

# Nuevas orientaciones en la enseñanza de las Matemáticas

Reunión de  
Catedráticos  
en Madrid  
Marzo 1961)

## Métodos en el Bachillerato.-La unidad didáctica y los Seminarios Didácticos. - Profesorado. - Material pedagógico

LA indiscutible eficacia de las reuniones del Profesorado oficial, que desde hace algunos años vienen celebrándose, ha movido al C. O. D. a organizar una nueva serie de estas reuniones, la primera de las cuales, celebrada del 6 al 11 de marzo último, se dedicó a los Catedráticos de Matemáticas.

Los Inspectores Sres. García Rúa y Rodríguez Labajo, miembros del C. O. D., organizaron el plan de trabajo a desarrollar.

Se pidió la colaboración de todos los Catedráticos de Matemáticas, rogándoles al mismo tiempo que indicaran las ponencias a que deseaban ser adscritos, para preparar con tiempo sus intervenciones y evitar las improvisaciones. Por último, se procedió, dada la limitación de plazas para esta primera reunión, a la designación de los asistentes, según las circunstancias especiales de cada Centro, e incluso buscando el mayor equilibrio posible en la representación de los Distritos. Los Catedráticos asistentes fueron: D.<sup>a</sup> Carmen Martínez Sancho (Sevilla, «Murillo»), D.<sup>a</sup> Griselda Pascual Xufre (Barcelona, «Maragall»), D. José Oñate y D. Angel Saldaña (Madrid, «Cardenal Cisneros»), D. José Royo López (Madrid, «Ramiro de Maeztu»), D. Emilio Pérez Carranza y D. Julio Fernández Biarge (Madrid, «San Isidro»), D. Lorenzo Martínez y D. Antonio Rodríguez San Juan (Madrid, «Lope de Vega»), D. Rafael García Aráez y D. Carlos Ibáñez García (Madrid, «Beatriz Galindo»), D. Jaime Mir Seguí (Mahón), D. Edgar R. Arostini (Ciudad Real), D. Florencio Caballero Valladares (Barcelona, «Menéndez Pelayo»), D. Salvador Ruiz Sánchez (Murcia, «Alfonso X»), D. Salvador Boch Puyol (Lérida), D. Enrique Vidal Abascal (Santiago, «Arzobispo Gelmírez»), D. José R. Pascual Ibarra (Valladolid, «Zorrilla»), D. Salvador Segura Domenech (Alicante), D. Sebastián Navarro (Alcalá de Henares), D. Francisco Sáiz Sanz (Almería), D. Jaime Rigual Magallón (Ceuta), D. Rafael Merino Eguirazu (Málaga, femenino), D. Eduardo García Rojeja Fernández (Santiago, «Rosalia de Castro»), D. Fernando Hernández Ayna (Segovia), D. José Valdés Suárez (Gijón, «Jovellanos»), D. José González Martín (Pontevedra), D. Juan Casulleras Regas (Barcelona, «Milá y Fontanals»), D. José García y García (Valencia, «Luis Vives»), D. Tomás Ruiz de Pablo (Tánger), D. Gonzalo Calero Rosillo (Sevilla, «San Isidoro»), D. Gregorio Caballero Malfaz (Palencia, «Jorge Manrique»), D. Eulogio Hernández Alonso (Zamora), D. Vicente Ayuso Arnaut (Logroño), D. Valentín Marco Monreal (San Sebastián), D. Francisco Muñoz Juar (Alcoy), D. Francisco Echarte Reulo (Vigo), D. Francisco Marcos Lanuza (Granada, «Ganivet»), D. Daniel Serrano García (Cáceres), D. Angel Martínez Losada (Soria) y D. Angel Rodolfo Parra González (Vitoria).

Participaron igualmente los Inspectores de Enseñanza Media Ilmos Sres. D. Francisco Bernardo Cancho, D. Luciano Fernández Penedo, D. Joaquín García Rúa, D. Alfonso Guiraum y D. Alfredo Rodríguez Labajo.

### PROGRAMA DE LA REUNIÓN

Los trabajos de la reunión se desarrollaron con arreglo al siguiente programa:

**Día 6 de marzo, lunes.**—Mañana: 10 h.: Apertura de la reunión. 11½ h.: Descanso. 12 h.: Ponencias.—Tarde: 4½ h.: Ponencias. 6 h.: Descanso. 6½ h.: Ponencias. (Local: Instituto «Jorge Juan».)

**Día 7, martes.**—Mañana: 9½ h.: Pleno (primera ponencia). 11½ h.: Descanso. 12 h.: Pleno (segunda ponencia).—Tarde: 4½ h.: Pleno (tercera ponencia). 6 h.: Descanso. 6½ h.: Conferencia del Prof. Abellanas. (Local: Instituto «San José de Calasanza».)

**Día 8, miércoles.**—Mañana: 9<sup>1</sup>/<sub>2</sub> h.: Pleno (cuarta ponencia). 11<sup>1</sup>/<sub>2</sub> h.: Descanso. 12 h.: Pleno (quinta ponencia). (Local: Instituto «San José de Calasanz».)—Tarde: 3 h.: Visita a «Experiencias Industriales, S. A.», de Aranjuez.

**Día 9, jueves.**—Mañana: 10<sup>1</sup>/<sub>2</sub> h.: Unidad didáctica. (Local: Instituto «San Isidro».) 12<sup>1</sup>/<sub>2</sub> h.: Seminario didáctico. (Local: Instituto «Cardenal Cisneros».)—Tarde: 4<sup>1</sup>/<sub>2</sub> h.: Pleno (sexta ponencia). 6 h.: Descanso. 6<sup>1</sup>/<sub>2</sub> h.: Conferencia del Prof. R. Bacñiller. (Local: Instituto «San José de Calasanz».)

**Día 10, viernes.**—Mañana: 10<sup>1</sup>/<sub>2</sub> h.: Unidad didáctica. (Locales: «B. Galindo» y «R. de Maeztu».) 12<sup>1</sup>/<sub>2</sub> h.: Seminario didáctico. (Local: Instituto «Lope de Vega».)—Tarde: Visita a la sección de máquinas calculadoras del Instituto Nacional de Estadística y de la Telefónica.

**Día 11, sábado.**—Mañana: 9<sup>1</sup>/<sub>2</sub> h.: Pleno (conclusiones). (Local: Instituto «San José de Calasanz».) 12 h.: Visita al Seminario del Instituto «Ramiro de Maeztu».—Tarde: 2 h.: Clausura, con asistencia del Ilmo. Sr. Director General de Enseñanza Media.

### T E M A R I O

#### TEMA I:

- a) La enseñanza de la Matemática en el Bachillerato y su relación con otras del mismo o distinto grado.
- b) Cuestionarios de Bachillerato.
- c) Horario.

#### TEMA II:

- a) La unidad didáctica: Forma eficaz de desarrollarla.
- b) Estudio y consideraciones sobre los métodos actualmente empleados en la enseñanza de la Matemática en los distintos cursos del Bachillerato.
- c) Las clases prácticas.

#### TEMA III:

- a) Formación del Profesorado.
- b) Los Profesores becarios.
- c) El Seminario Didáctico de Matemáticas. Actividades del mismo y su coordinación con otros.

#### TEMA IV:

- a) Pruebas de Grado Elemental.
- b) Pruebas de Grado Superior.

#### TEMA V:

- a) Cuestionario del Curso Preuniversitario.
- b) Las pruebas del Preuniversitario.

#### TEMA VI:

- a) Material pedagógico.
- b) Biblioteca del Profesor (1, libros de carácter científico; 2, libros de carácter didáctico).
- c) Biblioteca del alumno (1, libros de estudio; 2, libros de divulgación).

Los temas fueron estudiados por ponencias, que integraron los Catedráticos que se indican:

**Tema primero.**—D. Salvador Bosch, D. José R. Pascual Ibarra, D. Juan Casulleras, D. Vicente Ayuso, D. Francisco Echarte, D. Daniel Serrano, D. José Oñate y D. Carlos Ibáñez.

**Tema segundo.**—D. Salvador Ruiz Sánchez, D. Francisco Sainz Sainz, D. Eulogio Hernández, D. Valentín Marco, D. Francisco Marcos Lanuza, D. Angel Martínez Losada y D. Emilio P. Carranza.

**Tema tercero.**—D. Rafael Merino, D. Eduardo García Rodeja, D. José Valdés, D.<sup>a</sup> Griseida Pascual, D. Lorenzo Martínez y D. Julio Fernández Biarge.

**Tema cuarto.**—D. Jaime Mir, D.<sup>a</sup> Carmen Martínez Sancho, D. Edgar Rubén Agostini, D. Tomás Ruiz de Pablo, D. Gregorio Caballero, D. Francisco Muñoz de Juan, D. Rodolfo Parra, D. Angel Saldaña y D. Antonio Rodríguez San Juan.

**Tema quinto.**—D. Carlos Calvo, D. Enrique Vidal, D. Salvador Segura, D. Sebastián Navarro, D. Fernando Hernández Ayna, D. Francisco Ros, D. José Royo López y D. Rafael Aráez.

**Tema sexto.**—D. Florencio Caballero, D. Jaime Rigual, D. José González Martín, D. Gonzalo Calero y D. José Martínez.

Los Inspectores Sres. Cancho, Fernández Penedo, García Rúa, Guiraum y Rodríguez Labajo quedaron adscritos uno a cada ponencia.

