], PuntMitjà[segment]. Retorna el punt mig entre dos punts o d'un segment.
- Centre[cònica], Focus[cònica], Vèrtex[cònica]. Retornen el centre, el focus o el vèrtex, respectivament, d'una secció cònica (circumferència, paràbola, el·lipse, ...)
- Centroide[Polígon]. Retorna el centroid del polígon.
- Intersecció[objecte, objecte]. Retorna tots els punts d'intersecció entre dues rectes, una recta i una secció cònica, dues còniques, dos polinomis o un polinomi i una recta.



Activitat d'introducció 13

Dibuixa els polinomis $p(x)=x^2+x-6$ i $q(x)=-x^2+x+1$.

Troba els punts de tall d'aquests dos polinomis utilitzant el comandament anterior.

Guarda aquesta activitat amb el nom **intro13**.

- Intersecció[objecte, objecte, número n]. Retorna l'enèsim punt d'intersecció entre els dos objectes.
- Intersecció[funció f, funció g, punt], Intersecció[funció, recta, punt]. Retorna el punt d'intersecció entre les dues funcions o la funció i la recta, respectivament, amb valor inicial el punt (pel mètode de Newton).
- Arrel[polinomi]. Torna totes les arrels del polinomi com a punts.
- Arrel[funció, número a]. Torna una arrel de la funció amb valor inicial a (per Newton).
- Arrel[funció, número a, número b]. Torna una arrel de la funció a l'interval [a, b].
- Extrem[polinomi], PuntInflexió[polinomi]. Retorna tots els extrems locals o els punts d'inflexió. Respectivament, del polinomi.
-

**Reforç****Activitat reforç 4**

Dibuixa el polinomi $p(x)=x^2+x-6$.
Troba les seues arrels utilitzant el comandament *Arrel*.

Guarda aquesta activitat amb el nom **reforç4**.

4.2.6. Vectors.

- Vector[punt, punt]. Crea el vector que va des del primer punt al segon.
- Vector[punt]. Retorna la posició vectorial del punt.
- Direcció[recta], Versor[recta]. Torna el vector director de la recta, en el cas de la segona comanda, és de longitud 1.
- Versor[vector]. Crea un vector de longitud 1 amb la mateixa direcció i orientació que el donat.
- VectorPerpendicular[objecte], VersorPerpendicular[objecte]. Retornen un vector perpendicular a una recta o un vector. En el segon cas el vector serà de longitud 1.
- Vectorcurvatura[punt, funció], VectorCurvatura[punt, corba]. Retorna el vector curvatura de la funció o de la corba al puny.

4.2.7. Segments.

- Segment[punt, punt]. Crea el segment que uneix els dos punts.
- Segment[punt, número]. Retorna un segment de longitud el número des del punt. Crea el punt oposat del segment.

**Reforç****Activitat reforç 5**

Dibuixa el rectangle de l'activitat intro7 però aquesta vegada uneix els vèrtexs amb el comandament *Segment*.

Desa aquesta activitat amb el nom **reforç5** a la carpeta de treball.

4.2.8. Semirectes.

- Semirecta[punt, punt]. Crea la semirecta que comença en el primer punt i passa pel segon.
- Semirecta[punt, vector]. Retorna la semirecta que comença al punt amb la direcció del vector.

