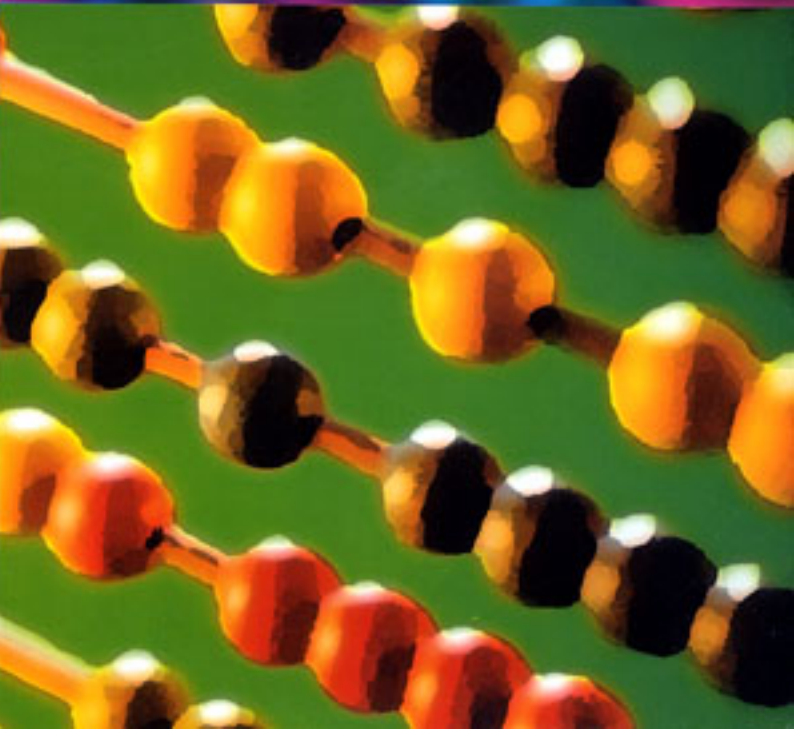
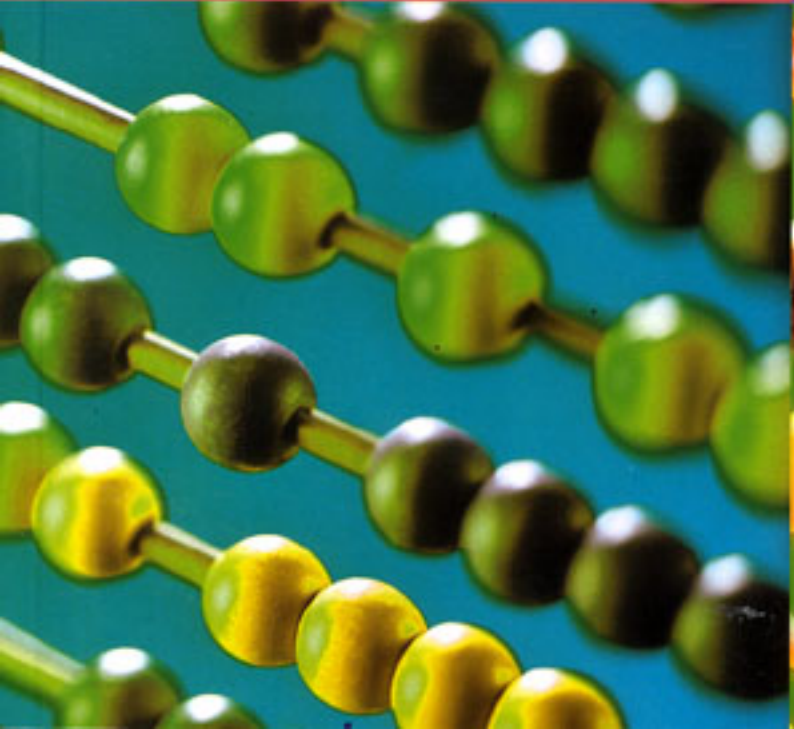


Programaciones de aula  
por niveles de profundización

# MATEMÁTICAS

1er Ciclo de ESO





Programaciones de aula  
por niveles de profundización

Juan Manuel Sainz Jarauta  
M.<sup>a</sup> Roncesvalles Sorbet Esnoz  
José M.<sup>a</sup> Mateo Rubio  
Claudio Martínez Gil  
Fco. Javier Acarreta Bonilla  
Isidro Bermejo Rincón

Área  
de  
Matemáticas  
1.º Ciclo de la E.S.O.

Programaciones de aula  
por niveles de profundización

Título:	Área de Matemáticas.1.º ciclo de la E.S.O.
Autores:	Juan Manuel Sainz Jarauta, M.ª Roncesvalles Sorbet Esnoz, José M.ª Mateo Rubio Claudio Martínez Gil, Fco. Javier Acarreta Bonilla e Isidro Bermejo Rincón.
Fotocomposición:	Pretexto
Cubierta:	RBK
Imprime:	Digitalia
I.S.B.N.:	84-699-4344-8
Dpto. Legal:	NA-620/2001
© Gobierno de Navarra.	Departamento de Educación y Cultura

## Presentación

Materiales para un debate entre los especialistas. No es otra la finalidad de esta programación en el área de Matemáticas (1.º ciclo) para la etapa de Educación Secundaria Obligatoria, que se ofrece como herramienta de trabajo y como instrumento de reflexión para el profesorado de Navarra.

Os ofrecemos un modelo de programación de aula, en el que se contemplan diferentes niveles de competencia o dificultad, que quiere servir como referente para la concreción y contextualización del currículo.

La nueva configuración de la enseñanza obligatoria supone que, a lo largo de la misma, ha de brindarse al alumnado una *formación básica común* y, al mismo tiempo, la *posibilidad de acceso a futuros estudios o actividades profesionales*, los cuales requieren un cierto grado de competencia académica y de responsabilidad.

Por ello resulta conveniente que las diferentes *programaciones*, en especial las *programaciones de aula*, tengan en cuenta los *niveles de competencia* que se requieren para la promoción del alumnado, a la vez que se *garantiza el logro de los objetivos estrictamente básicos* de cada etapa.

Una acertada distinción de niveles de profundización acerca de los mismos contenidos temáticos facilitará al responsable de aula la acción educativa. Son varias las *diferencias de competencia académica* que los alumnos van manifestando y varios los *niveles que se consideran adecuados para acceder con garantías al ciclo o a la etapa siguiente*. Esto se hace especialmente útil cuando nos encontramos en un mismo grupo con una distribución heterogénea del alumnado.

Por otra parte, el profesorado necesita *indicadores fiables* acerca de cuáles son los niveles de referencia que, con carácter objetivo, propician la promoción a los niveles educativos siguientes con garantías razonables de éxito escolar.

No es fácil para el profesorado atender *al mismo tiempo* a alumnos cuyas capacidades y expectativas no van más allá de los objetivos mínimos de la educación básica y a aquellos otros que aspiran a proseguir estudios posteriores. Es bueno disponer de instrumentos didácticos para *ofrecer a unos y a otros actividades adecuadas a su situación para un aprendizaje significativo*.

Ninguna medida organizativa, sin más, es suficiente para atender a la diversidad del alumnado. Es imprescindible una reflexión y una propuesta curricular adecuada para las distintas expectativas de éste. Con este trabajo, que debe ser debatido por el profesorado, se quiere poner en marcha *un proceso de revisión y propuesta de estrategias para la programación y el desarrollo en la práctica de medidas curriculares ordinarias de atención a la diversidad*.

Programar por niveles requiere una labor de grupo que ha de realizar un concienzudo estudio de la cuestión, para lo cual hay que revisar materiales curriculares ya existentes y analizar posibles indicadores de niveles de competencia curricular en esta etapa.

Un equipo de profesores lo ha hecho posible. En vuestras manos lo ponemos para que lo juzguéis, valoréis y corrigáis. A la luz



de dicho análisis, el grupo ha elaborado una programación de aula, ciclo a ciclo, contemplando *tres niveles de dificultad*: “básico”, “medio” o *propedéutico*, y “superior” o *de excelencia*.

- a) *Básico*: Se ciñe a los contenidos y capacidades mínimas que se consideran fundamentales para progresar hacia la adquisición de los elementos básicos de la cultura y la formación como ciudadanos responsables. El referente último son los objetivos que conducen a la obtención del título de Graduado en Educación Secundaria y es común a todo el alumnado.
- b) *Propedéutico o “medio”*: Se determinan los conocimientos y habilidades que se consideran adecuados para acceder con garantías al ciclo o etapa educativa siguiente. La referencia última sería aquí el nivel de competencias presumiblemente suficientes para cursar con éxito el Bachillerato y ciertos Ciclos Formativos de Grado Medio.
- c) *De excelencia o “superior”*: Atiende a conocimientos y destrezas que suponen un alto grado de competencia en el aprendizaje, más allá de lo que se requeriría para el mero acceso al tramo educativo siguiente.

En cada programación de ciclo se incluye una ejemplificación o desarrollo completo de una unidad didáctica que tiene en cuenta estos tres niveles.

Se trata de una medida de adaptación curricular. De ningún modo ha de entenderse como un instrumento de segregación del alumnado, sino como una herramienta bien diseñada para atender de manera más personalizada a cada alumno o alumna de acuerdo con el nivel de competencia curricular en el que se encuentra. Se trata de una herramienta que se pone a disposición del profesorado para facilitar un trabajo y para hacer efectiva la igualdad de oportunidades en educación.

En 1998, el Departamento de Educación y Cultura del Gobierno de Navarra promovió la elaboración de Programaciones de objetivos y contenidos mínimos para el segundo ciclo de la ESO. En la perspectiva que se busca ahora destaca el *enfoque propedéutico* –igualmente importante– *de las programaciones*. Es decir: asegurar un aprendizaje eficaz en los cursos siguientes.

Este trabajo se conecta con otro análogo en el marco de la Educación Primaria, buscando la continuidad *en la progresión del desarrollo de capacidades y en el rendimiento del alumnado a partir de los niveles alcanzados en los tramos educativos anteriores*.

Con todo ello se advierte una línea de investigación e innovación de indudable interés en el marco de la concreción del currículo que no invalida otras investigaciones, por ejemplo las que se llevan a cabo en el ámbito de la evaluación externa, sino que se complementa con ellas, haciendo posible de manera efectiva la reflexión del profesorado sobre una mejora en su propia intervención docente, y un avance cualitativo en la eficacia del sistema educativo navarro.

El envío de esta propuesta a los departamentos didácticos pretende que el profesorado en ejercicio la estudie con detenimiento, la aplique y ofrezca sugerencias, mejoras y correcciones desde su propia práctica docente. Con estas aportaciones se preparará el trabajo conjunto de unas **Jornadas sobre Programación**, que tendrán lugar el curso 2001-2002; en ellas se debatirán las propuestas aportadas por el profesorado de Navarra y se intentarán precisar los indicadores que con carácter general y orientativo definen los niveles de competencia curricular a lo largo de la educación obligatoria.

Nuestra intención se vería ya colmada en cualquier caso si esta propuesta sirve de ayuda al profesorado de Navarra en su difícil e importante labor de cada día.