Separadamente se reunieron las distintas Comisiones integrantes de cada ponencia para formular las propuestas correspondientes que fueron discutidas en las sesiones plenarias.

### VISITAS DIDACTICAS

Completaron el programa de esta reunión interesantes visitas a las magníficas instalaciones del Instituto Nacional de Estadística, Telefónica y Experiencias Industriales, S. A., de Aranjuez, donde pudieron apreciarse los avances de la técnica y sus relaciones con el progreso de la Matemática.

Cerró el ciclo de trabajos de la Semana Didáctica el Ilmo. Sr. Director General de Enseñanza Media, quien dirigió la palabra a todos los Catedráticos asistentes agradeciéndoles su entusiasta colaboración y estimulándoles a continuarla en beneficio de la enseñanza.

\* \* \*

A continuación insertamos el texto de las ponencias desarrolladas en la Reunión, juntamente con los resúmenes leídos en la sesión final plenaria:

## I. - LA ENSEÑANZA DE LA MATEMATICA EN EL BACHILLERATO

Se consideran fundamentales tres factores al estudiar la enseñanza de la Matemática en el Bachillerato:

a) El Bachillerato. b) El alumno. c) La Matemática.

Estos tres factores corresponden a tres aspectos del problema: 1.º Aspecto social, finalidad del Bachillerato o, mejor, finalidad social de la Enseñanza Media. 2.º Aspecto psicológico, punto de vista del alumno; es decir, estudio y posibilidades de desarrollo de las capacidades del adolescente en relación con su estructura mental previa (aprendizaje). 3.º Aspecto lógico, que enfoca el problema de la Matemática misma; en cierto modo viene a ser el punto de vista del Profesor.

1.º FACTOR SOCIAL.—Es bien conocida la transformación profunda sufrida por el Bachillerato en los últimos años, consecuencia de la transformación experimentada por la

sociedad misma, que ha dado origen a lo que certeramente se ha denominado «crisis del crecimiento». Una enseñanza dirigida a una minoría de alumnos, que tenía por objeto la preparación para la enseñanza universitaria, ha sido sustituida por otra de masas con finalidades múltiples. Los Gobiernos se han visto precisados a resolver o intentar resolver los problemas: 1.º Canalizar por cauces de seguridad social la crecida incesante del alumnado en la Enseñanza Media. 2.º Salvaguardar la calidad de la enseñanza tradicional.

Por eso, la división de la Enseñanza Media en dos ciclos diferenciados: el Grado Elemental, de carácter general, no selectivo y orientador de las aptitudes del alumno, y el Grado Superior, de carácter selectivo y preparatorio para estudios superiores.

2.º FACTOR PSICOLOGICO. — Desde el

punto de vista del alumno, los estudios medios tienden a desarrollar al máximo las capacidades psicológicas del adolescente, tanto en lo referente a las funciones intelectuales como de la formación del carácter. La importancia de este factor psicológico, reconocida de antiguo en la enseñanza primaria, ha adquirido ya carta de naturaleza en la Enseñanza Media. «Un programa moderno que no tuviera en cuenta la psicología del aprendizaje sería tal vez más dogmático y más escolástico que el programa tradicional; un programa moderno debe serlo desde el punto de vista psicológico eom desde el punto de vista de las Matemáticas» (Servais).

Por eso, un programa no debe ser sólo un enunciado de materias, sino, fundamentalmente, una metodología de su enseñanza, porque no se trata de transmitir a los alumnos unos conocimientos más o menos elaborados, sino más de desarrollar en ellos una actividad matemática. «Yo pienso que ha llegado el momento de introducir un nuevo axioma como base de la educación. Si nuestra dignidad humana consiste en nuestra capacidad creadora (hoy la máquina puede hacer todo lo que hace el hombre, menos crear), es precisamente esta capacidad la que deberá desarrollarse en los niños. En otros términos, nuestra enseñanza no deberá ser ya la enseñanza de un guardián de museo, sino la de un creador» (Choquet).

3.º LA MATEMÁTICA.—1.º Lo que caracteriza a la Matemática llamada moderna es el estudio de las estructuras fundamentales. Más que el estudio de tal o cual teorema, o teoría, lo importante, por su esencialidad, a la par que por la economía de pensamiento que supone, es la labor de síntesis lograda con el descubrimiento de las estructuras fundamentales de la Matemática. La Matemática moderna, al prescindir de los entes matemáticos y estudiar más bien sus relaciones, paradójicamente estudia aquéllos de manera más profunda, penetrando en la esencia misma de su naturaleza. Como dice Choquet, «comprendemos mejor el significado de una palabra o de un frase cuando conocemos toda la página de la que ha sido sacada».

Examinados, pues, brevemente los tres factores del problema, la pregunta que aquí debemos formularnos es la siguiente: La enseñanza de las Matemáticas, ¿cumple los objetivos requeridos por estas exigencias? Además, ¿se cubren las necesidades actuales de la sociedad, del alumno y de la Matemática? ¿Será posible alcanzar estos tres objetivos? ¿Y cómo lograrlo? La ponencia estima que la contestación a la primera pregunta no es afirmativa. «Las Matemáticas y el estilo de pensamiento que le es propio deben ser considera-

dos como un elemento esencial de la cultura general del hombre moderno, aunque éste no tenga una actividad científica o técnica. Es necesario que la enseñanza de las Matemáticas, en estrecho enlace con las demás ramas del saber, proporcione a los alumnos una comprensión del papel que juegan las Matemáticas en las concepciones científicas y filosóficas del mundo actual» (Recomendación número 43 del BIE y UNESCO).

Igualmente, desde el punto de vista de las aplicaciones prácticas, la Matemática interviene cada vez con mayor intensidad en todas las profesiones y en la vida ordinaria (ver «Álgebra moderna y actividades humanas»). (Una observación: no podemos conformarnos con la deficiente preparación matemática de nuestros bachilleres de la sección de Letras.)

2.º Las más recientes investigaciones en el campo de la psicología del aprendizaje en el adolescente han descubierto en las estructuras de la inteligencia una multivalencia en consonancia con las estructuras de la Matemática moderna. (V. Piaget: «Estructuras matemáticas y estructuras operatorias de la Inteligencia»). Nuestra enseñanza clásica sustituye esta multivalencia estructural por una univalencia de objetos, lo que supone una deformación y una pérdida de riqueza (Gattegno), con merma de las posibilidades naturales de los niños.

3.º Al contrario de lo que acontece en otras materias, como la Física o la Química, por ejemplo, en que los más recientes descubrimientos se han incorporado ya a los programas de la Enseñanza Media, no podemos decir lo mismo de las Matemáticas, a pesar de haber sido ésta la que en su ascensión constante hacía más elevados grados de abstracción haya evolucionado más en los últimos cuarenta años. El joven Licenciado en Matemáticas, que sale hoy de la Facultad de Ciencias bien provisto de Álgebra moderna, Topología y Axiomática y comienza a ejercer la función docente en la Enseñanza Media, tiene que retroceder más de un siglo en su concepción de la Matemática. En sentido inverso, el bachiller que llega a la Facultad para cursar su licenciatura se verá obligado a rehacer toda su concepción de la Matemática, con el consiguiente derrumbamiento de todo lo construido, pues no asciende a un piso más alto del mismo edificio, sino que, en realidad, pasa a otro edificio diferente.

En consecuencia de lo expuesto, la ponencia estima que debe procederse al estudio sistemático desde sus comienzos, de moda

que su desarrollo se centre alrededor de las estructuras fundamentales de la Matemática. La elaboración del conjunto de directrices concretas que traduzcan esta reorganización ya en vías de experimentación en otros países y que cuentan también en nuestra Patria con experiencias aisladas, es claro que entraña serias dificultades, como todo progreso de renovación, y que, por tanto, no podrá realizarse de manera inmediata. Ha de ser precedida de una etapa de minuciosa experimentación, de la cual la ponencia se limita a exponer un posible programa de trabajo, cuya realización cree imprescindible, y que debe llevarse a cabo en espíritu de equipo para su debido contraste por una Comisión mixta de Matemática: Profesores universitarios y de Enseñanza Media. La ponencia considera que sería también deseable la intervención de Profesores de Enseñanzas de Magisterio, por la importancia que tiene la promoción de futuros maestros.

#### ESQUEMA DEL PROGRAMA DE TRABAJO

##### Noción 1.<sup>a</sup> CONJUNTO. SUBCONJUNTO.

Estas ideas serán introducidas mediante ejemplos concretos de colecciones de objetos con una cualidad determinada. Puntos de una cuadrícula; puntos de un recinto; semirrecta, semiplano. Conjunto de conjuntos.

##### OPERACIONES FUNDAMENTALES. INCLUSIÓN, REUNIÓN, INTERSECCIÓN.

##### Noción 2.<sup>a</sup> PRODUCTO DE CONJUNTOS. RELACIONES BINARIAS.

Este apartado abarca la idea de operación, los fundamentos de la combinatoria y la génesis del concepto de punto de Geometría analítica, entre otras.

##### Noción 3.<sup>a</sup> APLICACION DE CONJUNTOS. CONCEPTO DE FUNCION.

Este concepto es fundamental tanto en la Matemática como en las aplicaciones de la vida ordinaria y debe ser introducido lo antes posible con generalidad.