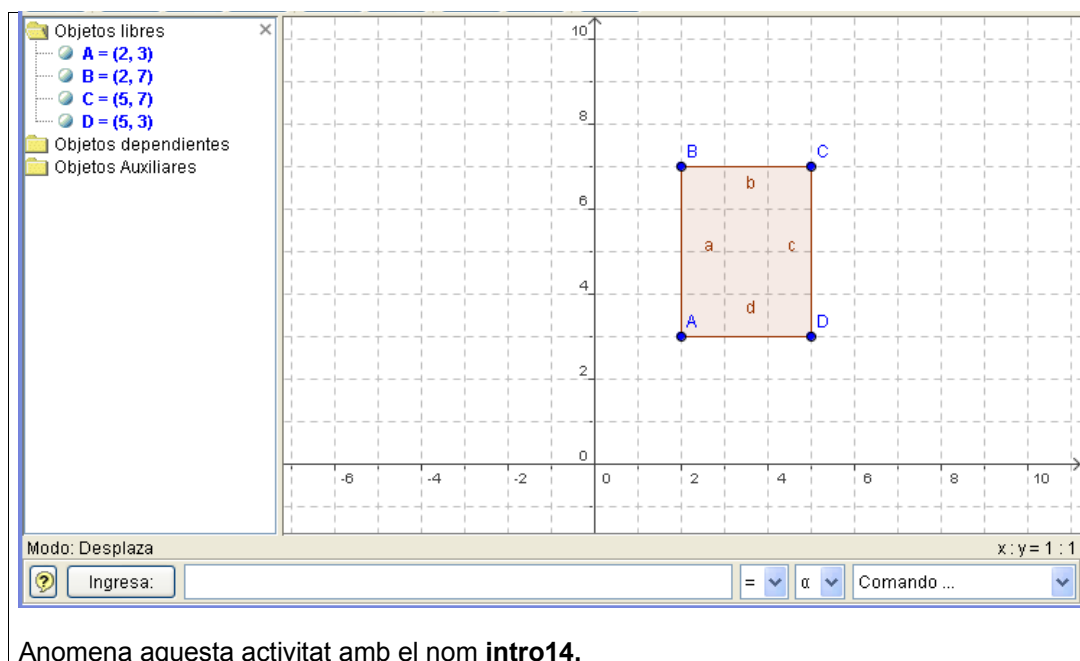
4.2.9. Polígons.

- Polígon[punt, punt, punt, ...]. Crea el polígon format pels punts donats. Els punts són vèrtex consecutius .

**Activitat introducció 14**

Construeix el rectangle que té per vèrtex els punts A, B, C i D de l'activitat d'introducció 7 utilitzant el camp d'entrades.

Obri l'activitat intro 7 i dibuixa el rectangle que formen els 4 punts de la pantalla següent.



4.2.10. Rectes.

- Recta[punt, punt]. Crea la recta que passa pels dos punts.
- Recta[punt, recta r]. Retorna la recta paral·lela a r que passa pel punt.
- Recta[punt, vector]. Torna la recta amb la direcció del vector que passa pel punt donat.
- Perpendicular[punt, recta], Perpendicular[punt, vector]. Retorna la recta perpendicular a la recta o al vector, respectivament, que passa pel punt donat.
- Mediatriu[punt, punt], Mediatriu[segment]. Crea la mediatriu al segment que uneix els dos punts o al segment.
- Bisectriu[punt A, punt B, punt C]. Crea la bisectriu de l'angle format pels tres punts, essent el punt B el vèrtex.
- Bisectriu[recta, recta]. Retorna les dos bisectrius angulars de les rectes.
- Tangent[punt, cònica], tangent[recta, cònica]. Obté l'equació i representa totes les tangents a la cònica que passen pel punt o que són paral·leles a la recta.
- Tangent[número n, funció f]. Torna la tangent a la funció $f(x)$ en $x = n$.
- Tangent[punt A, funció f]. Crea la tangent a la funció $f(x)$ en $x = x(A)$.
- Asímtota[hipèrbola]. Retorna les asímtotes de la hipèrbola.
- Directriu[paràbola]. Torna la directriu de la paràbola.
- Eixos[cònica], PrimerEix[cònica], SegonEix[cònica]. Retornen els dos eixos, només el principal o només l'eix secundari de la paràbola respectivament.



Errada a les ajudes

Si mirau les ajudes o els diferents manuals del programa, trobareu que la comanda per l'eix secundari és *EixSecundari*, però no funciona. La correcte és *SegonEix*.

- Polar[punt, cònica]. Crea la recta polar del punt respecte a la cònica donada.
- Diàmetre[recta, cònica], Diàmetre[vector, cònica]. Retornen el diàmetre de la cònica paral·lel a una recta o a un vector respectivament.



Activitat d'introducció 15

Construcció del circumcentre utilitzant el camp d'entrades

Ara construirem la mateixa figura que a l'activitat d'introducció 3 però utilitzant el camp d'entrades o camp de text.

Introdueix els següents comandaments en el camp d'entrades:

```
A = (2, 1)
B = (12, 5)
C = (8, 11)
Polígon[A, B, C]
m_a = Mediatriu[a]
m_b = Mediatriu[b]
M = Intersecció[m_a, m_b]
Cercle[M, A]
```

Desa aquesta construcció amb el nom **intro15**.