Santiago ARELLANO HERNÁNDEZ  
*Director General de Educación*

# Índice

INTRODUCCIÓN .....	11
1. La propuesta .....	11
2. El trabajo de mínimos del 98 .....	11
3. Nuestras unidades didácticas .....	12
OBJETIVOS GENERALES .....	15
1. Objetivos generales del primer ciclo .....	15
2. Objetivos generales de etapa .....	16
ACTITUDES .....	17
METODOLOGÍA .....	19
EVALUACIÓN .....	21
1. Aspectos a evaluar .....	21
2. Etapas .....	21
3. Criterios de evaluación .....	21
4. Instrumentos de evaluación .....	21
5. Criterios de calificación .....	21

## MATEMÁTICAS de 1º de E.S.O.

TEMPORALIZACIÓN .....	27
-----------------------	----

### Unidad 1 EL NÚMERO NATURAL

Objetivos .....	31
Contenidos .....	31
Orientaciones metodológicas .....	33
Criterios de evaluación .....	34
Actividades .....	35
Nivel I .....	35
Nivel II .....	37
Nivel III .....	38

### Unidad 2 DIVISIBILIDAD

Objetivos .....	43
Contenidos .....	43
Orientaciones metodológicas .....	44
Criterios de evaluación .....	45
Actividades .....	47
Nivel I .....	47
Nivel II .....	48
Nivel III .....	50

### Unidad 3 FRACCIONES DE TÉRMINOS NATURALES

Objetivos .....	55
Contenidos .....	55
Orientaciones metodológicas .....	57
Criterios de evaluación .....	58
Actividades .....	59
Nivel I .....	59
Nivel II .....	61
Nivel III .....	62

### Unidad 4 NÚMEROS DECIMALES

Objetivos .....	67
Contenidos .....	67
Orientaciones metodológicas .....	68

Criterios de evaluación .....	69
Actividades .....	71
Nivel I .....	71
Nivel II .....	72
Nivel III .....	74

Unidad 5  
PROPORCIONALIDAD

Objetivos .....	79
Contenidos .....	79
Orientaciones metodológicas .....	80
Criterios de evaluación .....	81
Actividades .....	83
Nivel I .....	83
Nivel II .....	84
Nivel III .....	86

Unidad 6  
NÚMEROS ENTEROS

Objetivos .....	91
Contenidos .....	91
Orientaciones metodológicas .....	92
Criterios de evaluación .....	93
Actividades .....	95
Nivel I .....	95
Nivel II .....	96
Nivel III .....	98

Unidad 7  
LA MEDIDA

Objetivos .....	103
Contenidos .....	103
Orientaciones metodológicas .....	104
Criterios de evaluación .....	105
Actividades .....	107
Nivel I .....	107
Nivel II .....	108
Nivel III .....	110

Unidad 8  
ÁNGULOS Y SISTEMA SEXAGESIMAL

Objetivos .....	115
Contenidos .....	115
Orientaciones metodológicas .....	116
Criterios de evaluación .....	117
Actividades .....	119
Nivel I .....	119
Nivel II .....	120
Nivel III .....	121

Unidad 9  
FIGURAS PLANAS

Objetivos .....	127
Contenidos .....	127
Orientaciones metodológicas .....	128
Criterios de evaluación .....	129
Actividades .....	131
Nivel I .....	131
Nivel II .....	132
Nivel III .....	134



Unidad 10  
MEDIDAS DE SUPERFICIE. PERÍMETROS Y ÁREAS DE FIGURAS PLANAS

Objetivos .....	139
Contenidos .....	139
Orientaciones metodológicas .....	141
Criterios de evaluación .....	141
Actividades .....	143
Nivel I .....	143
Nivel II .....	144
Nivel III .....	146

Unidad 11  
INTRODUCCIÓN A LAS GRÁFICAS

Objetivos .....	151
Contenidos .....	151
Orientaciones metodológicas .....	152
Criterios de evaluación .....	153
Actividades .....	155
Nivel I .....	155
Nivel II .....	158
Nivel III .....	160

**MATEMÁTICAS de 2º de E.S.O.**

Temporalización .....	165
-----------------------	-----

Unidad 1  
EL NÚMERO ENTERO: SUMA, RESTA, MULTIPLICACIÓN Y DIVISIÓN

Introducción .....	169
Conocimientos previos .....	169
Objetivos .....	169
Contenidos .....	169
Metodología .....	171
Temporalización .....	171
Evaluación .....	172
Criterios .....	172
Instrumentos .....	172
Ejemplificación de pruebas de evaluación .....	173
Nivel I .....	173
Nivel II .....	174
Nivel III .....	174
Actividades .....	175
Nivel I .....	175
Nivel II .....	177
Nivel III .....	179

Unidad 2  
EL NÚMERO RACIONAL: SUMA, RESTA, MULTIPLICACIÓN Y DIVISIÓN

Objetivos .....	185
Contenidos .....	185
Orientaciones metodológicas .....	187
Criterios de evaluación .....	187
Actividades .....	189
Nivel I .....	189
Nivel II .....	192
Nivel III .....	195

Unidad 3  
NÚMERO ENTERO Y RACIONAL: POTENCIACIÓN Y RADICACIÓN

Objetivos .....	199
Contenidos .....	199
Orientaciones metodológicas .....	201
Criterios de evaluación .....	201

Actividades .....	203
Nivel I .....	203
Nivel II .....	204
Nivel III .....	206

Unidad 4  
PROPORCIONALIDAD NUMÉRICA

Objetivos .....	211
Contenidos .....	211
Orientaciones metodológicas .....	212
Criterios de evaluación .....	213
Actividades .....	215
Nivel I .....	215
Nivel II .....	217
Nivel III .....	218

Unidad 5  
ÁLGEBRA

Objetivos .....	223
Contenidos .....	223
Orientaciones metodológicas .....	224
Criterios de evaluación .....	225
Actividades .....	227
Nivel I .....	227
Nivel II .....	230
Nivel III .....	233

Unidad 6  
FUNCIONES Y GRÁFICAS

Objetivos .....	237
Contenidos .....	237
Orientaciones metodológicas .....	238
Criterios de evaluación .....	238
Actividades .....	239
Nivel I .....	239
Nivel II .....	241
Nivel III .....	243

Unidad 7  
GEOMETRÍA

Objetivos .....	249
Contenidos .....	249
Orientaciones metodológicas .....	250
Criterios de evaluación .....	251
Actividades .....	253
Nivel I .....	253
Nivel II .....	255
Nivel III .....	258

Unidad 8  
INICIACIÓN A LA PROBABILIDAD

Objetivos .....	263
Contenidos .....	263
Orientaciones metodológicas .....	264
Criterios de evaluación .....	264
Actividades .....	265
Nivel I .....	265
Nivel II .....	266
Nivel III .....	267

Anexo: CONTENIDOS

BIBLIOGRAFÍA

## 1. LA PROPUESTA

Cuando desde el Departamento de Educación se nos encarga una programación en niveles de la ESO, los componentes del grupo de Matemáticas consideramos que se trataba de un trabajo interesante. Podríamos generar un material que estaría disponible para todo el profesorado que quisiera utilizarlo. Enseguida pensamos en actividades, que creemos que es lo realmente interesante y práctico.

Con la experiencia de los componentes desde hace varios años en la ESO, alguno en la antigua REM desde el año 89 y en la ESO anticipada desde el 94, pensamos también que había llegado el momento de que el currículum quedara determinado desde primero hasta cuarto y que hubiera una propuesta realista de la distribución por cursos de todos los contenidos del área. Esto debería hacerse teniendo en cuenta los contenidos del Bachillerato y Ciclos Formativos. En definitiva, debiera quedar claro qué dar y qué no dar en cada curso de la ESO, para lo cual es necesario que nos pongamos de acuerdo los profesores implicados.

Este trabajo intentará resolver estas dudas. No hemos intentado responder a la cuestión: “¿Qué es lo importante?”, ya que la respuesta nos lleva a unos programas demasiado largos. La pregunta clave sería: “¿Qué es lo prioritario?”. Parece evidente que el profesor no es un héroe que puede dar todo y además con profundidad y atendiendo él solo a todos los niveles y utilizando distinta metodología para cada uno. Hay que elegir lo que nos parece mejor en aras de cumplir con la temporalización establecida.

## 2. EL TRABAJO DE MÍNIMOS DEL 98

Cuando se nos encarga esta programación se hace referencia al trabajo de mínimos realizado por un equipo de profesores en el año 98. Éste se analizó en profundidad y nos encontramos con un buen trabajo, aunque nos dimos cuenta de que se nos proponía algo sensiblemente distinto.

Lo primero que pretendemos es hacer una distribución realista de contenidos por cursos, proponer algo que nuestra experiencia nos diga que es factible hacer. Citando al profesor de Didáctica de la Universidad del País Vasco, J.M. Goñi, *Las propuestas imposibles, por irreales, son objetivamente incorrectas, porque lo que no es posible no tiene ningún interés como propuesta educativa*. En este sentido pensamos que los propósitos del trabajo del 98 son buenos, pero resultan unas programaciones tal vez algo ambiciosas.

Respecto a este trabajo, nos parecen muy interesantes las actividades y ejercicios propuestos, de tal forma que hemos incluido algunos en nuestra propuesta, pero quedan poco definidos tanto los objetivos como los contenidos y criterios de evaluación

en algunas unidades didácticas. Además se repiten varios apartados que ya figuran en los Boletines y otros documentos oficiales.

Hay una diferencia fundamental entre los niveles que distingue el trabajo de mínimos del 98 y nuestra propuesta: en el primero, los contenidos mínimos son propedéuticos, es decir, posibilitan el acceso a la etapa siguiente (Bachillerato y Ciclos Formativos Medios) y existen otros contenidos de nivel superior.

En nuestra propuesta, el nivel I sería un nivel básico: capacidades mínimas fundamentales para adquirir los elementos básicos de la cultura y formar al alumno como ciudadano responsable. El nivel II sería el “medio”: conocimientos adecuados para acceder a la etapa educativa superior. El nivel III o “de excelencia” correspondería a unos conocimientos superiores, mas allá de lo que se requiere para acceder al Bachillerato o Ciclos Formativos de Grado Medio. En nuestro caso, el nivel propedéutico corresponde al II.

### 3. NUESTRAS UNIDADES DIDÁCTICAS

En primer lugar queremos resaltar que hacemos una propuesta de distribución de contenidos por cursos que sirva de referencia para la elaboración de las programaciones en los centros. Tras un estudio en profundidad, nos parece que tenemos razones para elegir los contenidos especificados, pero aceptamos ya inicialmente que puede haber otras propuestas de distribución totalmente defendibles (siempre que sean realistas en la temporalización). Insistimos en que nos parece muy difícil dar todo y además con profundidad y rigor.

Hacemos ya aquí una primera autocrítica. Pensamos que las programaciones de Primero, Segundo, Tercero y Cuarto A son realistas en cuanto a la temporalización ya que las hemos desarrollado en el aula en cursos anteriores, pero la de Cuarto B puede haber quedado algo extensa. Creemos que, dadas las características del alumnado de esta opción, aunque sea una educación obligatoria, debe hacerse un esfuerzo para desarrollarla en el mayor grado posible para que luego se pueda afrontar con garantía el programa de 1º de Bachillerato de Ciencias, a todas luces casi inabarcable en la actualidad. En las Matemáticas de Cuarto B, cada centro podría decidir dejar para Primero de Bachillerato la Unidad 5 (Progresiones aritméticas y geométricas) o parte de la Unidad 6 (Vectores y Movimientos).

Al proponernos el esquema de Unidad Didáctica se nos dijo que debíamos confeccionar Programaciones de Aula (tercer nivel de concreción del currículum) que debían incluir objetivos didácticos, contenidos (conceptos y procedimientos), orientaciones metodológicas y criterios de evaluación, todo ello diferenciado en niveles. Esta exigencia ha propiciado que en muchos casos los objetivos y los criterios de evaluación coincidan.

También pensamos que a veces hemos forzado la distinción por niveles en algunos contenidos. Creemos que lo realmente interesante del trabajo es la diferenciación en las actividades, que es lo válido para la práctica diaria. Básicamente no hay mucha diferencia entre los contenidos de los tres niveles. La diferencia está en la profundidad y dificultad de las actividades.

Respecto a los contenidos, consideramos que un nivel superior no ha de implicar el estudio adelantado de los que se estudiarán en los cursos siguientes. En algunos casos se incluyen algunos que ya no se verán posteriormente. Insistimos de nuevo en que la diferencia la deben marcar actividades distintas que requieran diversas estrategias de resolución.

Cada nivel ha de lograr los objetivos propios del mismo y los del anterior. Esto implica que cada alumno realizará las actividades de su nivel y las del que le precede. El profesor

decidirá en cada caso si es o no necesario la realización de todas las del nivel previo, o bastará con una selección de ellas.

Se ha procurado no ser muy repetitivos en las actividades. La intención es que se disponga de unos modelos que cada profesor podrá ampliar en función de las necesidades del grupo. Hemos intentado que las distintas actividades cubran todos los objetivos de cada nivel.

Con las orientaciones metodológicas de cada unidad, se ha intentado matizar algunas cuestiones que pudieran haber quedado confusas y servir de ayuda al profesorado, que puede encontrar en ellas alguna nueva estrategia para su práctica docente.

En las Unidades Didácticas detalladas (una de primer ciclo, una de tercer curso y otra de cuarto) se propone una diferenciación entre las pruebas de cada nivel, así como en la metodología, aunque consideramos que llevar esto último a la práctica es extremadamente difícil (por no decir imposible) si la Administración no proporciona los medios humanos, materiales y organizativos necesarios para atender convenientemente a la diversidad de los tres niveles.

Respecto a los dos opciones de Matemáticas en el curso cuarto, la modalidad B está orientada a aquellos alumnos que van a cursar el Bachillerato Científico o Tecnológico, mientras que la A iría dirigida a los que van a realizar el de Ciencias Sociales. De alguna manera, los objetivos y contenidos de la opción B incluyen los de la A, habiendo un mayor grado de rigor y formalismo en la primera. Así pues, la primera opción sería válida para poder cursar cualquier modalidad de Bachillerato.