##### Noción 4.<sup>a</sup> EQUIVALENCIA.

Es la noción fundamental que da paso a la idea de clase. Se hará uso constante de esta construcción de clases de equivalencia, desde casos sencillos relativos a conjuntos finitos hasta la introducción de los entes fundamen-

tales del Álgebra, de la Geometría y del Análisis. Especialmente las transformaciones geométricas (traslaciones, movimientos, semejanzas) darán ocasión de manifestar la ponencia de síntesis de esta noción, que permite la sistematización de la Geometría, y, con las estructuras de grupo de las transformaciones, pone las bases de la estructura de espacio vectorial que deberá presidir el ulterior desarrollo de la Geometría.

##### Noción 5.<sup>a</sup> SIMETRIZACION DE UN CONJUNTO. GRUPO.

Número entero. Número racional. Transformaciones geométricas. Permutaciones. Grupos finitos.

##### Noción 6.<sup>a</sup> REVERSIBILIDAD DE LAS OPERACIONES.

Permitirá abordar, desde el punto de vista dinámico-operatorio, la resolución de ecuaciones.

##### Noción 7.<sup>a</sup> ESPACIO VECTORIAL.

Para abordar con esta base el estudio de los polinomios, la Geometría, teoría de funciones, etc.

Asimismo, podría estimularse la publicación de otras en esta línea de renovación.

Con relación a los horarios, en una nueva estructuración de la enseñanza se estima la conveniencia, y aun necesidad, de que las Matemáticas tengan un horario extenso que permita la formación matemática de la juventud como un imperativo de las necesidades de la vida corriente. Y en la situación actual se estima que, para una mayor eficacia de los programas vigentes, y como necesidad social de preparación para los exámenes, el horario de los cursos 4.<sup>o</sup> y 6.<sup>o</sup> debieran ampliarse.

• • •

La ponencia desarrolló los distintos puntos, señalando especialmente la conveniencia de pensar en una nueva estructuración del Bachillerato, con arreglo a la Matemática moderna para ir al compás de los avances científicos y pedagógicos de todos los países, si bien con la necesaria prudencia y previo un trabajo experimental sobre tan delicada cuestión.

Dos brillantes conferencias, a cargo de los ilustres Profesores universitarios D. Tomás Rodríguez Bachiller y D. Pedro Abellanas, sirvieron para ilustrar a los reunidos sobre

tan interesante tema, manifestando ambos que la precisión de acometer el estudio de esa reorganización y la necesidad de proceder con reflexión y base experimental constituye el binomio de la solución del referido problema. Criterio éste coincidente con la opinión general. El texto de ambas conferencias se publica al final de la referencia de esta Reunión didáctica.

#### RESUMEN DE LA PONENCIA

1. Razones sociales, psicológicas y de índole matemática aconsejan que se debe proceder a un sistemático estudio de una reordenación de la enseñanza de la Matemática desde sus comienzos. Esta reordenación está en vía experimental en otros países y cuenta en nuestra Patria con experiencias aisladas.

2. La renovación cuyo estudio se propugna no es una nueva revisión de los actuales cuestionarios; se pretende con ella que la fuente informadora y ordenadora de la enseñanza se centre en las estructuras fundamentales de la Matemática moderna, teniendo siempre presente las estructuras mentales previas del alumno.

3. Como estudio de un proceso renovador de cierta amplitud, éste no puede realizarse en forma inmediata y ha de ser precedido de una etapa de minucioso estudio y experimentación. Ha de decidirse, entre otros casos:

a) Cuáles de las estructuras de la Matemática moderna pueden y deben ser mostradas a los alumnos en las primeras etapas de la enseñanza.

b) Cuál es el momento escolar adecuado para enseñarlos.

4. El estudio y experimentación debiera ser realizado por Comisiones mixtas de Profesores universitarios y de Enseñanza Media, en espíritu de equipo.

5. La ponencia considera que sería también deseable la intervención de Profesores de Enseñanzas del Magisterio, por la importancia que tiene la promoción de futuros maestros.

6. En la situación actual se estima que, para una mayor eficacia de los programas vigentes, y como necesidad social de preparación para los exámenes, el baremo de los cursos 4.º y 6.º debiera de ampliarse.

## II. - LA UNIDAD DIDÁCTICA: FORMA DE DESARROLLARLA EFICAZMENTE

La unidad didáctica ha sido un verdadero estimulante de clases activas, eliminando al Profesor tomador de lecciones y al conferenciante.

Creemos que una de las consecuencias inmediatas de la implantación de las unidades didácticas y de las clases activas ha de ser la suspensión, o por lo menos la reducción al mínimo, del trabajo de los alumnos en sus casas, las clásicas «tarecas» o «deberes». De no ser así, el aumento de un cuarto de hora por clase vendría a recargar más aún el trabajo de nuestros escolares; no obstante, en Matemáticas, por causas ajenas a la auténtica finalidad de la unidad didáctica, en los cursos 4.º y 6.º resultan insuficientes para desarrollar por completo el trabajo de clase, como por la precupación inevitable de las pruebas de Grado.

La unidad didáctica vino, además, a favorecer a los alumnos, que en sus hogares no encontraban ambiente apropiado al estudio, bien por falta de clima intelectual o por otras circunstancias, a la vez que permite proporcionarles tiempo necesario para su desarrollo físico completo.

No se debe establecer un patrón rígido, una forma típica de unidad didáctica en Matemáticas, y mucho menos encasillarla en una previa distribución del tiempo. La gran variedad de temas, aun dentro del mismo curso, y sobre todo la diversa metodología que caracteriza y hasta es propia de cada lección, impiden muchas veces que una manera adecuada y aconsejable en un tema tenga vigencia o validez en el tema siguiente.

Por otro lado, y a lo largo del Bachillerato, las Matemáticas experimentan cambios profundos en sus métodos y en su finalidad; desde la adquisición preferentemente constructiva de conocimientos intuitivos, donde es suficiente la evidencia sensible, hasta el desarrollo racional y sistemático de los últimos cursos.

Así, concretando un poco más, las ideas que en los primeros cursos debe presidir la ordenación de unidades didácticas pueden ser las siguientes:

1.ª Partiendo de la observación directa de figuras y elementos contruidos por los propios alumnos, llegar a la adquisición de las estructuras que caracterizan las operaciones.

2.º El adiestramiento en el manejo instrumental del dibujo.

3.º Iniciar al alumno en la correcta expresión de las ideas; muchas veces claras y defectuosamente expuestas...

En los cursos de transición ha de tenderse a provocar reacciones ante un problema matemático, deduciendo de las observaciones de los datos las consecuencias más importantes, procurando subsanar los posibles errores de apreciación. Es fundamental evitar los errores de concepto, puesto que los conceptos constituyen lo fundamental en la Matemática. No debe tampoco despreciarse la exactitud de resultados que, aunque no fundamentales, contribuyen a completar el sentido de precisión.

En este periodo es esencial que el alumno distinga entre lo que es evidente y lo que no lo es; hay que inculcarle la necesidad de demostrar lo que en principio para él resulta innecesario.

Después de estas consideraciones podemos entender por unidad didáctica un periodo de tiempo durante el cual un grupo de alumnos, que no debiera ser superior a treinta, con material necesario, bajo la acción directa de un Profesor y siempre con la orientación de un Catedrático, en una estrecha colaboración, se consiga por completo, sin otra labor ajena al momento, adquirir los conocimientos y la formación correspondiente a la materia a desarrollar en la clase.

En líneas generales, la unidad didáctica podría comenzar por una breve introducción de tres o cuatro minutos para lograr que los alumnos centren su atención en el tema. El Profesor puede hacer algunas consideraciones relativas a lo tratado en la última clase o indicar algunos centros de interés que le puedan servir para desarrollar la clase, en los que hará intervenir a distintos alumnos, especialmente a aquellos que su propia experiencia le haya llevado al conocimiento de que pueden, con más facilidad, aislarse en su interior, despreocupándose de la clase.

La primera parte de ésta, auténticamente activa, de un tiempo variable, según las reacciones de los propios alumnos y de los conocimientos que vayan a adquirir o a elaborar, es aquella en que el Profesor ha de actuar de modo preferente. A continuación debe seguir una breve sesión de estudio dirigido, finalizando con una serie de preguntas o de ejercicios.

Como garantía y control de los conocimientos adquiridos y de las posibilidades de elaboración de otros conceptos relacionados con ellos, pueden hacerse pruebas objetivas al final de cada capítulo; pruebas que, en todo caso, justificarían la repetición de aquellas

cuestiones que no hayan sido bien retenidas por los alumnos.

**CLASES PRÁCTICAS.**—Aparte de los ejercicios prácticos que se incluyen cada día en la unidad didáctica, al finalizar una teoría o cuando el desarrollo del programa lo aconseje, que suele ser muy frecuentemente en nuestra disciplina, debe dedicarse una clase o varias a la resolución de ejercicios de recapitulación y problemas relacionados con los temas estudiados.

Sería aconsejable que por el Centro de Orientación Didáctica y las Inspecciones de distrito, en su función asesora, se estimulase a los Seminarios de Matemáticas de los distintos Institutos a que estudiaran la manera de desarrollar una serie de «unidades didácticas-tipo» sobre cuestiones claves, de los distintos temas comprendidos en los diferentes cursos de Bachillerato, que serían desarrollados de forma experimental en reuniones de Profesores de Matemáticas que se celebrarían en las cabeceras de distrito.