4.2.11. Seccions còniques.

- Circumferència[punt, número]. Crea una circumferència de centre al punt i de radi el número.
- Circumferència[punt, segment]. Retorna una circumferència amb centre el punt i el radi igual a la longitud del segment.
- Circumferència[punt A, punt B]. Torna la circumferència amb centre al punt A que passa pel B.
- Circumferència[punt A, punt B, punt C]. Crea la circumferència que passa pels tres punts.
- El·lipse[punt A, punt B, número a]. Crea l'el·lipse de focus als punts i amb eix principal de longitud a. S'ha de complir la condició següent $2a > \text{distància entre els punts}$.



Errada a la versió en català

En la versió en català la comanda *El·lipse* no es reconeguda pel programa si l'escrivim directament des de teclat. Cal seleccionar-la des de la llista desplegable de comandes.



- Hipèrbola[punt A, punt B, número a]. Retorna la hipèrbola de focus als punts i amb eix principal de longitud a. Ha de complir la condició: $0 < 2a < \text{distància entre els punts}$.
- El·lipse[punt A, punt B, segment], Hipèrbola[punt A, punt B, segment]. Retorna l'el·lipse o la hipèrbola, respectivament, amb focus als punts i amb la longitud de l'eix principal igual a la del segment.
- Paràbola[punt, recta]. Crea la paràbola amb focus al punt i directriu la recta.
- Cònica[punt A, punt B, punt C, punt D, punt E]. Torna la secció cònica que passa pels punts. S'ha de complir que almenys quatre dels punts no estiguin alineats.
- CentreOsculador[punt, funció], CentreOsculador[punt, corba]. Torna el centre osculador de la funció o corba al punt.

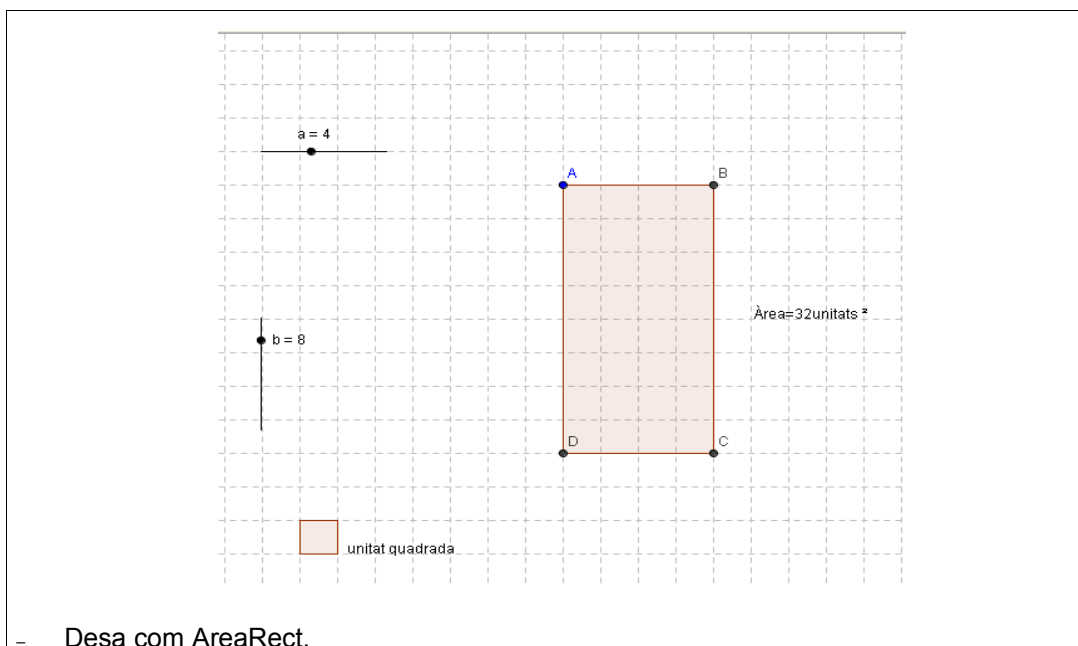
4.2.12. Funcions.

- Derivada[funció], Derivada [funció, número n]. Retorna la derivada o l'enèsima derivada, respectivament, de la funció.
- Integral [funció]. Torna la integral indefinida de la funció.
- Polinomi[funció]. Desenvolupa la potència del polinomi.
- PolinomiDeTaylor[funció, número a, número n]. Desenvolupa la sèrie de potències d'ordre n per la funció en el punt $x = a$.
- Funció[funció f, número a, número b]. Torna una funció igual a f a l'interval $[a, b]$ i no definida a fora de l'interval.