Al final de las unidades de cada curso se incluye una bibliografía con algún breve comentario sobre los materiales utilizados que puede resultar de interés.

Finalmente figura a modo de resumen un cuadro con los contenidos de los cuatro cursos en el que puede verse la continuidad y coherencia de los mismos a lo largo de toda la etapa.

Este trabajo se basa en la experiencia profesional de los componentes del grupo de trabajo, en la reflexión sobre el material de consulta empleado y pretende ser un instrumento eminentemente práctico, que tenga utilidad en el aula, o por lo menos, sirva de orientación en el quehacer diario del profesorado.

Acabamos diciendo que en modo alguno pretendemos que nuestra propuesta sea considerada como la solución al tan traído y llevado tema de la atención a la diversidad (pensamos que en educación no existen “varitas mágicas”) y que estamos abiertos a cualquier sugerencia realista que se nos haga, que sin duda enriquecerá nuestro trabajo.

## Objetivos generales

En este trabajo, los objetivos específicos diferenciados por niveles se detallan en cada unidad didáctica. En nuestra opinión, es imposible hacer lo mismo con los de ciclo o de etapa para un área. De una manera extremadamente general, podemos considerar que en el nivel I básicamente se realiza una aplicación directa de los conceptos y algoritmos, con un grado de abstracción muy bajo. En el nivel II es importante que el alumno vea la relación entre los distintos conceptos. También se efectúan algunas generalizaciones. Así pues, los ejercicios y problemas requieren una mayor capacidad de relacionar e interpretar. Finalmente, en el nivel III, las generalizaciones son más habituales y la abstracción, creatividad y la utilización de variadas estrategias en la resolución de problemas es un elemento de común aparición en las actividades. En este nivel se requieren actividades mentales más elaboradas, problemas más complejos y abiertos e interpretación de resultados en mayor medida que en el nivel anterior.

### 1. OBJETIVOS GENERALES DEL PRIMER CICLO

1. Incorporar al lenguaje y modos de argumentación habitual las distintas formas de expresión matemática (numérica, gráfica, geométrica) con el fin de comunicarse de manera precisa y rigurosa.
2. Utilizar el pensamiento lógico para organizar y relacionar las informaciones recibidas sobre los problemas que presenta la vida cotidiana y resolverlos adecuadamente.
3. Cuantificar la realidad, mediante la realización de los cálculos apropiados, para interpretarla adecuadamente, utilizando medidas y las diferentes clases de números estudiados: naturales, enteros y racionales.
4. Adquirir estrategias personales para analizar situaciones concretas, identificar y resolver problemas, utilizando distintos recursos e instrumentos y valorar la adecuación de los mismos en función del análisis de los resultados obtenidos.
5. Identificar las formas en el plano que se presentan en la realidad analizando las propiedades y relaciones geométricas implicadas y siendo sensible a la belleza que generan.
6. Identificar los elementos matemáticos (gráficos, planos, cálculos, etc.) presentes en las noticias, opiniones, publicidad, etc. y analizar críticamente las funciones que desempeñan y sus aportaciones para una mejor comprensión de los mensajes.
7. Actuar en la resolución de problemas de la vida cotidiana de acuerdo con la actividad matemática: Estudio de las posibles alternativas, precisión en el uso del lenguaje, fle-





xibilidad para cambiar el punto de vista cuando sea preciso y perseverancia en la búsqueda de soluciones.

8. Conocer y valorar las propias habilidades matemáticas para afrontar situaciones que requieran su empleo, así como para disfrutar de los múltiples aspectos que ofrecen las Matemáticas.

## 2. OBJETIVOS GENERALES DE ETAPA

1. Incorporar al lenguaje y modos de argumentación habitual las distintas formas de expresión matemática (numérica, gráfica, geométrica, lógica, algebraica y probabilística) con el fin de comunicarse de manera precisa y rigurosa.
2. Utilizar las formas de pensamiento lógico para formular y comprobar conjeturas, realizar inferencias y deducciones y organizar y relacionar informaciones diversas relativas a la vida cotidiana y a la resolución de problemas.
3. Cuantificar aquellos aspectos de la realidad que permiten, mediante la realización de los cálculos apropiados a cada situación, interpretarla mejor utilizando técnicas de recogida de datos, procedimientos de medida y las distintas clases de números.
4. Elaborar estrategias personales para el análisis de situaciones concretas y para la identificación y resolución de problemas utilizando distintos recursos e instrumentos y valorando la conveniencia de las estrategias utilizadas en función del análisis de los resultados.
5. Utilizar técnicas sencillas de recogida de datos para obtener información sobre fenómenos y situaciones diversas para representarlas de forma gráfica y numérica y para formarse un juicio sobre ellas.
6. Reconocer la realidad como diversa y susceptible de ser explicada desde puntos de vistas contrapuestos o complementarios: Determinista/aleatorio, finito/infinito, exacto/aproximado, etc.
7. Identificar las formas y relaciones espaciales que se presentan en la realidad analizando las propiedades y relaciones geométricas implicadas y siendo sensible a la belleza que generan.
8. Identificar los elementos matemáticos (datos estadísticos, gráficos, planos, cálculos, etc.) presentes en las noticias, opiniones, publicidad, etc. y analizar críticamente las funciones que desempeñan y sus aportaciones para una mejor comprensión de los mensajes.
9. Actuar, en situaciones cotidianas y en la resolución de problemas, de acuerdo con modos propios de la actividad matemática: exploración sistemática de alternativas, precisión en el lenguaje, flexibilidad para modificar el punto de vista y perseverancia en la búsqueda de soluciones.
10. Conocer y valorar las propias habilidades matemáticas para afrontar las situaciones que requieran su empleo o que permitan disfrutar con los aspectos creativos, manipulativos, estéticos o utilitarios de las matemáticas.

## Actitudes

1. Valoración de la precisión, simplicidad y utilidad del lenguaje numérico para representar, comunicar o resolver diferentes situaciones de la vida cotidiana.
2. Sensibilidad, interés y valoración crítica ante las informaciones y mensajes de naturaleza numérica.
3. Confianza en las propias capacidades para afrontar problemas y realizar cálculos y estimaciones numéricas.
4. Curiosidad e interés por enfrentarse a problemas numéricos e investigar las regularidades y relaciones que aparecen en conjuntos de números o códigos numéricos.
5. Perseverancia y flexibilidad en la búsqueda de soluciones a los problemas matemáticos.
6. Disposición favorable a la revisión y mejora del resultado de cualquier conteo, cálculo o problema.
7. Interés y respeto por las estrategias y soluciones a problemas distintas de las propias.
8. Sensibilidad y gusto por la presentación ordenada y clara del proceso seguido y de los resultados obtenidos en problemas y cálculos numéricos.
9. Reconocimiento y valoración de la utilidad de la medida para transmitir informaciones precisas relativas al entorno.
10. Disposición favorable a realizar o estimar medidas de objetos, espacios y tiempos cuando la situación lo aconseje.
11. Revisión sistemática del resultado de las medida directas o indirecta, aceptándolas o rechazándolas según se adecuen o no a los valores esperados.
12. Hábito de expresar los resultados numéricos de las mediciones manifestando las unidades de medida utilizadas.
13. Sensibilidad para percibir las cualidades estéticas de las configuraciones geométricas reconociendo su presencia en la Naturaleza, en el Arte y en la Técnica.
14. Sentido crítico ante las representaciones a escala utilizadas para transmitir mensajes de diferente naturaleza.
15. Reconocimiento y valoración de los lenguajes gráfico y estadístico para representar y resolver problemas de la vida cotidiana y del conocimiento científico.

16. Valoración de la incidencia de los nuevos medios tecnológicos en el tratamiento y la representación gráfica de informaciones de índole muy diversa.
17. Reconocimiento y valoración de trabajo en equipo como la manera más eficaz para realizar determinadas actividades (planificar y llevar a cabo experiencias, toma de datos, etc.).
18. Disposición favorable a investigar fenómenos del azar y a tener en cuenta la probabilidad en la toma de decisiones sobre fenómenos aleatorios.

## Metodología

La forma de introducir y desarrollar cada unidad didáctica depende de los contenidos de la misma. Se han desarrollado, a modo de ejemplo, tres unidades didácticas en las que se detalla la metodología a seguir en cada una.

Las unidades desarrolladas son:

Curso 2º: Unidad 1. El número entero.

Curso 3º: Unidad 1: El número racional.

Curso 4º: Unidad 10 de la opción A que corresponde a la Unidad 12 de la opción B: Probabilidad.

En cualquier caso, algunos de estos métodos pueden considerarse, de alguna manera, generales y podrían aplicarse, con las variaciones adecuadas, a distintas unidades didácticas.

El método que sugerimos para la realización de las actividades de nuestra propuesta es el siguiente:

1.º Introducir cada tema, planteando los objetivos con vocabulario asequible para el alumno. En ocasiones puede ser más conveniente hacer esta introducción después de haber realizado con los alumnos alguna actividad de la que se habla en el siguiente punto.

2.º Realizar una aproximación al nuevo concepto que se va a tratar mediante ejemplos que hagan ver la necesidad del mismo, siempre que sea posible, y con alguna breve reseña histórica y hechos anecdóticos que pueden motivar al alumno. Lo ideal sería que antes de abordar el concepto, los alumnos ya hubieran resuelto algún ejercicio de introducción.

3.º Explicación del concepto para todo el grupo siempre que corresponda al nivel I.

4.º Realización de las actividades del Nivel I bajo la supervisión del profesor que irá resolviendo las dudas que surjan. La mayoría de las veces se hará de manera individual o por parejas. En ocasiones podrá hacerse en grupos, bien de nivel homogéneo o heterogéneo, como luego se explica.

5.º Cuando los alumnos de los niveles superiores hayan terminado, el profesor introducirá y explicará los nuevos contenidos correspondientes al nivel II a ese grupo de alumnos o profundizará en los ya trabajados, para lo que convendrá agruparlos. A continuación, estos alumnos realizarán las del segundo nivel. De igual forma se procederá para los alumnos que correspondan al tercero. La mayoría de las veces los alumnos podrán continuar realizando las actividades del nivel superior cuando hayan finalizado las del anterior sin necesidad de explicación por parte del profesor, ya que, como se ha dicho en la introducción, no hay muchos conceptos que no correspondan a los tres niveles. Así pues, se trata de que el profesor vaya resolviendo las cuestiones que cada alumno plantee o de que le haga indicaciones cuando sea necesario.

Si el agrupamiento en el aula para la realización de las actividades de forma individual se hace por niveles, queda muy facili-

tada la labor del profesor a la hora de introducir conceptos o realizar alguna profundización en los dos niveles superiores. Por otra parte, si no es así, los alumnos de niveles II y III ayudan a sus compañeros del nivel I, fomentándose la solidaridad y compañerismo entre ellos. El profesor decidirá en cada momento cual es el agrupamiento más adecuado

Aunque el profesor al poco tiempo ya sabrá a qué nivel corresponde cada alumno, no parece conveniente clasificarlos de manera “oficial”. La idea es que cualquier alumno, conforme vaya terminando las actividades de un nivel, empiece las del siguiente. De esta forma la clasificación nunca sería definitiva ya que siempre habrá alumnos que, aunque sean claramente de uno de los dos niveles inferiores, podrán hacer actividades puntuales del nivel siguiente en algunas unidades. En muchas ocasiones puede no ser necesario que todos los alumnos realicen todas las actividades del nivel anterior, sobre todo si hay alguna repetitiva y se ve que el alumno ha adquirido ya el concepto o algoritmo que tratan.

Para poder llevar a la práctica esta forma de trabajo, como ya se ha dicho en la introducción, la Administración deberá dotar a los centros de los recursos humanos y materiales necesarios, como pueden ser:

- a) Grupos reducidos de alumnos.
- b) Desdobles (en grupos homogéneos o heterogéneos.)
- c) Un segundo profesor del área en el aula.
- d) Aumento del número de horas de Matemáticas en todos los cursos de la ESO, especialmente en el segundo, donde las tres horas actuales son claramente insuficientes y están, ya, por debajo de las del resto del Estado.

Si estas medidas organizativas fuesen adoptadas, podrían, incluso, acometerse proyectos más ambiciosos.

En ocasiones podrán realizarse actividades o trabajos en grupo. Si los grupos son homogéneos, cada uno realizará actividades de su nivel. Si el grupo es heterogéneo, se le asignará una tarea común que conste de varias partes que se repartirían entre los componentes de acuerdo con el nivel de cada uno. Para ello habría que seleccionar bien las actividades y muchas veces modificarlas o construir una con varias de las propuestas en este documento.