Para ello podrían distribuirse estas unidades didácticas entre los Seminarios de los Institutos de cada dos distritos (un curso para cada dos distritos) suficientemente alejados para que pudieran contrastarse los resultados obtenidos, teniendo en cuenta las reacciones de nuestros alumnos, según su distribución en el ámbito nacional.

...

La ponencia complementó sus deliberaciones con el desarrollo de «unidades didácticas» a cargo de Profesores becarios en los Institutos «San Isidro», «Ramiro de Maestru» y «Beatriz Galindo».

#### RESUMEN DE LA PONENCIA

1. La unidad didáctica debe ser un estimulante de clases activas.

2. No es conveniente establecer una distribución rígida del tiempo dedicado a cada una de sus partes, en la unidad didáctica.

3. La eficacia de la unidad didáctica depende fundamentalmente de la forma en que se prepare y desarrolle.

4. En general, el alumno, al finalizar la unidad didáctica, debe de haber adquirido los conocimientos y la formación que corresponde al tema desarrollado.

5. La Matemática, a lo largo del Bachillerato, experimenta cambios profundos en sus métodos y en su finalidad, por lo que en los primeros cursos la adquisición de conocimientos debe tener un carácter marcadamente intuitivo hasta el desarrollo racional y sistemático propio de los últimos cursos.

6. En los cursos intermedios o de transición ha de tenderse a provocar reacciones ante un problema matemático, deduciendo de la observación de los datos las consecuencias más importantes, siendo esencial que el alumno distinga entre lo evidente y lo que no lo es, inculcándole la necesidad de demostrar lo que en principio para él resulta innecesario.

7. Debe haber clases dedicadas exclusivamente a ejercicios prácticos de recapitulación cuando el desarrollo del programa así lo aconseje.

8. Se considera importante que el C. O. D. proponga a los Seminarios didácticos de los Institutos unidades didácticas-tipos a desarrollar sobre las cuestiones de mayor interés.

### III. - FORMACION DEL PROFESORADO; LOS PROFESORES BECARIOS Y EL SEMINARIO DIDACTICO DE MATEMATICAS

1) El carácter formativo de la enseñanza de la Matemática ha requerido siempre que el Profesorado encargado de ella tenga una cuidadosa formación específica, que resulta muy difícil de improvisar. La necesidad de esta formación se acusa hoy de forma más imperiosa, a causa de la paulatina, pero inevitable, introducción de los puntos de vista de la Matemática actual en el Bachillerato, y de la creciente necesidad nacional de técnicos de todos los grados con preparación matemática adecuada. Esta formación específica es indispensable incluso para el Profesorado encargado de la enseñanza de las Matemáticas en los primeros cursos del Bachillerato, pues su falta puede acarrear una deformación del pensamiento matemático de los alumnos, difícil de subsanar en cursos siguientes.

2) La mayor parte del Profesorado que actualmente atiende a la docencia de las Matemáticas en los Centros de Enseñanza Media de todas clases está muy lejos de satisfacer las condiciones que se han enunciado como imprescindibles en la conclusión anterior.

3) La causa fundamental de la deficiencia que señalamos es sencillamente la gravísima escasez de Licenciados en Ciencias formados en la Sección de Matemáticas. Esta escasez, ya denunciada con carácter alarmante en la ponencia redactada por el inolvidable maestro D. Pedro Puig Adam, con motivo de la Reunión de Catedráticos de 1956, se ha ido agravando hasta el momento actual, y muestra tendencia a desembocar en un problema insoluble si no se adoptan medidas extraordinarias y urgentes.

4) Esta falta de Licenciados formados en la Sección de Matemáticas hace que se dediquen a la docencia de las mismas muchos titulados que carecen de la formación específica para ejercerla con alguna eficacia, por no hablar del gran número de personas dedica-

das a esta docencia sin formación idónea ni título universitario alguno. Este pseudo-profesorado, incapaz de formar a sus alumnos, por falta de profundidad en sus conocimientos matemáticos, convertido casi siempre en cuerpo de preparadores de exámenes, hace que se malogren futuras vocaciones para la Matemática, con lo que se crea un círculo vicioso que aleja las perspectivas de solución del problema que nos ocupa.

5) Los datos estadísticos que más adelante se expondrán demuestran que el problema del Profesorado de Matemáticas es cualitativamente distinto y cuantitativamente mucho más grave que el que se presenta en el de otras disciplinas, por lo que las soluciones que puedan adoptarse para la formación del Profesorado de Enseñanza Media en general resultarán insuficientes para su caso, que, como se ha dicho, requiere la adopción de urgentes medidas de excepción.

6) Los datos expuestos en el anexo I, referentes al número de alumnos de la sección de Matemáticas y al número de títulos expedidos en los últimos años, comparados con los correspondientes a otras secciones de la Facultad de Ciencias, muestran la exigua proporción en que se encuentran los primeros. En la interpretación de estos datos debe tenerse en cuenta que muchos alumnos de Matemáticas repiten cursos en su carrera, por lo que un mismo alumno viene contado varias veces al hacer recuento de matriculados. De los alumnos que terminan, la Escuela Politécnica del Ejército absorbe una proporción considerable.

7) En el anexo II se compara el número de cátedras de Matemáticas vacantes con el de las previstas en los Institutos Nacionales de Enseñanza Media, y se recogen los resultados de las últimas oposiciones celebradas, en todas las cuales quedaron plazas sin cubrir. Debe señalarse que algunos de los Catedráticos propuestos por los tribunales no



han llegado a incorporarse al Centro elegido, quedando voluntariamente en situación de excedentes. Igualmente descorazonador es el resultado del concurso para adjudicar las becas de Profesores ayudantes de Matemáticas en algunos Institutos, que también se recoge en dicho anexo.

8) Aunque es difícil obtener datos exactos sobre el número de Licenciados en Ciencias de la sección de Matemáticas con los que cuenta actualmente la Enseñanza Media, el anexo III recoge algunas estimaciones y datos parciales que ilustran la gravedad de la situación. Si se tiene en cuenta que el problema del Profesorado no quedaría resuelto aunque se contase con el personal idóneo para atender al alumnado actual, que es necesaria una enorme expansión de las enseñanzas de grado medio de todos los tipos, y ha de atenderse a este necesario crecimiento de las necesidades; se llega a la conclusión de que aun contando con la adopción de medidas excepcionales, deberá pasar mucho tiempo antes de que el problema que nos ocupa entre en vías de solución; un retraso en la adopción de esas medidas podría crear una situación que supondría un serio entorpecimiento en los planes de desarrollo cultural de nuestra Patria.

9) Por todo lo expuesto, se estima que antes de entrar en el problema de la formación del Profesorado es necesario estudiar cómo aumentar el número de vocaciones matemáticas y la manera de encauzarlas hacia la docencia. Para ello sugiere, por una parte, la adopción de aquellas medidas de carácter transitorio que pueden paliar el problema actual, y por otra parte, la de aquellas conducentes a mejorar las perspectivas para el futuro.

10) Se sugiere la creación de becas específicas para que aquellos alumnos del último curso del Bachillerato con una aptitud demostrada para las Matemáticas puedan cursar los estudios de la Licenciatura de Ciencias (sección de Matemáticas), aunque ello lleve consigo el traslado a Universidades de otros distritos. El actual sistema de protección escolar exige solicitar la beca en el distrito en que se han de cursar los estudios. El Profesorado de los últimos cursos debe dar cuenta a la Inspección, Comisaría de Protección Escolar u organismo que se designe para esta finalidad, de los alumnos que terminan el Bachillerato con las mencionadas aptitudes, y a esos alumnos debe hacerseles ofrecimiento de las becas que preconizamos, con el propósito concreto de que puedan estudiar Matemáticas en las Universidades que cuentan con la sección adecuada.

11) Se recomienda la progresiva implanta-

ción de la sección de Matemáticas, total o parcialmente, en el mayor número de Facultades de Ciencias de la nación.

12) Se recomienda la implantación de una o varias disciplinas de Didáctica Matemática, con carácter eminentemente práctico, en colaboración con los Institutos Nacionales de Enseñanza Media, en las Facultades de Ciencias que no la tengan establecida.

13) Se recomienda que las Universidades y las autoridades competentes estudien a fondo, y con urgencia, si es viable convertir en realidad la idea expuesta por el Catedrático D. Pedro Abellanas Cebollero en el tratado «Perspectivas profesionales y científicas de la carrera de Matemáticas», publicado en el Prontuario del Profesor de Enseñanza Media «Cátedra 1960-61», sobre la creación de una Licenciatura abreviada en la sección de Matemáticas, especialmente destinada a formar el Profesorado de grado medio de todos los tipos.

14) Podría facilitarse el acceso al Profesorado oficial, mediante la no obligatoriedad de dos años de práctica docente, que podría eximirse al menos para aquellos que hayan cursado las disciplinas de Didáctica Matemática que se establezcan en lo sucesivo, o la que tiene establecida ya la Universidad de Madrid.

15) Como medida transitoria para completar la formación matemática de los Licenciados que actualmente se dedican a la enseñanza de las Matemáticas sin preparación específica para ello, se recomienda la organización de Seminarios Matemáticos en la forma que se detalla en las conclusiones siguientes.