**Reforç****Activitat reforç 6****Àrea d'un rectangle.**

Es tracta de construir un rectangle dinàmic, és a dir, un rectangle que varí al canviar la longitud dels seus costats. Crearem dos punts lliscants corresponents a les mesures dels rectangle, llarg i amplada, i definirem el rectangle a partir d'aquestes.

- Creem els dos punts lliscants, un per a l'amplada, a i l'altre per al llarg, b.
Tria el comandament punt lliscant  i al quadre d'opcions que apareix posa com a valor mínim 0 (ja que es tracta de la mesura del costat), com a valor màxim un valor qualsevol, 10, per exemple, i com a increment 1 (així podran veure la relació entre el valor dels costats i l'àrea més fàcilment).
Crea un altre punt lliscant amb les mateixes opcions que abans i, a més, tria l'opció vertical.
- Introduïrem els vèrtex del rectangle amb l'entrada algebraica. El primer és un punt qualsevol i la resta vindran donats a partir d'ell.
 $A=(2, 6)$
 $B=(2+a, 6)$
 $C=(2+a, 6-b)$
 $D=(2, 6-b)$
- Definim el polígon donat per aquestos vèrtexs amb el comandament Polígon.
Polígon= [A,B,C,D]
- Calculem l'àrea d'aquest rectangle manualment amb l'entrada algebraica.
 $\text{ÀREA} = a \cdot b$ (hem creat un paràmetre anomenat ÀREA que ens retorna el valor del producte dels nombres a i b)
- Podem crear un quadre de text on aparega el valor de l'àrea.
- Tria el comandament quadre de text  i escriu "Àrea=" + ÀREA.



Activitat d'entrega obligada 5

Construeix un quadrat, calcula la longitud dels seus costats, el seu perímetre i la seua àrea.

Dibuixa les seues diagonals.

Anomena aquesta activitat amb el nom **obligatoria5** a la carpeta de treball i envia-la al teu tutor.

4.2.13. Corbes paramètriques.

- Corba[expressió e1, expressió e2, paràmetre t, número a, número b]. Retorna la corba paramètrica amb l'expressió e1 per a x i l'e2 per a y, utilitzant el paràmetre t a dins l'interval [a, b].

4.2.14. Arcs i sectors.

A tenir en compte que el valor algebraic d'un arc és la seva longitud, i que el valor d'un sector és la seva àrea.

- Semicircumferència[punt A, punt B]. Crea la semicircumferència sobre el segment que uneix els dos punts.
- ArcDeCircumferència[punt A, punt B, punt C], SectorCircular[punt A, punt B, punt C]. Crea un arc circular o un sector circular, respectivament, amb un punt A entre els dos punts: B i C. el punt C no pot estar damunt l'arc.
- ArcCircumcircular[punt A, punt B, punt C], SectorCircumcircular[punt A, punt B, punt C]. Retorna l'arc circular o el sector circular, respectivament, que passa pels tres punts.
- Arc[cònica, punt A, punt B], Sector[cònica, punt A, punt B]. Crea un arc o un sector, respectivament, de secció cònica entre els dos punts de la secció cònica. Aquesta secció cònica ha de ser una circumferència o una el·lipse.
- Arc[cònica, número a, número b], Sector[cònica, número a, número b]. Crea un arc o sector, respectivament, de secció cònica entre els valors paramètrics a i b segons el següent:
 - Circumferència: $(r \cos(t), r \sin(t))$, on r és el radi de la circumferència.
 - El·lipse: $(a \cos(t), b \sin(t))$, on a i b són les longituds del primer i del segon eix.

4.2.15. Imatges.

- Cantonada[imatge, número n] Torna el punt que és l'extrem enèsim d'una imatge, on $n = 1, \dots, 4$.

**Errada a les ajudes**

A les ajudes i els manuals del programa la comanda també està equivocada, apareix *Extrem* enlloc de *Cantonada*.

4.2.16. Llocs geomètrics.

- LlocGeomètric[punt A, punt B]. Retorna el lloc geomètric del punt A depenent del punt B. El punt B ha de pertànyer a un objecte (recta, segment, ...).

4.2.17. Seqüència.

- Seqüència[expressió, variable, número a, número b]. Llistat d'objectes creats utilitzant l'expressió i la variable com a índex a l'interval [a, b].
- Seqüència[expressió, variable, número a, número b, número c]. Llistat d'objectes creats utilitzant l'expressió i la variable com a índex a l'interval [a, b] cada c unitats.