# Evaluación

## 1. ASPECTOS A EVALUAR

- A. – El progreso del alumno.
  - La adecuación del proceso educativo.
  - La idoneidad de los materiales.
  - La necesidad de modificación
- B. – Conceptos.
  - Procedimientos.
  - Actitudes.

## 2. ETAPAS

- A. Evaluación inicial:
  - Información del profesorado del curso anterior.
  - Pruebas de conocimientos de partida.
  - Seguimiento de hábitos y actitudes por medio del cuaderno, trabajo de clase y trabajo de casa.
- B. Evaluación continua.
- C. Evaluación final.

## 3. CRITERIOS DE EVALUACIÓN

## 4. INSTRUMENTOS DE EVALUACIÓN

- A. Pruebas escritas.
- B. Pruebas orales-escritas (pizarra).
- C. Cuaderno.
- D. Trabajo de clase.
- E. Trabajo de casa.

## 5. CRITERIOS DE CALIFICACIÓN

### 1. *Aspectos a evaluar*

La evaluación es un elemento fundamental en el proceso de enseñanza-aprendizaje porque a través de ella pueden conocerse:

- El nivel de progreso del alumno, con relación a los objetivos propuestos.
- La adecuación del proceso de enseñanza-aprendizaje así como la de los materiales empleados.
- La necesidad de modificación del diseño curricular cuando se compruebe que su efectividad no es la deseada.

La evaluación no debe ceñirse únicamente a la comprobación del grado de adquisición de los conceptos por parte del alumnado sino que debe abarcar los tres aspectos inseparables de este proceso educativo, como son conceptos, procedimientos y actitudes. Cada uno de estos apartados se evaluará a través de la recogida de información diaria y continua sobre el trabajo, la motivación y el esfuerzo personal del alumno.

## 2. *Etapas*

El proceso de evaluación tiene unas etapas bien diferenciadas en sus objetivos que irán indicando la adecuación del proceso de enseñanza-aprendizaje, así como el progreso experimentado por el alumno en cada momento.

Estas etapas son la Evaluación Inicial, Evaluación Continua y Evaluación Final.

### A. *Evaluación inicial*

Se llevará a cabo durante las dos o tres primeras semanas de clase con objeto de conocer la situación de cada alumno en el primer momento.

Por medio de la Evaluación Inicial se podrá hacer una primera valoración del nivel inicial del alumno. Se detectarán dificultades de aprendizaje, de adaptación social así como al alumnado con elevadas capacidades, que no debe caer en el olvido o frenar su ritmo para acomodarse al del resto de la clase.

Se hará un seguimiento sistemático de todos los aspectos fundamentales (conceptos, procedimientos y actitudes) utilizando estos instrumentos:

- Información de las características del alumno por parte del profesorado que ha trabajado con él anteriormente, si es alumnado desconocido. Esto se hará en las reuniones de Departamento, a principio de curso y en las reuniones mixtas entre Primaria y Secundaria que se mantendrán al finalizar el curso escolar, para recibir la información sobre el alumnado de 6º de Primaria que se incorporará a 1º de ESO. Estas reuniones podrán sustituirse por informes escritos sobre estos alumnos.

- El seguimiento del trabajo personal del alumno, que es muy importante durante los primeros días.

- Al principio de curso se podrán realizar pruebas iniciales referentes a los contenidos del curso anterior.

### B. *Evaluación continua*

Al ser continuo el proceso de enseñanza-aprendizaje también debe serlo la evaluación porque va valorando al alumno en cada uno de los momentos y de las etapas del proceso educativo

En cada evaluación, el alumno debe dominar lo trabajado en las anteriores porque, la mayor parte de las veces, el progreso en un aspecto determinado depende del dominio que se tenga del anterior.

### C. *Evaluación final*

Al ser el Primer Ciclo de la ESO un curso de dos años de duración, para la evaluación definitiva del alumno deben tenerse en cuenta las seis evaluaciones realizadas a lo largo del Ciclo.



En el Segundo Ciclo, al ser cursos independientes, se tendrán en cuenta las tres evaluaciones.

Se pretende que al finalizar el Primer Ciclo o Tercero debe conseguirse que el alumno esté capacitado para:

Nivel I, incorporarse al curso siguiente con garantías de conseguir los objetivos mínimos

Niveles II y III, incorporarse al curso siguiente con garantías de un progreso adecuado.

Al finalizar la ESO, el alumno deberá ser capaz de manejarse con autonomía y como ciudadano responsable si ha conseguido los objetivos del nivel I, y de afrontar la etapa siguiente con garantía si ha conseguido los de los niveles II y III.

### 3. *Criterios de evaluación*

Se especifican en cada una de las unidades atendiendo a los niveles de profundización establecidos tanto en conceptos como en procedimientos.

### 4. *Instrumentos de evaluación*

#### *A. Pruebas escritas*

Sugerimos dos posibilidades:

*Propuesta 1:* Se realizarán dos tipos distintos de pruebas escritas:

a) Una específica para el nivel I (objetivos mínimos) donde se procurará que el número de actividades no sea demasiado reducido para proporcionar más oportunidades de superar los distintos objetivos.

Se valorará, como máximo, con un BIEN, habida cuenta de que la dificultad de los contenidos trabajados se encuentran aproximadamente entre un 50% y un 60% de los objetivos máximos.

b) Otra para los niveles II y III donde la diferenciación entre los dos estará en la dificultad máxima del 20% de las actividades, que será necesario resolver para obtener la calificación de SOBRESALIENTE.

La composición de estas pruebas se ajustará, aproximadamente, a esta distribución: 50% objetivos mínimos; 30% objetivos propedéuticos; 20% objetivos máximos.

*Propuesta 2:*

Una única prueba que constará del 50-60% de mínimos, un 20-30% de nivel II y un 20% de nivel III.

En la ejemplificación de las unidades del primer ciclo y tercero, se incluye un modelo de prueba del primer tipo, y en la de cuarto, una del segundo.

### B. *Pruebas orales-escritas: la pizarra*

Se procurará que cada alumno salga a la pizarra un número similar de veces para que todos estén en las mismas condiciones.

Se evaluará la rapidez en el cálculo, el razonamiento mediante la explicación oral del proceso seguido y la organización del trabajo.

Se podrá utilizar este instrumento para corregir actividades hechas en casa con objeto de comprobar que el alumno comprende bien el ejercicio y que no se ha limitado a memorizarlo.

### C. *Cuaderno*

Aunque en el cuaderno aparecen conceptos y procedimientos, no es lo único que se valora al corregirlo. Se valoran también las actitudes manifestadas al realizar el trabajo.

Sobre todo el alumnado del Primer Ciclo, de 12-13 años, necesita pautas muy concretas para crear hábitos de trabajo diario, orden, limpieza, constancia e interés y necesita comprender que el cuaderno es el instrumento básico de su actividad porque en él queda reflejado todo el trabajo que se va realizando. Por todo esto, la exigencia en cuanto a la elaboración del cuaderno será elevada en el Primer Ciclo así como su ponderación (%), disminuyendo ambas en el Segundo Ciclo, por considerar que en esos momentos es un objetivo conseguido casi en su totalidad.

Este seguimiento exige un gran esfuerzo al profesor, pero es fundamental, en Primer Ciclo, para crear hábitos en el alumno. Si se hace a conciencia los resultados se reflejarán en cursos posteriores, pudiendo dedicar entonces el profesorado más tiempo a otros aspectos como conceptos y procedimientos.

### D. *Trabajo de clase*

Se evaluará la realización de las actividades propuestas, el comportamiento, la atención, el interés, la colaboración y el respeto.

### E. *Trabajo de casa*

En este aspecto se valorará la responsabilidad en la realización de la tarea diaria.

## 5. *Criterios de calificación*

Toda evaluación se traduce en una *calificación*.

Teniendo en cuenta las características del alumnado de ESO es muy importante que adquiera conceptos y procedimientos matemáticos, pero no es menos importante que adquiera hábitos de trabajo, de autonomía, de organización, de disciplina y que tome “gusto a las matemáticas”.



1.º de la E.S.O.

Matemáticas

---

## Temporalización

### EVALUACIÓN INICIAL

Unidad n.º 0: Repaso de lo trabajado en 2º de tercer ciclo de Primaria (6º).

*2 semanas*

### PRIMERA EVALUACIÓN

Unidad n.º 1: El número natural. Operaciones.

*4 semanas*

Unidad n.º 2: Divisibilidad. M.C.D.-M.C.M.

*2 1/2 semanas*

Unidad n.º 3: El número racional. Operaciones.

*3 1/2 semanas*

Total primera evaluación: *10 semanas*

### SEGUNDA EVALUACIÓN

Unidad n.º 4: Números decimales. Operaciones.

*2 semanas*

Unidad n.º 5: Proporcionalidad numérica.

*4 semanas*

Unidad n.º 6: Introducción números enteros. Suma y resta.

*2 semanas*

Unidad n.º 7: La medida.

*3 semanas*

Total segunda evaluación: *11 semanas*

### TERCERA EVALUACIÓN

Unidad n.º 8: Ángulos y sistema sexagesimal.

*3 semanas*

Unidad n.º 9: Figuras planas I. Teorema de Pitágoras.

*3 semanas*

Unidad n.º 10: Medidas de superficie. Perímetros y áreas.

*3 semanas*

Unidad n.º 11: Introducción a las gráficas.

*1 semana*

Total tercera evaluación: *10 semanas*

**Total: 33 semanas**



Unidad n.º 1

El número  
natural





## Objetivos

- Reconocer los números Naturales teniendo en cuenta el valor posicional de las cifras ..... (I-II-III)
- Comprender la relación de orden de los números Naturales ..... (I-II-III)
- Afianzar la descomposición polinómica de los números Naturales ..... (I-II-III)
- Identificar las operaciones con números Naturales: la suma, la multiplicación como suma de sumandos iguales, la resta como opuesta de la suma, la división como inversa de la multiplicación, la potencia como producto de factores iguales y la raíz cuadrada como inversa del cuadrado perfecto ..... (II-III)
- Interpretar y utilizar los paréntesis y la jerarquía de las operaciones ..... (II-III)
- Adquirir estrategias de cálculo mental y estimación en la resolución de problemas ..... (II-III)
- Resolver problemas de la vida cotidiana utilizando las operaciones adecuadas ..... (I-II-III)

## Contenidos

### CONCEPTOS

1. Números y cifras:
  - 1.1. Definición y concepto de número natural ..... (I-II-III)
  - 1.2. Necesidad de los números naturales: contar, ordenar ..... (I-II-III)
  - 1.3. Números ordinales y cardinales ..... (I-II-III)
  - 1.4. Representación de naturales en la recta numérica ..... (I-II-III)
2. Operaciones con números naturales:
  - 2.1. Suma, resta, multiplicación y división de números naturales ..... (I-II-III)
  - 2.2. Términos de las distintas operaciones ..... (I-II-III)
  - 2.3. Propiedades de la suma y de la multiplicación:
    - 2.3.1. Conmutativa y elemento neutro ..... (I-II-III)
    - 2.3.2. Asociativa ..... (II-III)
    - 2.3.3. Distributiva-factor común ..... (III)
  - 2.4. Prioridad de las operaciones ..... (I-II-III)
3. Potencias:
  - 3.1. Concepto de potencia ..... (I-II-III)
  - 3.2. Términos de una potencia ..... (I-II-III)
  - 3.3. Concepto de cuadrado perfecto ..... (II-III)
  - 3.4. Operaciones con potencias ..... (I-II-III)
  - 3.5. Casos especiales de operaciones con potencias:
    - 3.5.1. Producto de potencias de la misma base ..... (I-II-III)
    - 3.5.2. División de potencias de la misma base ..... (I-II-III)
    - 3.5.3. Potencia de una potencia ..... (II-III)
    - 3.5.4. Elevar un producto a una potencia ..... (III)
    - 3.5.5. Multiplicar potencias del mismo exponente ..... (III)
  - 3.6. Potencia de base 10 ..... (II-III)
4. Descomposición de un número natural:
  - 4.1. Descomposición polinómica de un número natural ..... (II-III)

5. Raíz cuadrada:	
5.1. Concepto de raíz cuadrada .....	(I-II-III)
5.2. Términos de la raíz cuadrada .....	(I-II-III)
5.3. Resolución de raíces de cuadrados perfectos de una y dos cifras .....	(I-II-III)
5.4. Raíces de tres y cuatro cifras .....	(II-III)
5.5. Raíces más complicadas .....	(III)
6. Estrategias sencillas de estimación y cálculo .....	(I-II-III)
7. Problemas:	
7.1. Con una operación .....	(I-II-III)
7.2. Con dos, tres operaciones .....	(II-III)
7.3. Con operaciones combinadas y dificultad mayor .....	(III)