16) Se han de distinguir dos aspectos diferentes de la formación del Profesorado de Matemáticas, que se refieren al científico y al didáctico, y aun dentro de cada uno de ellos debe considerarse separadamente la formación previa al ejercicio de la docencia y la que debe extenderse a lo largo de ella.

En lo que se refiere a la formación científica, se estima que su organización o patrocinio corresponde a la Universidad, mientras que la formación didáctica cae más bien en el ámbito de la Enseñanza Media.

17) De acuerdo con la conclusión anterior, se sugiere la creación, dentro del marco de la Universidad, de un Seminario Matemático específicamente dirigido a la formación científica del Profesorado de Enseñanza Media, cuyos fines serían:

a) Ayudar al Profesorado de Matemáticas a mantener en estado actual sus conocimientos científicos, y proporcionarse la información indispensable sobre las actividades del mundo de las Matemáticas.

b) Organizar cursos de perfeccionamiento y

actualización de conocimientos para el Profesorado en activo. Para la asistencia a estos cursos debería dispensarse periódicamente, cada ocho o diez años, al Profesorado oficial, de sus tareas docentes habituales, y podría estudiarse la posibilidad de becar de algún modo al no oficial para que asistiese a esos cursos.

c) En tanto subsista la actual escasez de Licenciados en Ciencias (sección de Matemáticas), organizar cursos que proporcionen la formación científica mínima indispensable para la enseñanza de las Matemáticas a los Licenciados en Ciencias de las restantes secciones.

La creación de este Seminario Matemático estaría intimamente ligada a la realización del proyecto mencionado en la conclusión 13), caso de que éste se llevase a efecto.

18) Para hacer más completa la formación didáctica del Profesorado de Matemáticas, se debe procurar que, pasado un plazo prudencial, todos los Profesores que comiencen su labor docente en esta disciplina hayan cursado las asignaturas de Didáctica Matemática.

19) Se sugiere la creación, preferentemente en las capitales de Distrito Universitario, de Seminarios de Orientación Didáctica Matemática, cuyo fin primordial sea la renovación y mejora de los métodos de la enseñanza de las Matemáticas.

Estos Seminarios, especialmente necesarios en Madrid y Barcelona, o allí donde lleguen a funcionar varios Institutos de Enseñanza Media, estarían regidos por Catedráticos de Matemáticas.

20) Los Seminarios de Orientación Didáctica propugnados en la conclusión anterior, además del fin primordial señalado en ella, de dirigir la experimentación y creación de nuevos métodos en la didáctica matemática, tendrían a su cargo las siguientes tareas:

a) La formación de todos los ayudantes becarios de la localidad, en colaboración con los Seminarios Didácticos de los Centros a que estuviesen adscritos.

b) Aunar los esfuerzos de los Seminarios Didácticos de Matemáticas en su importante función orientadora del Profesorado no oficial. Algunos Institutos organizan actualmente reuniones con esta finalidad, con entusiasmo digno de elogio y eficacia reconocida. El Seminario Didáctico que preconizamos podría vigorizar e intensificar esta labor en las capitales donde radicase.

c) Colaborar con la Universidad del Distrito para la mayor eficacia de la enseñanza de la Didáctica Matemática, si en ella está establecida esta asignatura.

d) Si la Universidad organiza el Seminario Matemático que proponemos en la conclusión 17), colaborar estrechamente con ella en

la organización de los cursos que allí se mencionan; proporcionando así la formación didáctica paralelamente a la científica.

21) La solución de los problemas docentes internos de cada Centro quedaría reservada, como hasta ahora, a los actuales Seminarios Didácticos. En las capitales donde no se constituyese el Seminario de Orientación Didáctica a que se refieren las conclusiones anteriores, los Seminarios de los Centros asumirían, además, con el apoyo del Seminario de Orientación Didáctica de la cabeza de Distrito, la labor de proyección exterior sobre el Profesorado no oficial a que nos hemos referido antes.

22) En la selección de ayudantes becarios de Matemáticas los Licenciados que han cursado sus estudios en la sección de Matemáticas deben tener preferencia sobre los demás.

#### ANEXO I

Según los datos que figuran en la ponencia presentada por D. Pedro Puig Adam en 1956, el número de Licenciados en Ciencias de la sección de Matemáticas era el 7 por 100 del de Licenciados en Ciencias de todas las secciones.

Según los datos tomados de la propuesta de la Universidad de Salamanca, correspondientes a 1958, el número de alumnos matriculados en la sección de Matemáticas era el 8 por 100 del total de alumnos matriculados en Ciencias (Selectivo excluido). El número de títulos expedidos en la sección de Matemáticas era sólo el 4 por 100 del total de títulos en Ciencias.

#### ANEXO II

SITUACION DE LA PLANTILLA DE CATEDRATICOS DE MATEMATICAS EN LOS INSTITUTOS NACIONALES DE ENSEÑANZA MEDIA, EN MARZO DE 1961

Número de plazas, en 119 Institutos ...	238
Cubiertas en marzo de 1961 .....	116
Vacantes en marzo de 1961 .....	122

NOTA.—Algunos de los 116 que cubren plazas de las plantillas están actualmente desempeñando el cargo de Director de una Sección Filial.

\* \* \*

En el decenio 1960-70 deben cesar por jubilación obligatoria TRES Catedráticos de Matemáticas anuales, por término medio.

\* \* \*

Datos correspondientes a las oposiciones celebradas en los últimos años para cátedras de Matemáticas en Institutos Nacionales

AÑO	Número de plazas convocadas	Número de plazas cubiertas	No hubo lugar a la provisión
1955	0	0	0
1956	0	0	0
1957	1	1 (*)	
1958	10	6	4
1959	11	6	5
1960	10	8	2 (1)

(\*) Ya era Catedrático.

NOTA.—Algunos de los Catedráticos nombrados en virtud de estas oposiciones solicitó la excedencia inmediatamente después de su toma de posesión.

### ANEXO III

Según la ponencia presentada por D. Pedro Puig Adam en 1956, el número de Licenciados en Ciencias (sección de Exactas) que ejercen la docencia de las Matemáticas no llega al 20 por 100 del número total de Licenciados en Ciencias que la atienden.

Concretamente, en el Distrito Universitario de Granada hay actualmente 15 Licenciados en Ciencias (sección de Matemáticas), incluyendo entre ellos los Catedráticos de la disciplina.

### SEMINARIOS DIDÁCTICOS

Esta ponencia se ilustró con la reunión de dos Seminarios Didácticos en los Institutos «Cardenal Cisneros» y «Lope de Vega».

En el «Cardenal Cisneros» actuó durante la primera media hora el Director del Seminario y Catedrático de Matemáticas del Centro, D. José Oñate Guillén, quien expresó su opinión de que la misión de estos Seminarios debe ser doble: por una parte, cumplimentar las finalidades señaladas por la legislación vigente; y por otra parte, la que suelen tener los Seminarios científicos, que es la de preparar para la futura investigación.

Con este doble fin, trató brevemente de las sucesivas ampliaciones del campo numérico indicando primero el método tradicional, o sea el arquimediano, o de la medida; y luego

un método aritmético puro, fundado en la teoría o definiciones sobre equivalencia, en lo que ha trabajado personalmente mucho tiempo.

Sobre la medida advirtió que es lamentable que en las asignaturas de Matemáticas de los Institutos de otros Centros se haga una excepción para esa teoría, respecto de las demás; pues al paso que estas últimas se empiezan a dar en los primeros cursos por método elemental y después se van ampliando en los cursos sucesivos, la teoría de la medida se empieza a estudiar con gran interés en los primeros cursos, por medio del SISTEMA METRICO DECIMAL, y después no se amplía en los cursos posteriores, cuando tanta importancia se concede en las Reuniones internacionales, donde se han tomado acuerdos sobre otras muchas clases de medidas, especialmente de la Física. Los matemáticos parecen los más indicados para aclarar los numerosos confusionismos que se han producido y siguen produciéndose, al aplicar las fórmulas matemáticas a las diversas teorías físicas, sobre todo a la Electricidad.

En el tercer cuarto de hora el Profesor adjunto D. Carlos Almaraz aplicó algunas ideas de Estadística a las notas últimas obtenidas por los alumnos de una clase de 3.º y de otra de 6.º; y defendió la conveniencia de complementar con pruebas por el método de «ests» los exámenes corrientes de Matemáticas.

En el último cuarto de hora el alumno de Preuniversitario José Manuel Aroca explicó una sencilla teoría de lo que podrían llamarse «progresiones áureas», que facilitan el estudio de los polígonos regulares.

— La sesión del Seminario de Matemáticas del Instituto «Lope de Vega» se celebró bajo la presidencia del Catedrático D. Lorenzo Martínez y con asistencia de los Profesores Sres. Rodríguez Sanjuán, García Alvarez, Sra. Badillo, Sr. Navarro y Srta. Alvarez, que actuó de Secretaria por ausencia oficial del Sr. Latorre.

Fue leída y aprobada el acta de la sesión anterior y a continuación la Sra. Badillo repartió «separatas» de un trabajo sobre sistematización de los números complejos, tema sobre el que había hablado en la anterior reunión.