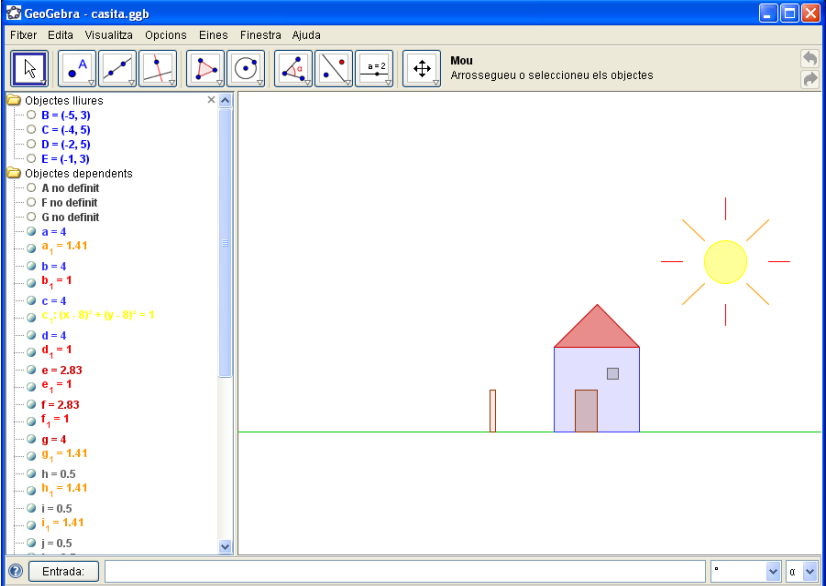
4.2.18. Transformacions geomètriques.

Les següents funcions poden actuar de dues maneres, traslladant o transformant un objecte o creant una còpia transformada de l'objecte. Per exemple, si utilitzam la comanda Simetria[punt A, recta], es mou el punt A a la posició simètrica a la que ocupava respecte la recta. Si a la comanda li assignam un nom ($B = \text{Simetria}[\text{punt A, recta}]$) crea el nou punt B què és simètric a A segons la recta.

- Translació[objecte, vector]. L'objecte es trasllada segons el vector. L'objecte pot ser un dels següents: punt, recta, secció cònica, funció, polígon o imatge.
- Translació[vector, punt]. El vector es trasllada al punt.
- Rotació[objecte, angle]. L'objecte gira l'angle respecte l'origen. L'objecte pot ser un punt, un vector, una recta, una secció cònica, un polígon o una imatge.
- Rotació[objecte, angle, punt]. L'objecte gira l'angle respecte del punt. L'objecte pot ser un dels següents: punt, recta, secció cònica, polígon i imatge.
- Simetria[objecte, punt], Simetria[objecte, recta]. Torna el simètric a l'objecte respecte al punt o la recta, respectivament. L'objecte pot ser un dels següents: punt, recta, secció cònica, polígon i imatge.
- Dilata[objecte, número n, punt]. Trasllada l'objecte des del punt segons el factor n. En aquest cas els objectes possibles són: punt, recta, cònica, polígon, i imatge.

**Activitat d'entrega obligada 6**

Dibuixa una caseta amb comandes. A continuació tens un exemple de casa dibuixada fent servir només comandes.



Anomena aquesta activitat amb el nom **obligatoria6** a la carpeta de treball i envia-la al teu tutor.

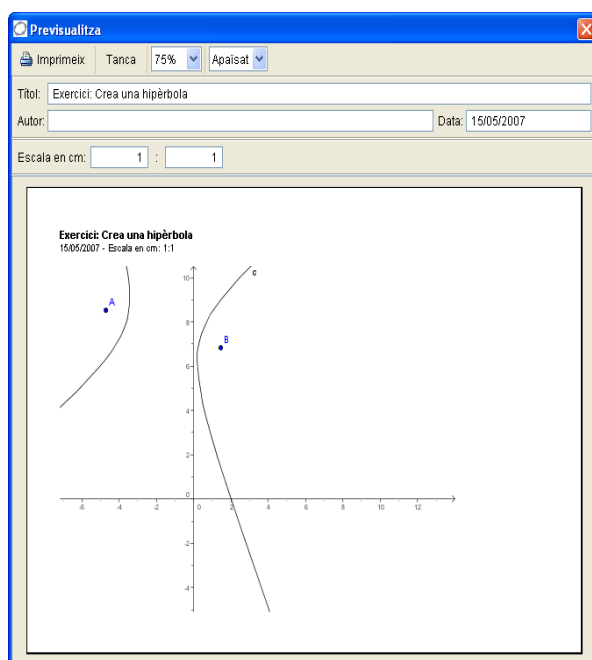
5. IMPRIMIR I EXPORTAR ELS RESULTATS.