## PROCEDIMIENTOS

### *Números y cifras:*

– Identificación Reconocimiento de la necesidad de los números Naturales para contar, ordenar, identificar, situar.. .....	(I-II-III)
– Utilización de los números ordinales en la ejecución de actividades .....	(I-II-III)
– Representación gráfica y ordenación de los números Naturales en la recta numérica .	(I-II-III)
– Expresión oral y escrita de números Naturales hasta el millón .....	(I-II-III)
– Expresión oral y escrita de números Naturales hasta cualquier unidad .....	(II-III)

### *Operaciones con números Naturales:*

– Reconocimiento de los distintos términos de los algoritmos .....	(I-II-III)
– Reconocimiento y utilización de las propiedades conmutativa y elemento neutro de la suma y producto, asociativa .....	(I-II-III)
– Reconocimiento y utilización de la propiedad distributiva del producto y la aplicación del factor común .....	(III)
– Realización de operaciones teniendo en cuenta su prioridad y el uso del paréntesis ....	(I-II-III)

### *Potencias:*

– Reconocimiento de los términos de una potencia: base, exponente .....	(I-II-III)
– Realización de producto y división con potencias, teniendo en cuenta la base .....	(I-II-III)
– Identificación y resolución de potencias elevadas a otra potencia .....	(III)
– Identificación y resolución de potencias de un producto .....	(III)
– Expresión de un número Natural con potencias de base 10 .....	(II-III)
– Descomposición polinómica de un número Natural .....	(I-II-III)

### *Raíz cuadrada:*

– Deducción de la raíz cuadrada, partiendo de cuadrados perfectos .....	(I-II-III)
– Reconocimiento del símbolo y los términos de la raíz cuadrada: radicando, raíz, resto	(I-II-III)
– Resolución de raíces de cuadrados perfectos de una y dos cifras .....	(I-II-III)
– Resolución de raíces de tres y cuatro cifras .....	(II-III)

### *Estimación y cálculo:*

– Aproximación a resultados por tanteo reconociendo los absurdos .....	(I-II-III)
– Estimación y cálculo de distintas superficies: clase, patio, pasillo, ventana, mesas .....	(II-III)

*Problemas:*

- Captación comprensiva del enunciado de un problema ..... (I-II-III)
- Planteamiento y cálculo de expresiones numéricas en la resolución de problemas ..... (I-II-III)
- Comprobación de la solución de un problema ..... (II-III)
- Resolución de problemas con una operación ..... (I-II-III)
- Resolución de problemas con dos o tres operaciones ..... (II-III)

## Orientaciones metodológicas

---

*Números y Cifras:*

- Se partirá siempre de ejemplos concretos y cercanos a los alumnos, haciendo participar a aquellos alumnos con mayor dificultad de comprensión; para que vean la necesidad de los números naturales en la vida diaria.
- Se repasará la lista de alumnos y el número que ocupan, así verán la necesidad tanto del número ordinal como del cardinal.
- Los ejemplos concretos que se utilizarán para motivar e interesar al alumno en el número Natural pueden ser: los números de las casas, las matrículas, números del D.N.I... y así verán claramente que estos números sirven para identificar.
- Mediante la identificación gráfica en la recta numérica se darán cuenta que los números mayores están situados más a la derecha y los menores más a la izquierda.

*Operaciones con números Naturales:*

- En las operaciones con números Naturales se hará especial hincapié en la prioridad de las operaciones y en el uso del paréntesis hasta que tengan suficiente agilidad.
- Se partirá de sumas, restas, multiplicaciones y divisiones y se les hará comprender que las multiplicaciones y divisiones se efectúan antes que las sumas y las restas.
- Para los alumnos de los Niveles II y III se les introducirán los paréntesis y se les explicará que lo que hay dentro de ellos es lo primero que hay que resolver.
- Para los alumnos del Nivel III, además de operar con paréntesis, se introducirá las raíces cuadradas y las potencias.

*Potencias:*

- Enseñar y exigir el vocabulario adecuado a los términos de las potencias.
- Nivel I solo se trabajará el cuadrado y el cubo.
- Niveles II y III se trabajarán potencias de cualquier exponente.
- En la multiplicación y división de potencias de la misma base deberán comprobar que el resultado es el mismo, descomponiendo la potencia en producto de factores iguales.
- Al elevar una potencia a otra potencia deberán darse cuenta comprobando que en la descomposición de factores da el mismo resultado, para el Nivel III

*Descomposición polinómica:*

- Se parte de ejemplos cercanos al alumno, por ejemplo: dinero: 1000, 500, 50, 5.

*Raíz cuadrada:*

- Se parte de cuadrados perfectos, para comprobar que el cuadrado del resultado es el número primero y además salen exactas.
- Comprobarán con la calculadora que el resultado obtenido es correcto.

*Problemas:*

- Los alumnos de todos los Niveles realizarán estimaciones del resultado de problemas sencillos de la vida cotidiana.
- Los problemas seguirán los pasos siguientes:
  - Leer el problema con detenimiento.
  - Comprender el problema.
  - Pondrán los datos, que serán frases del problema, donde no hay preguntas.
  - Luego se harán las preguntas, tantas como se pida en el problema.
  - Se resuelve el problema.
  - Se valora si el resultado es correcto o no.
  - Se comprueba el resultado.

## Criterios de evaluación

---

- Reconocer, identificar y ordenar los números naturales teniendo en cuenta el valor de posición de las cifras ..... (I-II-III)
- Resolver correctamente la descomposición polinómica de los números Naturales ..... (I-II-III)
- Conocer, comprender el significado y realizar las cuatro operaciones básicas ..... (I-II-III)
- Reconocer, comprender y realizar potencia y raíces cuadradas ..... (II-III)
- Utilizar adecuadamente los paréntesis, corchetes y la prioridad de operaciones ..... (II-III)
- Utilizar estrategias de cálculo mental y resolución de problemas ..... (I-II-III)

1. Cita tres ejemplos en cada uno de los casos en los que se usen los números naturales para contar, ordenar e identificar.
2. Escribe tres números cardinales hasta el número 15, señala el lugar que ocupan atendiendo al orden y escribe como se leen.
3. Representa en la recta numérica los siguientes números: 4, 15, 7, 9, 2, 6. ¿Qué observas en la recta? ¿Dónde está situado el número mayor, y el menor? ¿Qué conclusiones sacamos al observar la recta?
4. Escribe los números que corresponden a cada uno de los puntos representados en esta recta:



5. Ordena los números utilizando los signos  $<$ ,  $>$ .
  - a) De menor a mayor los siguientes números: 3.030, 3.300, 3.003, 3.333, 30.003.
  - b) De mayor a menor los siguientes números: 6.030, 6.300, 63.000, 6.003, 60.300, 6.303.
6. Lee y escribe los siguientes números:
 

a) 57.803	b) 602.008	c) 130.005
d) 41.222	e) 907.003	f) 101.001
7. Haz un esquema poniendo los distintos términos de las operaciones elementales. Recuerda que son suma, resta, multiplicación y división.
8. Busca el término desconocido e indica su nombre en las siguientes operaciones:
 

a) $327 + \dots = 1.208$	b) $\dots - 4.121 = 626$
c) $321 \cdot \dots = 5.457$	d) $28.035 : \dots = 623$
9. Comprueba la propiedad conmutativa de la suma y el producto con estos números:
 

a) 4, 5	b) 7,9	c) 25,30	d) 100,345
---------	--------	----------	------------
10. Comprueba la propiedad asociativa de la suma y el producto:
 

a) 4,5,6	b) 7,8,9	c) 15,45,50	d) 100,200,300
----------	----------	-------------	----------------

- 11.** Realiza las siguientes operaciones teniendo en cuenta su prioridad:  
 a)  $27 + 3 \cdot 5 - 16 =$     b)  $27 + 3 - 45 : 5 + 16 =$     c)  $3 \cdot 9 + (6 + 5 - 3) - 12 : 4 =$
- 12.** Expresa con un ejemplo una potencia y señala en ella los distintos términos y qué representa cada uno de ellos:
- 13.** Resuelve las siguientes potencias:  
 a)  $3^2 + 5^3 - 3^3 + 17 =$     b)  $2^3 \cdot 3^2 - 5^2 + 6^3 =$     c)  $2^5 : 4^2 + 6^3 : 3^3 =$
- 14.** Escribe en forma de una sola potencia:  
 a)  $3^3 \cdot 3^4 \cdot 3 =$     b)  $5^7 : 5^3 =$     c)  $(5^3)^4 =$     d)  $(5 \cdot 2 \cdot 3)^4 =$
- 15.** Realiza la descomposición polinómica de los siguientes números:  
 a)  $24.349 =$     b)  $4.003 =$     c)  $123.687 =$     d)  $1.234.568 =$
- 16.** Señala en una raíz cuadrada sus términos.
- 17.** Halla los cuadrados perfectos de los 15 primeros números naturales.
- 18.** Calcula mentalmente la raíz cuadrada de los siguientes números, señalando cuales son exactas y cuales enteras: 81, 92, 16, 47, 35, 49, 64, 25, 9, 18.
- 19.** Calcula la raíz cuadrada de los siguientes números, señalando en cada una de ellas el radicando, la raíz y el resto: 1.347, 4.126, 6.132, 9.047, 525.
- 20.** Di que números son, si su raíz cuadrada es: 25, 15, 17, 11, 3
- 21.** Juan tiene 12 años más que su primo Ángel. Ángel tiene 15 años más que su hermano Andrés. Si Andrés tiene 20 años. ¿Cuántos años tienen entre los tres?
- 22.** El domingo salí de casa con una cierta cantidad de dinero. Pagué 550 pesetas en la entrada del cine y me compré dos paquetes de papadeltas a cinco duros cada uno y un zumo de 125 pesetas. Cuando llegué a casa tenía 240 pesetas. ¿Con cuánto dinero salí de casa?
- 23.** Un agricultor recogió 245.374 kilos de peras. El primer día vendió la mitad. De la otra mitad, se le estropearon 456 kilos. ¿Cuántos kilos le quedaron para vender el segundo día?
- 24.** Un agricultor recolecta 7.200 kilos de uva, de 12 grados hectolitro, y se liquida a 14 pesetas grado/hectolitro ¿Cuánto ha cobrado el agricultor?
- 25.** Un niño está de vacaciones y envía cartas a sus 5 amigos, en cada carta pone 5 postales y en cada postal un sello que vale 5 pesetas. ¿Cuántas pesetas se ha gastado en sellos?
- 26.** He dibujado en el cuaderno un cuadrado, como es cuadriculado he contado los cuadros y me dan 169 cuadros. Si lo quieres dibujar tú en el cuaderno, ¿cuántos cuadros pondrás de lado?