Después se fueron examinando los distintos tipos de cuestiones y problemas a proponer a las alumnas del Instituto en los exámenes del segundo trimestre del curso.

Hubo también un cambio general de impresiones sobre algunos puntos que aguran

(1) Después de esta Reunión, en noviembre de 1961, ha habido una nueva oposición: se convocaron once plazas, de las que se cubrieron cinco, quedando otras seis sin proveer.

en los cuestionarios, principalmente en lo que se refiere al curso Preuniversitario.

Después el Sr. García Alvarez dio cuenta de un estudio estadístico que había realizado sobre una muestra de 15 alumnas, a las que ha venido teniendo sucesivamente en 1.º, 2.º, 3.º y 4.º cursos.

A base de obtener las notas medias de los exámenes parciales de las de clase y la final para cada una de las alumnas, curso por curso, se observa que en el primer año un 40 por 100 obtuvieron nota inferior a cinco puntos; ese porcentaje fue en 2.º del 33 por 100, para bajar a 20 en el 3.º, y en el 1.º actual ser de un 6,6 por 100. Ha obtenido las medias, desviaciones típicas y coeficientes de variación de Pearson de las cuatro distribuciones, debiendo resaltarse que en el primer año la distribución es más baja de la normal, casi igual en el segundo año, ya casi normal en tercero y ligeramente superior a la normal en el cuarto, en el que en el intervalo (media — standard, media + standard) queda incluido el 78 por 100 de la muestra.

#### RESUMEN DE LA PONENCIA

1-2) El Profesorado de Matemáticas requiere una formación previa de carácter muy específico, de la que carece la mayor parte del que actualmente atiende a las enseñanzas de Matemáticas de Grado Medio.

3-4) La causa de esta deficiencia es la gravísima escasez de Licenciados en Ciencias (sección de Matemáticas), que viene agravándose de año en año, mientras las las necesidades nacionales saumentan rápidamente.

5-8) El problema del Profesorado de Matemáticas es cualitativamente distinto y cuantitativamente mucho más grave que el que se presenta en otras disciplinas, por lo que las soluciones que puedan adoptarse con carácter general resultarán insuficientes para su caso; se requieren medidas urgentes y de excepción. El número de alumnos de las secciones de Matemáticas es notoriamente insuficiente para cubrir las necesidades actuales en los próximos años, y mucho más para hacer frente a la deseada expansión de la enseñanza de Grado Medio. La mitad aproximadamente de las cátedras de Matemáticas en los Institutos están vacantes, y en las oposiciones convocadas en los úl-

timos años han quedado plazas sin cubrir, con lo que los nuevos Catedráticos apenas han cubierto las bajas por jubilaciones, excedencias, fallecimientos, etc.

9-15) Es, por tanto, urgente aumentar el número de vocaciones matemáticas y encauzarlas hacia la docencia. Se sugiere la creación de becas específicas para el estudio de las Matemáticas que se ofreciesen a los alumnos al terminar el Bachillerato para que pudiesen trasladarse a las capitales donde radican las secciones de Matemáticas. Se recomienda la implantación de mayor número de estas secciones y la de la asignatura Didáctica Matemática en las que funcionan actualmente. Se recomienda el estudio de la idea expuesta por D. Pedro Abellán sobre una Licenciatura abreviada de Matemáticas, especialmente destinada a la docencia de Grado Medio, por si fuese posible su realización práctica.

15-17) Se sugiere la creación, dentro del marco de la Universidad, de un Seminario Matemático específicamente dirigido a la formación científica del Profesorado de Enseñanza Media, cuyos fines serían organizar cursos para mantener al Profesorado en activo en permanente contacto con el mundo en evolución constante de las Matemáticas, y también otros que proporcionasen la formación científica mínima indispensable de Matemáticas a los Licenciados en Ciencias de otras secciones.

18-22) Se sugiere la creación de Seminarios de Orientación Didáctica, preferentemente en Madrid, Barcelona y otras capitales de Distrito Universitario, cuyo fin primordial sea la mejora y experimentación de los métodos de enseñanza de las Matemáticas. Estos Seminarios tendrían a su cargo la formación de todos los ayudantes becarios de la localidad, aunarian los esfuerzos de los Seminarios Didácticos de los Centros en su función orientadora del Profesorado no oficial, y colaborarían con la Universidad del Distrito si en ésta se daba la asignatura de Didáctica Matemática. Si la Universidad organiza el Seminario Matemático antes mencionado, el Seminario de Orientación Didáctica colaboraría estrechamente con él para proporcionar una mejor formación didáctica, paralelamente a la formación científica, a los asistentes a sus cursos.

## IV. - PRUEBAS DE GRADO

### PRUEBAS DE GRADO ELEMENTAL

**TEMAS.**—Esta ponencia considera adecuados, tanto en su estructura como en su contenido, los temas que actualmente se proponen en las pruebas de Grado Elemental; pero, teniendo en cuenta el carácter de cultura general que tiene este Grado de enseñanza, estima conveniente proponer se gradúe y suavice la dificultad de problemas y cuestiones.

**PUNTUACION.**—Con el fin de lograr uniformidad en las calificaciones de los tribunales, proponemos que cada problema se califique de cero a dos puntos y cada pregunta de cero a uno y medio, de medio en medio punto; bien entendido que para obtener cinco o más puntos de calificación es necesario tratar un problema en forma aceptable. En caso de no tratar ninguno de los dos problemas, la máxima calificación que se puede otorgar es de cuatro y medio.

**SUGERENCIA.**—Teniendo en cuenta el carácter orientador que deben tener estas prue-

bas, se sugiere la conveniencia de que la Superioridad dicte alguna norma a seguir para indicar a la familia del alumno el tipo de enseñanza para el cual esté más capacitado.

### PRUEBAS DE GRADO SUPERIOR

**TEMAS.**—Consideramos que los temas actuales, tanto en su estructura como en su contenido, son adecuados a este Grado de la enseñanza.

**PUNTUACION.**—Idéntica a la del Grado Elemental.

**SUGERENCIAS.**—Por lo que tiene de específico este Bachillerato de Ciencias, se propone que las materias específicas de este Grado formen un grupo independiente con las Ciencias Naturales. Se considera que, admitido el principio del anonimato, las pruebas de Grado, tanto Elemental como Superior, deben continuar realizándose en el menor número posible de días con tema único para cada día.

## V. - CURSO PREUNIVERSITARIO

En la actualidad el Curso Preuniversitario parece constituir el primero de un ciclo prodrédutico, juntamente con el Selectivo y, en su caso, con el de Iniciación, para facilitar el tránsito de los alumnos a los estudios superiores.

Formando unidad con los Cursos Selectivo y de Iniciación, cabría proponer la revisión de su cuestionario, a cargo de una Comisión mixta de Profesores de Enseñanza Media y Superior, admitiendo la existencia previa de los temarios distintos para el Curso Selectivo, uno para los alumnos de Ciencias Físicas y Matemáticas y Escuelas Especiales y otro para los restantes.

Se encuentran algunos temas quizá innecesarios a algunos alumnos, como, por ejemplo, los referentes a la Trigonometría esférica para los de Ciencias biológicas, dando, por otra parte, entrada a cuestiones como nociones de Estadística y Ampliación del Cálculo Infinitesimal. Pero hay que tener en cuenta que la actual redacción del temario único del Curso Selectivo supone el estudio en el Preuniversitario de determinadas materias, con un carácter básico y general.

Ante estas consideraciones, y estimando la Comisión que el Curso Preuniversitario es esencialmente un Curso de madurez en el que deben repasarse en forma práctica las cuestiones del Bachillerato, estima algo ex-

cesivo el número de temas del actual cuestionario. A fin de encontrar el tiempo preciso para el desarrollo práctico del repaso, que se considera fundamental, la ponencia, después de revisar detalladamente dichos temas, propone la eliminación de algunos que son innecesarios desde el punto de vista formativo, como las fracciones continuas, por ejemplo, o deben pertenecer a los cuestionarios de Bachillerato o están incluidos en el actual Curso Selectivo, como sucede con la teoría de los determinantes y la regla de Cramer.

De este modo se podría conseguir al mismo tiempo disminuir la falta de coherencia de los temas actuales y la posibilidad de desarrollar los temas que quedan con una orientación acorde con la actual evolución de la Matemática, como, por ejemplo: clases de restos, grupos de transformaciones y estudio vectorial de la Trigonometría.

Esta redacción podría extenderse a otras materias del Curso Preuniversitario, con un carácter más general.