El GeoGebra ens dona l'oportunitat d'imprimir o exportar els resultats de les activitats o també els passos que es segueixen per arribar a la solució. Les diferents opcions són les següents:

5.1. Imprimir.

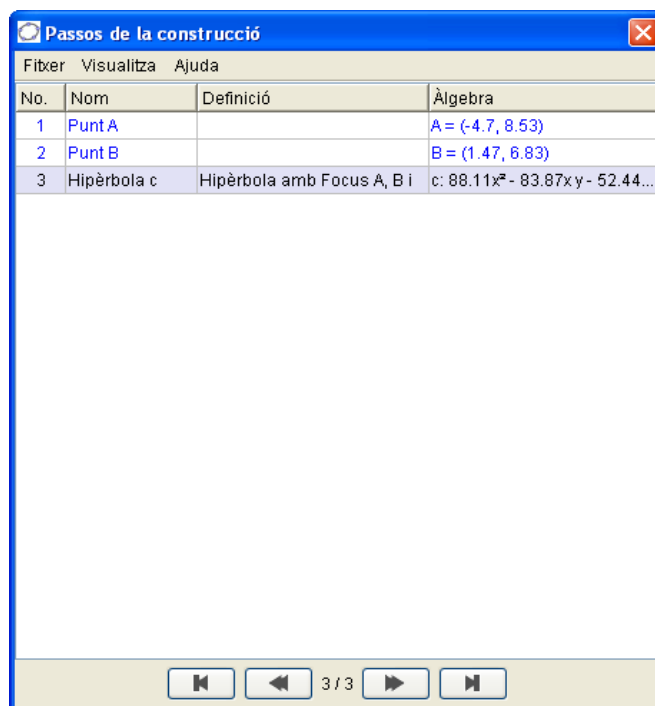
5.1.1. Zona gràfica.

Al menú *Fitxer*, a l'opció *Previsualitza* s'obri un finestra on es poden especificar les dades següents: el títol i l'autor de l'activitat, la data, l'escala en cm de la imatge de sortida, i també es pot triar l'orientació del paper (vertical o apaïsat). A la mateixa finestra es veu com queden les dades que anam introduint i des d'aquesta mateixa finestra es pot enviar a la impressora.



5.1.2. Passos de la construcció.

Des de les opcions del menú *Visualitza* | *Passos de la construcció* podem triar quina informació volem veure dels passos (nom, definició, comanda, àlgebra o punt d'interrupció), entre altres opcions. Mitjançant les opcions del menú *Visualitza* de la finestra *Passos de la construcció* que se'ns ha obert podem configurar com volem que s'imprimeixin els passos i podem imprimir-los des de l'opció *Fitxer* | *Previsualitza* de la mateixa finestra.



5.2. Exportar la zona gràfica com a una imatge o PSTricks.

Podem exportar la representació que es troba a la zona gràfica com a una imatge i així poder-hi treballar amb altres programes. Per fer això cal triar l'opció *Exporta* | *La zona gràfica com a imatge* del menú *Fitxer*. A l'exportar es pot especificar l'escala i la resolució de la imatge.

El programa només pot exportar a cinc formats diferents: PNG, EPS, SVG, EMF i PDF. Les característiques del dos formats principals són les següents:

- PNG (Portable Network Graphics). És un format molt adequat per imatges que es volen posar a pàgines web i documents de text. Permet transparències.
- EPS (Encapsulated Postscript). Més adequat per treballar amb programes de gràfics vectorials. La resolució és fixa i no permet transparències.

L'opció *Exportar* com *PSTricks* és recomanable quan existeixen fórmules LaTeX a la construcció.

5.3. Posar la zona gràfica al porta-retalls.

Amb l'opció del menú *Fitxer* | *Exporta* | *copia la zona gràfica al porta-retalls*, copia tota la zona gràfica de manera que la podem enganxar a altres documents com si es tractàs d'una imatge.