## NIVEL II

1. ¿Por qué son necesarios los números? ¿Para qué sirven? Pon ejemplos, sacados del periódico en los que se utilicen los números naturales para contar, ordenar e identificar.
2. Expresa en forma ordinal y escribe el nombre de los números siguientes: 20, 73, 85, 100.
3. Comprueba que el cero es el elemento neutro de la suma y el uno el de la multiplicación. Explica por qué.
4. Escribe las dos restas asociadas a cada suma:
  - a)  $45 + 56 = 101$
  - b)  $38 + 72 = 110$
  - c)  $95 + 125 = 220$
  - d)  $275 + 125 = 400$
5. Escribe la suma y la resta asociadas a las siguientes restas:
  - a)  $75 - 23 = 52$
  - b)  $97 - 48 = 49$
  - c)  $126 - 38 = 88$
  - d)  $125 - 75 = 50$
6. Realiza las siguientes operaciones combinadas:
  - a)  $645 - 62 \cdot 9 + 640 : 4 + 60 =$
  - b)  $600 - 25 \cdot 6 + 512 : 8 - 89 =$
  - c)  $250 \cdot 2 : 4 + 36 - 60 : 2 =$
  - d)  $(540 - 312) \cdot 15 : (75 - 4 \cdot 15) =$
7. Halla el valor de  $n$  en las siguientes potencias:
  - a)  $5^n \cdot 5^2 = 5^7$
  - b)  $n^5 : n^3 = 5^2$
  - c)  $(3^n)^4 = 3^{12}$
  - d)  $(3 \cdot 5)^n = 15^6$
8. Calcula la raíz cuadrada de los números: 56.998; 345.987, 456.234; 23.006.
9. El producto de dos números es 3.024 y uno de los números es igual al cociente de 576 entre 12. ¿Cuál es el otro número?
10. Escribe una división en la que el divisor sea igual al doble del cociente y al triple del resto.
11. Escribe los números que faltan:
  - a)  $4 \cdot (5 + \dots) = 36$
  - b)  $(30 - \dots) : 5 + 4 = 8$
  - c)  $18 \cdot \dots + 4 \cdot \dots = 56$
  - d)  $30 - \dots : 8 = 25$
12. Escribe el número que tiene 237 centenas, el 7 ocupa el lugar de las unidades y el valor de posición de 8 es 80.
13. Se da la multiplicación 4.857 por 63.
  - a) Redondea cada término y estima su valor.
  - b) Utilizando la estimación anterior, señala cuales de los siguientes resultados son falsos: 23.332, 2.600.000; 288.734; 2164
14. Redondea el valor de los términos de las siguientes operaciones y estima el valor de sus resultados.
  - a)  $4.978 + 5.235 + 3.102$
  - b)  $6.789 - 1986$
  - c)  $342 \cdot 56$
  - d)  $4.984 : 53$

15. La diferencia entre dos números es 1.284 y el mayor es igual al triple del menor. ¿Cuáles son los números?
16. En una librería se han vendido hoy 315 libros más que ayer. Entre los dos días se vendieron 1325 libros. ¿Cuántos se han vendido cada día?
17. Al multiplicar un número por 24, su valor aumenta en 1.334 unidades. ¿Cuál es el número?
18. Laura hace ramos de flores. Si coloca 12 flores en cada ramo le salen 8 ramos y le sobran algunas flores. Si tuviera 8 flores más, podría hacer 9 ramos y no le sobraría ninguna flor. ¿Cuántas flores tiene Laura?
19. ¿Cuál es el número que al dividirlo entre 43 su cociente es igual a 34 y el resto toma el mayor valor posible.
20. Mi madre lava 1 camisa y cuesta secarse 1 hora y media. Un vaquero y cuesta secarse 2 horas. ¿Cuánto tardarán en secarse dos camisas y dos vaqueros tendidos a la vez?

### NIVEL III

1. Explica la propiedad distributiva de la multiplicación respecto a la suma y resuelve de dos maneras los siguientes productos:  
 a)  $17 \cdot 38 + 17 \cdot 12$     b)  $96 \cdot 59 + 4 \cdot 59$     c)  $149 \cdot 19 + 52 \cdot 19$
2. Saca el factor común en las siguientes expresiones:  
 a)  $7 \cdot 5 - 3 \cdot 5 + 16 \cdot 5 - 5 \cdot 4 =$     b)  $6 \cdot 4 - 4 \cdot 3 + 4 \cdot 9 - 5 \cdot 4 =$
3. Saca el factor común en las siguientes expresiones:  
 a)  $120 + 130 + 170 =$     b)  $25 + 35 + 50 =$     c)  $48 - 16 + 72 =$
4. Resuelve y comprueba:  
 a)  $(3^4)^4$     b)  $(8^2)^3$     c)  $(9^3)^2$
5. Calcula la raíz cuadrada de los siguientes números:  
 a) 7.342.987    b) 16.920.311
6. Realiza las siguientes operaciones:  
 a)  $3 + 6 \cdot 5 - 3 \cdot 4 - 2 =$     b)  $3 + (6 + 4) \cdot 5 - 4 \cdot 6 - 3 + (2 \cdot 8) : 4 =$   
 c)  $7 \cdot 3 + [6 + 2 \cdot (8 : 4 + 3 \cdot 2) - 7 \cdot 2] + 9 : 3 =$
7. La suma de dos números es 288 y el cociente entre ellos es 8. ¿Cuáles son los números?
8. Don Tomás quiere repartir unos libros entre sus hijos. Puede hacerlo dándoles 1 al mayor, 2 al segundo, 3 al tercero... Otro modo de repartirlos sería dar 7 a cada uno. ¿Cuántos hijos y cuántos libros tiene Don Tomás?
9. El producto de dos números es 64 y su suma 20. ¿Cuáles son esos números?

10. Se reparten 9.000 pesetas entre 4 amigos de manera que: el segundo reciba el doble que el primero; el tercero triple que el segundo; y el cuarto reciba lo mismo que los otros tres juntos. ¿Cuánto recibe cada uno?
11. ¿Cuál es el menor número que cumple estas condiciones: al dividirlo entre 4 el resto es 3; al dividirlo entre 5 el resto es 2 y al dividirlo entre 7 el resto es 3.
12. Maite quiere comprar sellos. Tiene menos de 100 pesetas, si los compra todos de 5 pesetas, le sobra una peseta. Si los compra de 8 pesetas le sobran 6 pesetas. Le falta una peseta para comprar un número exacto de sellos de 29 pesetas. ¿Cuánto dinero tiene Maite?
13. Entre Ramiro y Raúl tienen 1.255 pesetas. Entre Ramiro y Rita tienen 1.305. Entre Rita y Raúl tienen 1.390. ¿Cuánto dinero tiene cada uno?
14. En una granja se han vendido 1482 huevos. Si dos docenas y media cuestan 540 pesetas, ¿Cuánto valen los huevos?
15. Un camionero carga en su camión 4 televisores y tres microondas. Si cada televisor pesa como tres microondas y en total ha cargado 75 kilos ¿Cuánto pesa cada aparato?
16. Cada gallina de una granja pone dos huevos en tres días. ¿Cuántos días tardarán cuatro gallinas en poner tres docenas de huevos?
17. Las edades de un padre y su hijo suman 100 años. Cuando el padre tenía la edad que hoy tiene el hijo, sus edades sumaban 56 años. ¿Cuál es la edad de cada uno?
18. Un padre le saca a su hijo 25 años. Dentro de dos años el padre tendrá el doble de edad que el hijo. ¿Cuántos años tiene cada uno en la actualidad?
19. ¿Cuántas chocolatinas de 60 gramos hay en una docena y media?
20. ¿Cuántos metros de tela a cuadros se pueden comprar con dos billetes de 1.000 pesetas, una moneda de 500 pesetas y 6 monedas de 25 pesetas, si la pieza de tela mide 50 metros?
21. Si un ladrillo pesa 2 kilos y medio ladrillo. ¿Cuánto pesa ladrillo y medio?



Unidad n.º 2

Divisibilidad



- Identificar y relacionar los múltiplos y divisores de un número Natural ..... (II-III)
- Determinar los múltiplos y divisores de un número Natural ..... (I-II-III)
- Aplicar los criterios de divisibilidad más usuales ..... (I-II-III)
- Distinguir si un número es primo o compuesto ..... (I-II-III)
- Calcular todos los divisores de un número sencillo ..... (II-III)
- Descomponer un número en factores primos ..... (I-II-III)
- Determinar el M.C.D y/o M.C.M. de dos o más números ..... (II-III)
- Resolver problemas de la vida real en los que aparezcan conceptos de divisibilidad .... (I-II-III)

### CONCEPTOS

1. Múltiplos y divisores de un número natural:
  - 1.1. Múltiplo de un número, concepto ..... (I-II-III)
  - 1.2. Divisor de un número, concepto ..... (I-II-III)
  - 1.3. Un número es divisible por otro ..... (II-III)
  - 1.4. Múltiplos de un número conocido ..... (I-II-III)
  - 1.5. Un número tiene infinitos múltiplos ..... (I-II-III)
  - 1.6. Un numero tiene finitos divisores ..... (I-II-III)
2. Criterios de divisibilidad:
  - 2.1. Por 2,3,5 ..... (I-II-III)
  - 2.2. Por 4,6,9,10 ..... (II-III)
  - 2.3. Por 11 ..... (III)
3. Números primos:
  - 3.1. Concepto de número primo ..... (I-II-III)
  - 3.2. Concepto de número compuesto ..... (I-II-III)
4. ¿Cómo hallar todos los divisores de un número? ..... (II-III)
5. Descomposición de un número natural:
  - 5.1. Descomposición de un número en producto de factores ..... (I-II-III)
  - 5.2. Como saber si un número es primo o compuesto ..... (II-III)
6. Máximo común divisor, Mínimo común múltiplo:
  - 6.1. Máximo común divisor, Mínimo común múltiplo de forma intuitiva ..... (I-II-III)
  - 6.2. Máximo común divisor, Mínimo común múltiplo por descomposición factorial . (I-II-III)
7. Números primos entre sí ..... (II-III)
8. Problemas de aplicación:
  - 8.1. Cuadros de divisibilidad sencillos ..... (I-II-III)
  - 8.2. Cuadros de divisibilidad más complicados ..... (II-III)
  - 8.3. Problemas de M.C.D. y M.C.M. sencillos ..... (II-III)
  - 8.4. Problemas de M.C.D. y M.C.M. complicados ..... (III)

## PROCEDIMIENTOS

### *Múltiplos y divisores de un número Natural:*

- Obtención de múltiplos y divisores de un  $n^{\circ}$  N ..... (I-II-III)
- Obtención de divisores de un  $n^{\circ}$  N. por medio de la descomposición factorial ..... (II-III)
- Obtención de todos los divisores de números por descomposición factorial ..... (III)
- Obtención del concepto de divisible relacionando los conceptos de múltiplos y divisores (I-II-III)

### *Criterios de divisibilidad:*

- Reconocimiento y aplicación de los criterios de divisibilidad por 2,3 y 5 ..... (I-II-III)
- Reconocimiento y aplicación de los criterios de divisibilidad por 11 ..... (III)

### *Números primos y compuestos:*

- Comprobación de que un número dado es primo o compuesto, siguiendo los criterios de divisibilidad ..... (I-II-III)
- Identificación de dos números primos entre sí, por medio de la descomposición factorial (I-II-III)
- Identificación del número compuesto como producto de dos o más números primos . (I-II-III)

### *Descomposición de un número Natural:*

- Realización de descomposiciones en producto de números primos de números N ..... (I-II-III)
- Distinción de los números primos y compuestos según su descomposición factorial.... (II-III)

### *Máximo común divisor y mínimo común múltiplo:*

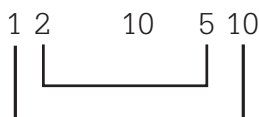
- Cálculo del M.C.D. Y M.C.M. de dos o más números de forma intuitiva y por descomposición factorial ..... (I-II-III)

### *Problemas de aplicación:*

- Realización de cuadros sencillos de divisibilidad ..... (I-II-III)
- Realización de cuadros más complicados de divisibilidad ..... (II-III)
- Resolución de problemas sencillos de la vida diaria aplicando M.C.D y M.C.M. .... (II-III)
- Resolución de problemas más complicados aplicando M.C.D. y M.C.M. .... (III)

## Orientaciones metodológicas

- Partiendo de las tablas de multiplicar explicaremos que vamos obteniendo múltiplos de los distintos números Naturales; y partiendo de números Naturales sencillos, veremos si tienen o no divisores. Utilizaremos las palabras “*está contenido en*”.
- Para la obtención de múltiplos de cualquier número les insistiremos en que basta con multiplicar por cualquier otro número y así deducirán los alumnos, que los múltiplos de cualquier número natural son infinitos.
- Para la obtención de divisores de un número Natural, comenzaremos realizando pares de números:





Así verán intuitivamente, o gráficamente que los divisores del diez son el 1,2,5 y 10 de esta forma lo realizarán los del Nivel I, los Niveles II y III obtendrán todos los divisores de cualquier número Natural por medio de la descomposición factorial.

- Con las comprobaciones anteriores, llegaremos a la conclusión de que todo número Natural por grande que sea tiene un número finito de divisores.
- Para deducir las reglas de divisibilidad nos basaremos en las tablas de multiplicar.
- Los del Nivel I pondrán especial interés en comprender las reglas de divisibilidad del 2,3 y 5. Las deducirán de la mencionada tabla. Los Niveles II y III trabajarán todas las reglas de divisibilidad hasta 11.
- En la distinción de número primo-número compuesto, nos basaremos en la descomposición factorial y llegaremos a la conclusión de que los números primos únicamente son divisibles por ellos mismos y por la unidad, mientras que los compuestos además de los anteriores tienen otros números por los que son divisibles.
- En la descomposición factorial de un número se hará hincapié en que comiencen a dividir por los números primos más pequeños y que no deben pasar a dividir por otro mayor hasta que no se agoten todas las posibilidades con el pequeño.
- Para realizar los cálculos de M.C.D Y M.C.M. colocarán los factores de menor a mayor, un número debajo de otro, coincidiendo los factores de la misma base, para facilitar la visión de los iguales y no iguales y de cuál de ellos es el de mayor o menor exponente.
- Los problemas que se realizarán tendrán el esquema de todos los problemas, atendiendo a la lectura reposada y atenta, los datos, las preguntas, las hipótesis sobre el resultado, las operaciones para alcanzar el resultado y para finalizar la comprobación del mismo.
- Los Niveles II y III realizarán los problemas en los que deben utilizar los conocimientos de M.C.D. Y M.C.M.