En su consecuencia, la ponencia propone el siguiente temario adjunto, en el cual se han eliminado los siguientes temas: Fracciones continuas. Determinantes. Regla de Cramer. Máximo común divisor de polinomios. Relaciones segmentarias y angulares en el triángulo. Segmento áureo. Lado del decágono y

pentágono regulares. Ampliación del cálculo de áreas y volúmenes de cuerpos elementales. Volumen del prismaoide. Inversión en el espacio:

#### CUESTIONARIO DEL CURSO PREUNIVERSITARIO

1. Sistemas de numeración.
2. Variaciones y permutaciones.
3. Combinaciones. Propiedades de los números combinatorios.
4. Potencias de binomios.
5. Potencias de polinomios.
6. Ampliación de la teoría de la divisibilidad a los números enteros.
7. Números congruentes.
8. Algoritmo de Euclides (m.e.d. y m.e.m. de dos o más números).
9. Algoritmo de diferencias.
10. Fórmula de Newton.
11. Progresiones aritméticas de orden superior.
12. Descomposición factorial de polinomios. Principio de identidad.
13. Relaciones entre los coeficientes y las raíces de una ecuación. Raíces racionales de una ecuación.
14. Traslaciones en el plano y en el espacio.
15. Giros en el plano.
16. Giros en el espacio.
17. Simetrías en el plano.
18. Simetrías en el espacio.
19. Relaciones entre traslaciones, giros y simetrías en el plano.
20. Relaciones entre traslaciones, giros y simetrías en el espacio.
21. Razón simple y razón doble.
22. Propiedades de las cuaternas armónicas.
23. Involución.
24. Homotecia y semejanza en el plano.
25. Eje y centro radical de circunferencias.
26. Sistemas lineales de circunferencias. Sistemas ortogonales.
27. Inversión en el plano.
28. Homotecia y semejanza en el espacio.
29. Geometría sobre la superficie esférica.
30. Exceso esférico. Triángulos polares. No-ción de ángulo sólido.
31. Grupo de Bessel de la Trigonometría esférica.
32. Resolución de triángulos esféricos rectángulos.
33. Resolución de triángulos esféricos rectiláteros.
34. Resolución de algunos casos de triángulos esféricos no rectángulos ni rectiláteros.
35. Aplicación de la Trigonometría a la esfera terrestre. Coordenadas geográficas.
36. Aplicación de la Trigonometría a la esfera celeste. Coordenadas astronómicas.
37. Triángulo astronómico.
38. Movimientos de la Tierra. Tiempo sideral.
39. Tiempo solar. Tiempo solar medio. Calendarios.

La ponencia ha distribuido los temas del cuestionario de modo que cada uno de ellos corresponda al desarrollo de una lección, con un total de 39. Por ello, teniendo en cuenta que el cuestionario actual, según las instrucciones metodológicas, debe de ser desarrollado en 63 lecciones, estima haber logrado con ello el fin que se ha propuesto.

#### B. LAS PRUEBAS DEL PREUNIVERSITARIO

La Comisión propone que estas pruebas consistan en la contestación de un tema teórico y la resolución de un problema por escrito, en el tiempo mínimo de dos horas. Con este objeto se redactarán papeletas conteniendo cada una de ellas un tema teórico sacado del cuestionario oficial, publicado con la debida

## PROGRAMAS DEL CURSO PREUNIVERSITARIO 1960-61

Decreto orgánico. Cuestionarios para las materias permanentes y específicas (1960-61) . . . . . Ptas. 15

EDICIONES DE LA REVISTA «ENSEÑANZA MEDIA»

antelación, y un problema relativo a materias distintas de las de ese tema teórico. Cada problema deberá comprender tres partes, referente al menos una de ellas a cuestiones fundamentales de repaso del Bachillerato. Los problemas serían redactados por una Comisión de Enseñanza Superior y de la Enseñanza Media.

En el acto del examen se entregarán a cada alumno dos papeletas para que conteste a una de ellas exclusivamente, a su libre elección.

## VI. - MATERIAL PEDAGÓGICO. BIBLIOTECAS DEL PROFESOR Y DEL ALUMNO

Más que enumerar un material pedagógico, cuya reseña está al alcance de todos en el catálogo que figura en cualquiera de los libros del Profesor Puig Adam, relativos al material didáctico de la Enseñanza Media, que seguramente figuran en todos los Centros, la ponencia estima de más utilidad intentar una solución permanente que permita estar en todo momento al corriente de las innovaciones y resultado experimental, tanto del material como de las modernas orientaciones didácticas en todos los países, y de ser posible mantener un intercambio de necesidades, inquietudes y puntos de vista con aquellas instituciones interesadas en resolver las dificultades que surgen en la enseñanza, tanto por la didáctica en sí como por las crecientes desproporciones entre el número de alumnos y Profesores.

Para ello es primordial establecer contacto con las organizaciones didácticas de los principales países y poner al alcance de los Centros los principales trabajos que se publican periódicamente en revistas, de las que citamos y aconsejamos:

«L'Enseignement Mathématique», de Ginebra, órgano de la Asociación Internacional de Matemáticas.

«Mathematical Monthly», de la Asociación de Matemáticas Americanas.

«Mathematique Gazette of London».

«Periódico di Matematiche».

Respecto del material opina la ponencia que debe ser preferido aquel que pueda ser construido por los propios alumnos, mientras sea posible, y el resto facilitado por el C.O.D. en la forma en que ordinariamente suministra lo que hasta ahora ha difundido. Es interesante que entre el material específico para la clase de Matemáticas figuren medios audiovisuales, tales como un proyector de cine con colección de filminas o diapositivas, magnetofón, a más del material clásico de todos conocido de aparatos de mediciones angula-

Teniendo en cuenta las materias que constituyen el temario, los alumnos deberán presentarse a examen con útiles de dibujo y tablas de logaritmos, cuyo uso podrá no ser autorizado.

Podría pensarse en que las pruebas fueran anónimas en la forma que actualmente se realiza en los exámenes de Grado, debiendo intervenir en la calificación de cada ejercicio un par de jueces especialistas en la materia.

res, pantógrafos, inversores, tequimetro y teodolito.

En los Centros donde el personal idóneo sea suficiente, prácticamente en todos los Centros de España, el C. O. D. suministrará cintas magnetofónicas con lecciones magistrales.

### BIBLIOTECA DEL PROFESOR

En atención a las consideraciones hechas en alguna de las ponencias que han precedido, ésta estima hacer referencia, en cuanto a la biblioteca del Profesor se refiere, a la doble modalidad que pueda presentar la enseñanza de la Matemática en su modo actual y en el futuro, y dentro de esto considerar los textos de carácter científico y los de carácter didáctico.

Las relaciones que enunciamos contienen sólo unas cuantas de cada tipo, por no hacer excesivamente prolija la lista recopilada al efecto:

### ANÁLISIS:

1. «Análisis Matemático» (3 t.), Rey Pastor, Calleja, Trejo (Ed. Kapeluz).
2. «Análisis Algebraicos», Vallirón.
3. «Análisis Vectorial», Louis Brand.
4. «Análisis Vectorial», Philips (Ed. Uteha).
5. «Algebra Moderna», Birkhoff (Ed. Teide).
6. «Introduction à l'Algèbre et Analyse Moderne», Zemansky.
7. «Introducción al Cálculo Vectorial», Bulligan.
8. «Cálculo Diferencial e Integral», Grauville Smith Longley.
9. «Elementos de Cálculo Diferencial e Integral», Sadosky, Guber.
10. «Ecuaciones Diferenciales y Matrices», Maraval.
11. «Mathématiques Generales. Algèbre», Alayure, Charles Fisot, Max. Zemansky.

12. «Teoría de Funciones», Rey Pastor.
13. «Teoría de Funciones», Knopp (Ed. Labor).
14. «Análisis Matemático», Gino Moretti (Editorial Ulrico Hoepli).
15. «Algebra Moderna», Michel.
16. «Elementos de Análisis Matemático», Selzer.
17. «Cours d'Analyse», Vallée, Poussin.
18. «Curso de Análisis», Severi.
19. «Análisis Matemático», Apóstol.
20. «Matemáticas elemental desde un punto de vista superior», F. Klein.
21. «Les structures fondamentales de l'Analyse», Bourbaki.
22. «Foundations of Modern Analysis».

**GEOMETRIA:**

1. «Geometría Métrica», Deltheil.
2. «Geometría Métrica», Puig Adam.
3. «Geometría Básica», Abellanas.
4. «Geometrie Projective», Godeaux.
5. «Geometria Analítica», Castellnouvo.
6. «Geometria Projectiva», Enriques.
7. «Geometría Algebraica», Severi.
8. «Geometrie Elementaire», Hedamard.
9. «Geometria Analítica y Projectiva», C. Fano.
10. «Geometria Analítica y Projectiva del plano», Maravall.
11. «Geometria Analítica», Lebman.
12. «Geometria Analítica y Cálculo Infinitesimal», Wods y Bailey.
13. «Geometria Analítica y Projectiva», Chisini.
14. «Geometria Analítica», Rey Pastor, Calleja.
15. «Fundamentos de la Geometria», D. Hilbert.
16. «Geometria Diferencial», Struik.
17. «Geometria Integral», Rey Pastor, Santaló.
15. «Introducción a la Geometria Diferencial», Vidal Abascal.
19. «Estado actual, métodos y problemas de Geometria Diferencial», Vidal Abascal.

**TOPOLOGIA:**

1. «Lecciones de Topologia», Seifert, Threlfall.
2. «Topologia», Petersen.

**TRIGONOMETRIA Y COSMOGRAFIA:**

1. «Cosmografia», Walnsinowsky.
2. «Cosmografia», Galán.
3. «Trigonometria», Starks y Rees.

4. «Aide mémoire de Cosmographie», Walnsinowsky.
5. «Astronomia», Aller.

**MATEMATICAS GENERALES:**

1. «Introducción a la Matemática», Abellanas.
2. «Matemáticas al alcance de todos», Thompson.
3. «Tratado de Matemáticas», Doerfling.
4. «Mathématiques», Laboureur.
5. «Matemáticas Superiores», Rothe.
6. «Algebra Elemental», Gordon Fuller.
7. «Matemáticas», Iñiguez Almech.
8. «Algebra Superior», Bardell.
9. «Curso de Matemáticas», Vidal Abascal.