5.4. Exportar com a pàgina web.

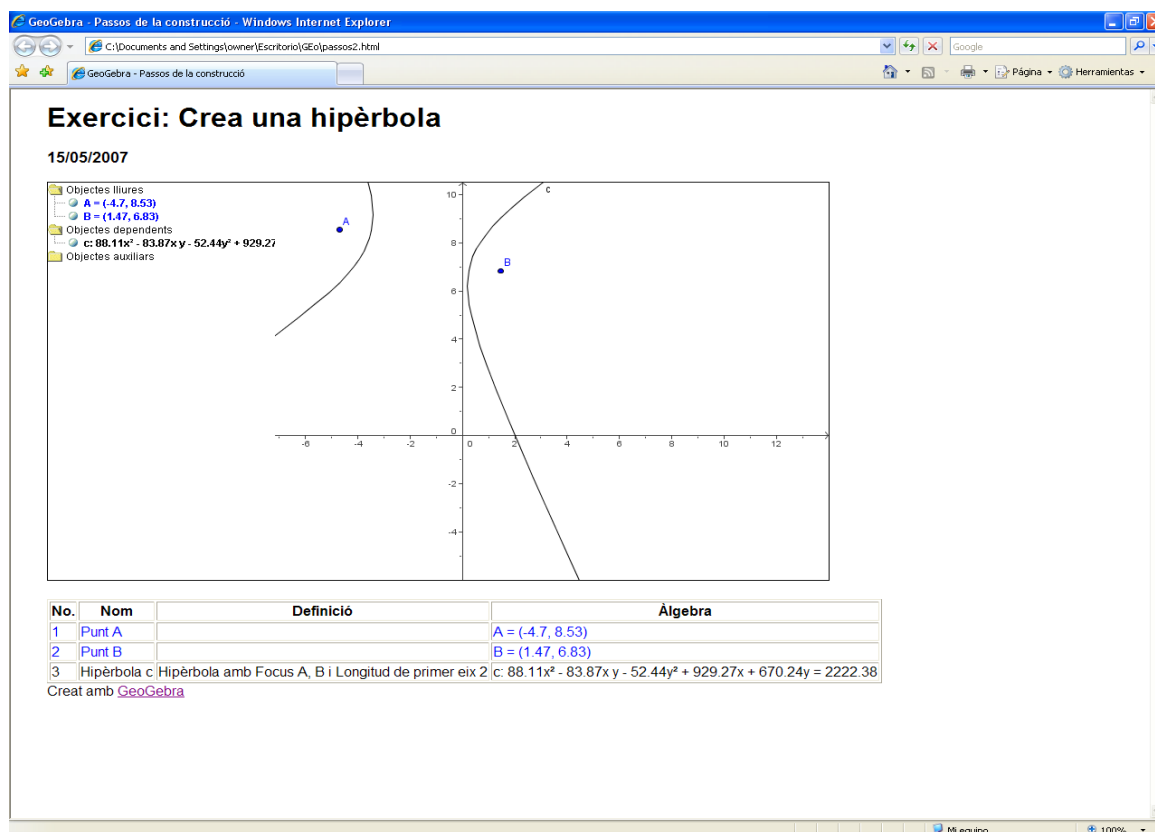
Es poden crear pàgines web tant a partir dels passos d'una solució com de la solució pròpiament dita. En els punts següents s'explica com s'ha de fer en cada cas. Tant en un com en l'altre es poden crear més d'un fitxer com a resultat de l'exportació. Per a què funcionin les pàgines han d'estar tots aquests fitxers al mateix directori o carpeta.

Les pàgines estan en format html i per tant són modificables des de qualsevol editor de pàgines web. En el cas de pàgines interactives cal tenir instal·lat el Java en els ordinadors per poder veure-les correctament.

5.4.1. Passos de la construcció.

Es pot crear una pàgina web on es veuen els passos que es segueixen per construir una solució. A través de l'opció *Visualitza|Passos de la construcció* i a la finestra que s'obri *Fitxer|Exporta com a pàgina web* podem triar quina informació sobre els passos volem que aparegui a la pàgina web. Se'ns obri la finestra per exportar on es pot posar el títol, l'autor i la data de l'exercici. I també decidir si es vol exportar la imatge de la zona gràfica o de la zona gràfica i l'algebraica.

En la imatge següent es veu la pàgina web generada amb les opcions introduïdes en la finestra anterior.