## Criterios de evaluación

---

- |   |            |
|---|------------|
| - Identifica y relaciona los múltiplos y divisores de un número natural ..... | (II-III)   |
| - Determina y escribe los múltiplos y divisores de un número natural .....    | (I-II-III) |
| - Aplica los criterios de divisibilidad más usuales .....                     | (I-II-III) |
| - Distingue si un número es primo o compuesto .....                           | (I-II-III) |
| - Calcula todos los divisores de un número sencillo .....                     | (II-III)   |
| - Descompone un número en factores primos .....                               | (I-II-III) |
| - Determina el M.C.D y/o M.C.M. de varios números .....                       | (II-III)   |
| - Resuelve problemas de la vida real con conceptos de divisibilidad .....     | (I-II-III) |
| - Resuelve problemas utilizando M.C.D. y/o M.C.M. ....                        | (II-III)   |



1. ¿Cuándo un número es múltiplo de otro? Escribe cinco múltiplos de cada uno de estos números: 3, 9, 32, 45, 100.
2. Escribe los siete primeros múltiplos de: 25, 40, 37, 102. ¿Podemos encontrar más múltiplos de estos números? ¿Cuántos?
3. ¿Cuándo un número es divisor de otro? Escribe divisores de cada uno de estos números: 9, 5, 12, 100, 20.
4. Halla de forma intuitiva todos los divisores de estos números: 12, 30, 100, 36, 25, 17. ¿Cuántos divisores hemos encontrado de cada número? ¿Podemos encontrar más?
5. Encuentra cuatro divisores de cada uno de estos números: 18, 45, 72.
6. Realiza la tabla de los números primos comprendidos entre los 100 primeros números naturales.
7. Halla todos los divisores de cada uno de estos números y señala cuales son primos y compuestos: 23, 42, 47, 18, 19.
8. Halla los divisores comunes de cada grupo de números y luego escribe el mayor de ellos:  
a) 75 y 36    b) 42, 14 y 56    c) 63, 27 y 45
9. Halla múltiplos comunes de cada grupo de números y luego escribe el menor de ellos:  
a) 25, 100    b) 12, 36    c) 6, 9 y 15
10. Haciendo divisiones señala cuales de los siguientes números tienen a 8 como divisor: 73, 96, 352. Escribe cada uno de los números señalados como producto de 8 por otro factor.
11. Escribe todos los números primos mayores de 30 y menores de 60.
12. Señala cual de los siguientes números son primos y escribe los compuestos como producto de dos números: 21, 23, 67, 76, 53, 35.
13. Escribe tres números que sean producto de dos números primos. ¿Cuántos divisores tienen los números encontrados?
14. Utiliza el método de las divisiones sucesivas para escribir cada uno de los siguientes números como producto de sus factores primos: 108, 96, 216, 336.

15. Dados los números 35 y 60; 16,48,40:
- Halla todos sus divisores.
  - Señala los divisores comunes.
  - ¿Cuál es el máximo común divisor?
16. Halla el máximo común divisor y el mínimo común múltiplo, por descomposición factorial de los siguientes grupos de números:
- 40 y 60
  - 35 y 90
  - 20, 50 y 120.
17. ¿En qué cifra puede terminar un múltiplo de 3? Justifica la respuesta. Compruébalo con distintos números.
18. Realiza los siguientes cuadros poniendo SI o NO cumplen las reglas de divisibilidad.

	<i>Div 2</i>	<i>Div 3</i>	<i>Div 5</i>	<i>Div 7</i>
92				
113				
150				
193				
46				
1.298				

	<i>Div 2</i>	<i>Div 3</i>	<i>Div 5</i>	<i>Div 7</i>
420				
137				
5.321				
4.126				
2.325				
438				

## NIVEL II

- Los números 180 y 345 son múltiplos de 15, utiliza este dato para escribir dos factores de cada uno de estos números.
- Encuentra 5 factores de cada uno de los siguientes números: 36, 45, 144, 625.
- Busca en la tabla los números primos mayores de 50 y menores de 100. Deduce por qué.
- Señala cuales de los siguientes números son primos entre sí:
  - 24 y 35
  - 34 y 51
  - 12 y 21
  - 15 y 42
- Escribe los números que faltan, de modo que los siguientes pares de números sean primos entre sí:
  - 12, ...
  - 32, ...
  - 20, ...
  - 45, ...
- Los números 11 y 13, que son primos, y se diferencian en dos unidades, se llaman primos gemelos. Escribe 5 pares de primos gemelos. ¿Cuántos primos gemelos hay entre 80 y 100?
- Para averiguar si el número 191 es primo o compuesto, se han hecho las divisiones de ese número por 2, 3, 5, 7, 11, 13 y 17, respectivamente. En ningún caso la división ha sido exacta. ¿Se puede asegurar que el número 191 es primo? Comprueba también con los siguientes números: 541, 137, 1.337.

8. En un campamento hay 83 niños y niñas. ¿Qué problema tienen para hacer equipos con el mismo número de componentes?
9. Dado los números 96, 112 y 104:
- Escríbelos como producto de factores primos.
  - ¿Cuáles son sus factores comunes?
  - ¿Cuál es el máximo común divisor y el mínimo común múltiplo de ellos
10. Expresa los siguientes números como se indica en cada caso, siendo todos los factores distintos de uno:
- 144 como producto de dos factores
  - 27 como producto de tres factores
  - 44 como producto de dos factores.
  - 90 como producto de cuatro factores.
11. Calcula por el método que prefieras el máximo común divisor y el mínimo común múltiplo de los siguientes grupos de números:
- 108, 198, 136
  - 100,84, 91
  - 90,216, 198.
12. Completa las siguientes expresiones:
- $\square^2 = 16$
  - $64 = 2^\square$
  - $720 = 2^4 \cdot 3^2 \cdot \square^\square$
  - $\square = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 11$
13. Se sabe que cierto número es divisible por 24 ¿Lo es también por 2 y por 4 y por 3? Justifica tus respuestas.
14. Son bisiestos los años divisibles por cuatro, menos los que son múltiplos de 100 y su número de centenas no es divisible entre cuatro. ¿Cuáles de los siguientes años han sido o serán bisiestos? 1900, 1964, 1732, 1928, 2000, 2008.
15. Alvaro tiene 60 libros y quiere empaquetarlos poniendo el mismo número de libros en cada paquete. ¿De cuántas maneras puede hacerlo, si quiere que cada paquete tenga más de tres libros y menos de doce?
16. En el patio del colegio hay más de cuarenta alumnos y menos de cincuenta. El profesor los quiere colocar en filas de modo que haya el mismo número de alumnos en cada fila. Sólo puede hacerlo de tres maneras. ¿Cuántos alumnos hay en el patio? ¿Cuántos entrarán en cada fila? ¿Cuántas filas habrá?
17. En el laboratorio hay más de 90 minerales y menos de 100. Se quieren colocar en cajas iguales de modo que en cada caja haya el mismo número de minerales y que todas las cajas queden completas. Sólo se puede hacer de dos maneras. ¿Cuántos minerales puede haber en el laboratorio?
18. Luis paga una compra de 600 pesetas y otra de 500, con monedas del mismo valor. ¿Qué monedas puede haber empleado? ¿Cuál es la moneda de mayor valor que puede emplear?
19. ¿Se te ocurre algún número que al dividirlo por 6, 32 y 40 de en los tres casos de resto cero? ¿Hay más de uno? ¿Cuál es el más pequeño?

20. La edad de una madre cuando se divide por 2, 3, 4, 6 y 8 deja de resto uno. ¿Cuándo se divide por 5 el resto es cero. ¿Cuántos años tiene la madre?

21. Realiza los siguientes cuadros poniendo SI o NO cumplen las reglas de divisibilidad:

Divi.	2	3	4	5	6	9	10	11
192								
143								
2.150								
193								
460								
1.297								

Divi.	2	3	4	5	6	9	10	11
320								
1.370								
5.321								
4.526								
2.325								
437								

22. Pablo y Nuria son primos y visitan a sus abuelos a menudo: Pablo va cada 8 días y Nuria cada 10. Si coincidieron en casa de los abuelos el día de Navidad. ¿Cuándo se volverán a encontrar? ¿Cuántas visitas habrá hecho cada uno?

23. En una clase hay 24 alumnos y en otra 32. Para hacer una actividad de geografía se forman en cada clase grupos del mismo número de alumnos, de manera que haya el menor número de grupos posibles. ¿Cuántos alumnos componen cada grupo? ¿Cuántos grupos se forman en total?

### NIVEL III

1. ¿Cuál es el menor número que tiene por divisores?:

- a) 7, 5      b) 2, 6      c) 3, 4, 12.

2. ¿De cuántas maneras se puede escribir 10 como suma de dos números primos? ¿Y 47? ¿Y 103?

3. El producto de tres números es 360.

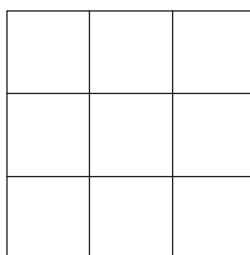
- a) ¿Cuáles pueden ser estos tres números?  
b) ¿Podrías escribir todas las soluciones del problema?

4. Comprueba que para saber si un número menor que 100 es primo, es suficiente con dividir por 2, 3, 5 y 7. ¿Por cuántos números como máximo tendrás que dividir para saber si es primo el número 497?

5. La suma de dos números es igual a 148. Si se divide el mayor por el menor, el cociente es igual a cinco y el resto es 10. ¿Cuáles son esos números?

6. ¿El número 2.130 es múltiplo de 11? ¿Cambiando el orden de sus cifras, se puede conseguir un número divisible por 11? ¿Cuántas soluciones encuentras?

7. ¿Puede haber además del 2 y del 3, otros dos números consecutivos que sean números primos? Justifica tu respuesta.
8. Los alumnos de primero y segundo han ido de excursión, en total 123 alumnos. El número de alumnos de primero es igual a 3, más el cuádruplo de alumnos de segundo. ¿Cuántos alumnos han ido de cada curso?
9. Un tren está formado por 96 vagones y transporta en cada vagón el mismo número de viajeros. Se desenganchan 12 vagones y los viajeros pasan a los vagones restantes. De este modo, cada vagón ha pasado a tener una persona más. ¿Cuántas personas iban al principio en cada vagón?
10. En una granja, se ha recogido un número de huevos entre setecientos y ochocientos. Forman un número exacto de docenas. También se podrían colocar exactamente en cartones de 15 huevos. ¿Cuántos huevos se han recogido en la granja?
11. En un trabajo en un bosque, Marina ha acotado una zona y ha contabilizado 12 animales entre lagartos, escarabajos y lombrices. En total ha contado 26 patas y tantas lombrices como lagartos y escarabajos juntos. ¿Cuántos animales de cada clase ha podido contar? (Recuerda los lagartos tienen 4 patas y los escarabajos 6).
12. En cada casilla de este cuadrado coloca un número distinto entre uno y nueve. De tal forma que sumando los tres números en horizontal, vertical, y diagonal se obtenga siempre un múltiplo de 5.



13. A un niño le preguntaron que cuántas canicas tenía en un bote, contestó de la siguiente manera: Ayer las agrupé de 11 en 11 y sobraban 5; hoy las he agrupado de 23 en 23 y sobraban 3. ¿Cuál es el menor número de canicas que puede tener el niño en el bote?
14. ¿Es posible distribuir 24 personas en filas de 5 personas cada una sin que sobre ni falte ninguna? Atención no te precipites en la respuesta y no te autoimpongas condiciones que no indica el problema.
15. Se trata de encontrar cuatro números primos que sean así:  
 EE    BEB    BECD    EEEC  
 Teniendo en cuenta que las letras E,B,C y D son las mismas cifras en los cuatro números.
16. Empareja los seis primeros números primos de manera que la suma de los números de una de las parejas sea múltiplo de 3 y 5; la otra múltiplo de 2 y 7, y la tercera múltiplo de 2 y 3.

17. Si se eliminan 3 de los doce primeros divisores de 216, se puede conseguir con los otros nueve, sin repetir ninguno el siguiente cuadro mágico multiplicativo, de manera que el producto de los tres números que ocupan cualquiera de las filas, columnas o diagonales, es siempre 216.