**HISTORIA:**

1. «Histoire des Mathématiques», Boyer.
2. «Mathématiques et Mathématiciens», Devron et Hard.
3. «Historia de las Matemáticas», López García.
4. «Historia de las Matemáticas», Rouse-Bal.
5. «Historia de las Matemáticas», Gino Loria.

**DIDACTICA:**

1. «Comment pouver et resoudre un problème», Polya.
2. «¿Qué es la Matemática?», Courant.
3. «L'aspect moderne des Mathématiques», L. Félix.
4. «Mathématiques Modernes», L. Félix.
5. «La Matemática Superior. Métodos y problemas», R. Pastor.
6. «Inducción y analogía en Matemáticas. Modelo de interferencia plausible», Polya.
7. «Metodología», Gogsetti.
8. «Metodología Matemática», Dauzalt.
9. «Le material pour l'enseignement des Mathématiques», Gattegno.
10. «Introducción a la Lógica», Tarski.
11. «Les Géométries», Godeaux.

**EJERCICIOS Y PROBLEMAS:**

1. «Matemáticas en forma de problemas», Navarro Pérez.
2. «Curso de Matemáticas en forma de problemas», Abellanas, Pérez Beato.
3. «Métodos para realizar problemas gráficos de Geometria», Villalba Granda.
4. «Métodos y teorías para la resolución de problemas», Petersen.
5. «Problemas de Homologia», Ramos Carpio.



6. «Problemas de Geometría», Riff.
7. «Ejercicios de Geometría y Trigonometría», Caronnet.
8. «Ejercicios de Geometría Analítica», Aubert et Papelier.
9. «Ejercicios de Geometría», Papelier.
10. «Ejercicios y problemas de Geometría y Trigonometría», Olabarrieta.
11. «Problemas y Teoremas», Polya.

## REVISTAS:

1. «Matemática Hispano Americana».
2. «Gaceta Matemática».
3. «L'Enseignement Mathématique».
4. «Mathématiques Élémentaires».
5. «Bordón».
6. «Matemática y Pedagogía», de la Asociación Belga.
7. «Arquimedes».
8. «Cahiers de Pédagogie».

## BIBLIOTECA DEL ALUMNO

Con análogo criterio que el anterior hemos elegido para esta los libros siguientes, bien para una lectura con los Centros o en bibliotecas circulantes:

## LIBROS DE ESTUDIO:

1. «Aritmética, Geometría, Algebra, Trigonometría», Borel.
2. «Mathématiques», Millet.
3. «Mathématiques», Maillard-Millet.
4. «Algebra elemental. Complementos de Algebra», Boari.
5. «Geometría», Fortini.
6. «Trigonometría», Tolomei.
7. «Matemáticas», Reinhart-Zeisleg.
8. «Matemáticas», Kolling-Lofler.
9. «Geometría intuitiva», E. Castellnuovo.
10. «Geometría plana», Serait.
11. Los textos de Piaget.

## LIBROS DE DIVULGACION:

1. «Paradojas matemáticas», Northorp.
2. «Al margen de la clase», Rodríguez Annoni.
3. «La clave de las Matemáticas», Moore-Mira.
4. «Matemáticas e imaginación», Kasner-Newman.
5. «El prodigioso jardín de las Matemáticas», Niklitschek.
6. «Curiosidades aritméticas», Founney.
7. «Curiosidades geométricas», Founney.
8. «Con los números y las líneas», Sainte-Lague.
9. «La Matemática en la vida del hombre», Lancelot Hogben.
10. «Veinticinco mil años de Matemáticas», Lancelot Hogben.

11. «De la tabla de multiplicar a la integral», Colerus.

12. «Desde el punto a la cuarta dimensión», Colerus.

Se recomienda la necesidad de que la Dirección General de Enseñanza Media adquiera para la biblioteca del Profesorado los textos extranjeros y nacionales y establezca un servicio de préstamo, así como conseguir la autorización para la traducción de aquellos que puedan resultar más importantes y de los artículos más interesantes de las revistas profesionales.

Solicitar intercambios de revistas extranjeras con la de ENSEÑANZA MEDIA.

Recomendar al C. O. D. a los Institutos los textos que deben adquirirse para las bibliotecas de estos Centros, así como éstos podrán indicar al C. O. D. aquellos otros que ellos consideren interesantes.

## RESUMEN DE LA PONENCIA

1. Respecto al material pedagógico, se opina que siempre debe ser preferido aquel que pueda ser construido por los propios alumnos, y el resto, facilitado por el Centro de Orientación Didáctica.

2. Es interesante que entre ese material figuren: un proyector con colección de filmas o diapositivas; magnetofón y los clásicos aparatos de mediciones angulares. El C. O. D. debe proporcionar cintas magnetofónicas de lecciones magistrales.

3. Se estima de gran interés estar en contacto con las organizaciones didácticas de los principales países y poner al alcance de los Centros los diversos trabajos que se publiquen en determinadas revistas, como «L'Enseignement Mathématique», de Ginebra, entre otras.

4. Respecto a la biblioteca del Profesor, se debe tener en cuenta la doble modalidad que la enseñanza puede presentar en su modo actual y en el futuro, y dentro de esto, los textos de carácter científico y los de carácter didáctico.

5. Respecto a la biblioteca del alumno, deben elegirse libros de estudios y obras de divulgación, ya para su lectura en los Centros, o en bibliotecas circulantes.

6. Se recomienda la necesidad de que la Dirección General de Enseñanza Media adquiera para la biblioteca del Profesorado toda clase de textos extranjeros y nacionales que sean interesantes, y se establezca un servicio de préstamo.

El C. O. D. recomendará a los Institutos las obras que estime convenientes, y los Centros, a su vez, podrán indicar al C. O. D. aquellas otras que ellos crean interesantes.

# La Matemática y su Enseñanza actual

Por el

DR. D. PEDRO PUIG ADAM

«Corpus» de la doctrina didáctica del ilustre Profesor, recientemente fallecido, a quien se debe la renovación de la Didáctica de la Matemática en España. Libro fundamental para el estudio y la enseñanza de esta disciplina.

## SUMARIO

### *Parte primera. LOS PRINCIPIOS GENERALES*

Capítulo I.—UNA VISION HUMANA DE LA MATEMATICA: 1. La Matemática y la Belleza.—2. La Matemática y el hombre.

Capítulo II.—MIRANDO AL FUTURO (Nuevas perspectivas): 1. Sobre Cibernetica.—2. Sobre la moderna teoría de la información.—3. Un ingenio eléctrico para resolver problemas de lógica formal.

Capítulo III.—EL MOVIMIENTO DIDACTICO RENOVADOR: 1. La evolución de la didáctica matemática en nuestra generación.—2. Tendencias actuales en la enseñanza de la Matemática.—3. Balance de cuatro años de labor en España.

Capítulo IV.—LOS NUEVOS PRINCIPIOS DIDACTICOS: 1. Sobre la enseñanza heurística de la Matemática.—2. Decálogo de la Didáctica matemática media.—3. Las últimas recomendaciones de Ginebra.

### *Parte segunda. LA DIDACTICA MATEMATICA EN ACCION*

Capítulo V.—DIDACTICAS ESPECIFICAS: 1. Sobre la enseñanza de la Geometría en la Escuela primaria.—2. Sobre la enseñanza de la Aritmética en la Escuela primaria.—3. La didáctica matemática a lo largo de los ciclos medios.

Capítulo VI.—EL MATERIAL DIDACTICO MATEMATICO: 1. Lo concreto en la enseñanza matemática.—2. Generalidades sobre los modelos.—3. Algunos ejemplos de material didáctico multivalente.—4. Material didáctico matemático extraído de la vida.—5. La Matemática en el juguete.—6. Los films matemáticos.

Capítulo VII.—MUESTRAS DE ENSEÑANZA HEURISTICA: 1. Sobre sistema de numeración.—2. Sobre congruencias y clases residuales.—3. Otra lección sobre congruencias y divisibilidad.—4. Sobre la estructura operatoria de la raíz cuadrada.—5. Sobre las naciones de proporcionalidad.—6. Una iniciativa al empleo de letras.—7. Multiplicación y división de polinomios.—8. Sobre ecuaciones lineales y sistemas.—9. Progresiones aritméticas de orden superior.—10. La división del espacio en regiones.—11. Iniciación a las máquinas de calcular.—12. Iniciación al Álgebra de conjuntos.—13. Sobre permutaciones.—14. Iniciación a las simetrías en el plano.—15. Situaciones didácticas obtenidas por plegado.—16. Haces de elipses e hipérbolas homofocales.—17. Posiciones de rectas y de planos.—18. Volúmenes de prismas y pirámides.—19. Iniciación a la función lineal y su representación gráfica.—20. Introducción heurística del rigor y precisión de lenguaje.

APENDICES: 1. La formación del profesorado matemático de grado medio.—2. La vocación matemática.—3. En la encrucijada. Consejos de un guía.—4. Nuevo mensaje de despedida.

Ptas. 110

**Ediciones de la Revista «Enseñanza Media» - Alcalá, 30, 5.º - Madrid (14)**