5.4.2. Construcció interactiva com a pàgina web.

Si al menú *Fitxer* triam l'opció *Exporta|construcció interactiva com a pàgina web* se'ns obri una finestra per l'exportació de l'activitat.

Exporta: Construcció interactiva (html)

Títol:

Autor: Data:

General Avançat

Text abans de la construcció:

Aquí pots veure una funció amb la seva suma inferior i la seva suma superior a l'interval $[a,b]$

☒ Construcció interactiva
☐ Botó per obrir una finestra d'aplicació amb construcció

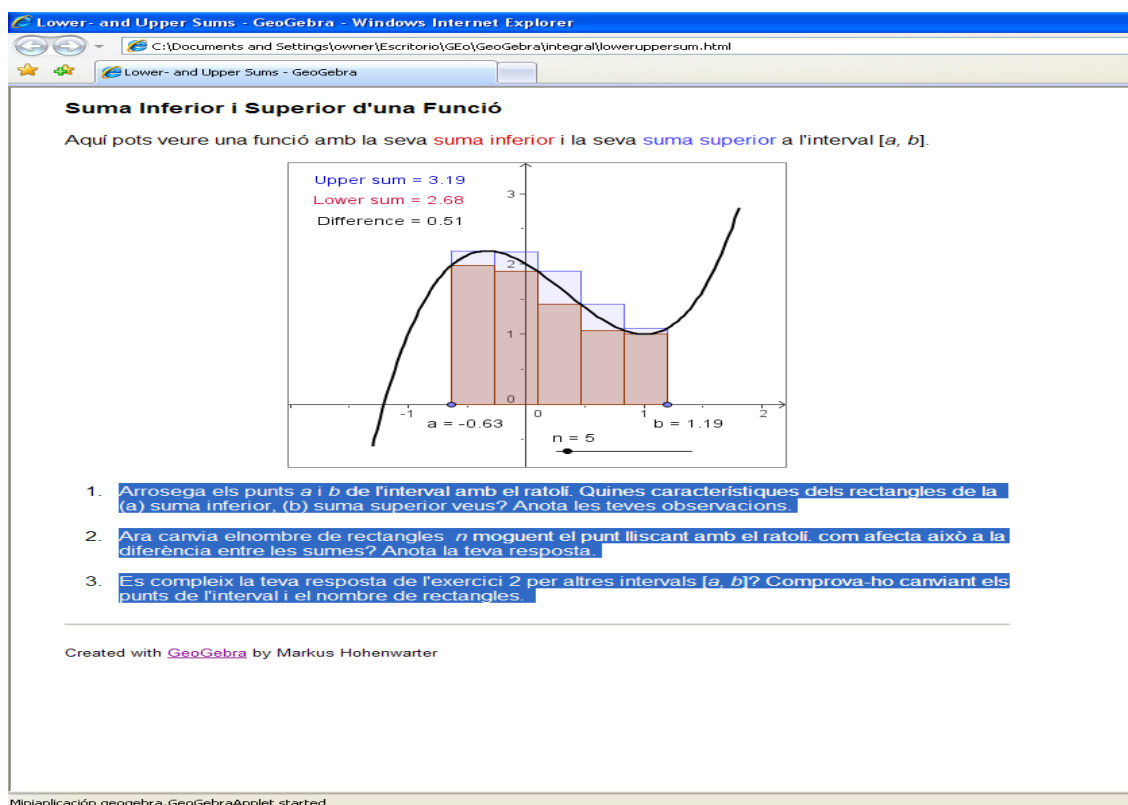
Text després de la construcció:

1. Arrosegas els punts a i b de l'interval amb el ratolí. Quines característiques dels rectangles de la (a) suma inferior, (b) suma superior veus? Anota les teves observacions.

2. Ara canvia el nombre de rectangles n movent el punt lliscant amb el ratolí. Com afecta això a la diferència entre les sumes? Anota la teva resposta.

Exporta Cancel·la

En aquesta finestra es pot introduir el títol, l'autor i la data de l'activitat, i també si desitgem que aparegui un text abans o després de la construcció. En aquesta finestra també podem triar si volem que la construcció s'obri directament a la pàgina o si volem un botó per obrir-la. La pàgina obtinguda a partir de l'exemple és la següent:





Activitat d'entrega obligada 7

A partir de l'activitat de reforç 6 obté una pàgina web de la construcció interactiva

Anomena aquesta activitat amb el nom **obligatoria7** a la carpeta de treball i envia-la al teu tutor.