	6	
	36	

18. El autobús de la línea A pasa por cierta parada cada 9 minutos y el de la línea B cada 12 minutos. Si acaban de salir a la vez ¿cuándo volverán a coincidir?
19. Dos ruedas dentadas forman parte del engranaje de una máquina. Una de las dos ruedas tiene 12 dientes y la otra 18. Si ponemos en marcha la máquina ¿después de cuántas vueltas volverá a la posición inicial?
20. Queremos cerrar una parcela rectangular que mide 36m de largo por 28 m de ancho, colocando estacas que estén situadas a la misma distancia las unas de las otras. Si en cada una de las cuatro esquinas del terreno tiene que haber una estaca y pretendemos que el número de estacas sea el mínimo posible, ¿cada cuántos metros deberemos colocar una? ¿Cuántas necesitaremos?



Unidad n.º 3

Fracciones  
de  
términos naturales

---



- Conocer los diferentes significados de una fracción ..... (I-II-III)
- Averiguar por diferentes procedimientos si dos fracciones son equivalentes ..... (II-III)
- Representar fracciones en la recta numérica ..... (II-III)
- Amplificar y simplificar fracciones reconociendo la fracción irreducible ..... (I-II-III)
- Comparar y ordenar fracciones diferenciando si son mayor igual o menor que la unidad (I-II-III)
- Identificar y realizar operaciones con números Racionales, respetando la jerarquía de las operaciones ..... (II-III)
- Resolver problemas cotidianos donde aparezcan fracciones de distintas formas ..... (I-II-III)

### CONCEPTOS

1. Fracciones:
  - 1.1. Concepto de fracción ..... (I-II-III)
  - 1.2. Términos de una fracción ..... (I-II-III)
  - 1.3. Representación gráfica de una fracción ..... (I-II-III)
2. Formas de presentar una fracción:
  - 2.1. Fracción como parte de la unidad ..... (I-II-III)
  - 2.2. Fracción de un número natural ..... (I-II-III)
  - 2.3. Fracción como relación entre dos cantidades ..... (I-II-III)
  - 2.4. Fracción como división indicada ..... (I-II-III)
3. Tipos de fracciones:
  - 3.1. Iguales que la unidad ..... (I-II-III)
  - 3.2. Menores que la unidad ..... (I-II-III)
  - 3.3. Mayores que la unidad ..... (I-II-III)
4. Fracciones equivalentes:
  - 4.1. Fracciones equivalentes. Definición y concepto ..... (I-II-III)
  - 4.2. Propiedad fundamental de las fracciones equivalentes ..... (I-II-III)
  - 4.3. Fracciones amplificadas ..... (II-III)
  - 4.4. Fracciones simplificadas ..... (I-II-III)
    - 4.4.1. Fracción irreducible ..... (II-III)
    - 4.4.2. Fracción irreducible por el método del M.C.D. .... (III)
5. Comparación y ordenación de fracciones:
  - 5.1. Con el mismo denominador ..... (I-II-III)
  - 5.2. Con el mismo numerador ..... (I-II-III)
  - 5.3. Con distinto denominador:
    - 5.3.1. Representadas con figuras o gráficos ..... (I-II-III)
    - 5.3.2. Reducirlas a M.C.D. y comparar numeradores ..... (II-III)
    - 5.3.3. Expresarlas en forma de número decimal ..... (III)
    - 5.3.4. Hacerlas actuar como fracción de un número dado ..... (III)
6. Operaciones con fracciones:
  - 6.1. Suma de fracciones sencillas ..... (I-II-III)
  - 6.2. Resta de dos fracciones ..... (I-II-III)

6.3. Multiplicación de fracciones sencillas .....	(I-II-III)
6.4. Inverso de una fracción .....	(II-III)
6.5. División de dos fracciones .....	(I-II-III)
6.6. Multiplicar o dividir un número natural entre fracción .....	(II-III)
6.7. Operaciones combinadas de fracciones .....	(II-III)
6.8. Potencia de una fracción .....	(II-III)
7. Número mixto:	
7.1. Concepto de número mixto .....	(II-III)
7.2. Convertir un número mixto en fracción .....	(II-III)
7.3. Convertir una fracción impropia en un número mixto .....	(II-III)
8. Problemas de aplicación.	
8.1. De uso frecuente y datos directos .....	(I-II-III)
8.2. De uso frecuente y operaciones combinadas .....	(II-III)
8.3. Preguntas indirectas y operaciones combinadas .....	(III)

## PROCEDIMIENTOS

### *Fracciones:*

– Utilización de las fracciones como expresión de las situaciones cotidianas .....	(I-II-III)
– Reconocimiento de los elementos de una fracción, significado, lectura y escritura .....	(I-II-III)
– Realización de representaciones gráficas de distintas fracciones .....	(I-II-III)
– Representación en la recta numérica de fracciones menores que la unidad .....	(I-II-III)
– Representación en la recta numérica de fracciones mayores que la unidad .....	(III)
– Diferentes formas de presentar una fracción .....	(I-II-III)

### *Tipos de fracciones:*

– Reconocimiento y representación gráfica de fracciones iguales y menores que la unidad .....	(I-II-III)
– Reconocimiento y representación gráfica de fracciones mayores que la unidad .....	(II-III)

### *Fracciones equivalentes:*

– Identificación y representación gráfica de fracciones equivalentes .....	(I-II-III)
– Cálculo de fracciones equivalentes amplificadas y simplificadas .....	(I-II-III)
– Cálculo de la fracción irreducible por simplificación con divisiones sucesivas .....	(II-III)
– Comparación y ordenación de fracciones .....	(I-II-III)

### *Operaciones con fracciones:*

– Realización de distintas operaciones con fracciones .....	(I-II-III)
---	------------

### *Número mixto:*

– Identificación y reconocimiento de números mixtos .....	(II-III)
– Conversión de un número mixto en fracción .....	(II-III)
– Conversión de una fracción impropia en número mixto .....	(III)

### *Problemas de aplicación:*

– Realización de problemas de uso frecuente y datos directos .....	(I-II-III)
– Realización de problemas de uso frecuente y operaciones combinadas .....	(II-III)
– Resolución de problemas con preguntas indirectas y operaciones combinadas .....	(III)

- Las situaciones que se presentan al alumno deben estar ajustadas a su entorno y nivel pudiendo representar gráficamente en la mayoría de los casos los ejemplos que se le presentan al alumno.
- Los alumnos tendrán muy claro cuales son los elementos de la fracción y qué representa cada uno.
- Los alumnos tendrán claros todos los conceptos.
- Los alumnos deducirán mediante ejemplos gráficos todos los conceptos trabajados en esta unidad.
- Las representaciones de fracciones se trabajarán en cuadrícula, para que sea lo más exacto posible y se vea claro con la simple observación del dibujo.
- Para comparar fracciones con el mismo denominador se utilizarán los gráficos ya que son muy sencillos de realizar y fáciles de visualizar.
- Cuando tengamos fracciones con el mismo numerador y distinto denominador les haremos pensar para que ellos mismos deduzcan cual es la mayor ya que si dividimos la unidad en el mismo número de partes será mayor aquella fracción de la que tomemos más partes.
- Cuando las fracciones tengan distinto tanto el denominador como el numerador los alumnos se verán obligados a reducirlas al mínimo común denominador y una vez reducidas podrán ver cual de ellas es mayor o menor.
- Para sumar y restar fracciones se comenzará por el mismo denominador, para ir poco a poco efectuando las operaciones con distinto denominador, estas últimas las harán reduciendo a mínimo común denominador.
- En la divisiones la introducción se hará hallando el inverso de la fracción que divide, para poder resolverla como si fuese una multiplicación.
- El Nivel I realizará las divisiones mediante la regla del caramelo: dibujo de un caramelo.

$$\frac{1}{3} \times \frac{2}{5} = \frac{5}{6}$$

- Introduciremos únicamente para los Niveles II y III la potencia de una fracción y la explicaremos como multiplicaciones sucesivas de esa fracción.
- Para comprender el concepto de número mixto se pondrán ejemplos reales, muy cercanos a los alumnos como puede ser comprar 1kg y 1/2 de carne.
- Los signos de las operaciones se pondrán a la altura de la raya de fracción y no a la altura del numerador o denominador.
- Los signos de las operaciones serán +, -, ·, : no admitiendo x como signo para la multiplicación.
- Los problemas seguirán el mismo esquema que en temas anteriores: lectura comprensiva del problema, datos con frases del problema, preguntas, intuición del resultado, realización de las operaciones y comprobación del resultado. Será importante en todos los problemas que el resultado esté recuadrado y especificada la unidad, o la pregunta a la que se está contestando.

## Criterios de evaluación

---

- Conoce los diferentes significados de una fracción ..... (I-II-III)
- Identifica la equivalencia de dos fracciones por diferentes procedimientos ..... (II-III)
- Representa fracciones en la recta numérica ..... (II-III)
- Amplifica y simplifica fracciones y reconoce la fracción irreducible ..... (I-II-III)
- Compara, ordena y diferencia fracciones menores, mayores o iguales a la unidad ..... (I-II-III)
- Realiza operaciones con números racionales y respeta la jerarquía de las operaciones (II-III)
- Resuelve problemas cotidianos con fracciones ..... (I-II-III)

1. Enumera los términos de una fracción y di qué indica cada uno de ellos. Pon varios ejemplos.
2. ¿Qué fracción de hora son 20 minutos? Y ¿35 minutos? Y ¿55 minutos?
3. Para elaborar un tarro de frutas se han necesitado 400 gramos de plátanos, 350 gramos de fresas, 250 gramos de azúcar y 50 gramos de manzanas. ¿Qué fracción del total representa cada uno de estos productos?
4. Calcula:  
a)  $\frac{5}{10}$  de 90    b)  $\frac{7}{9}$  de 72    c)  $\frac{4}{3}$  de 42    d)  $\frac{5}{9}$  de 540
5. En una clase de 24 alumnos  $\frac{5}{8}$  son chicos. ¿Cuántos chicos y chicas hay en clase?
6. El depósito de un coche tiene una capacidad de 63 litros de gasolina, si gasta los  $\frac{5}{9}$  en una excursión, ¿cuántos litros le quedan al volver de viaje?
7. En la puerta de un cine hay 12 mujeres por cada 8 hombres y 16 niños. ¿Cuál es la relación entre hombres y mujeres? ¿Entre hombres y niños? Y ¿Entre mujeres y niños?
8. Indica de las siguientes fracciones cuáles dan como resultado un número natural y cuáles un número decimal:  
 $\frac{3}{2}$ ,  $\frac{12}{3}$ ,  $\frac{17}{4}$ ,  $\frac{27}{9}$ ,  $\frac{14}{6}$ ,  $\frac{19}{8}$ ,  $\frac{21}{7}$
9. Indica en las fracciones siguientes cuáles son mayores, iguales o menores que la unidad:  
 $\frac{1}{7}$ ,  $\frac{3}{5}$ ,  $\frac{9}{9}$ ,  $\frac{5}{3}$ ,  $\frac{17}{2}$ ,  $\frac{2}{9}$ ,  $\frac{16}{4}$ ,  $\frac{18}{17}$ ,  $\frac{5}{5}$ ,  $\frac{6}{9}$ ,  $\frac{12}{12}$ .
10. Las fracciones siguientes son menores que la unidad. ¿Qué fracción falta en cada una de ellas para completar la unidad?  
 $\frac{3}{7}$ ,  $\frac{3}{8}$ ,  $\frac{9}{12}$ ,  $\frac{11}{16}$ ,  $\frac{7}{13}$ ,  $\frac{5}{9}$ .
11. ¿Qué fracción sobra en cada una de las siguientes para obtener la unidad?  
 $\frac{6}{5}$ ,  $\frac{5}{4}$ ,  $\frac{16}{9}$ ,  $\frac{8}{6}$ ,  $\frac{17}{13}$ ,  $\frac{25}{19}$ .
12. ¿Entre que números naturales consecutivos están comprendidas las fracciones siguientes?  
 $\frac{7}{5}$ ,  $\frac{12}{5}$ ,  $\frac{12}{3}$ ,  $\frac{18}{7}$ ,  $\frac{21}{5}$ .
13. Representa en la recta numérica las siguientes fracciones:  
 $\frac{3}{9}$ ,  $\frac{4}{5}$ ,  $\frac{6}{8}$ ,  $\frac{4}{4}$ ,  $\frac{5}{3}$ ,  $\frac{6}{4}$ ,  $\frac{8}{2}$ .

14. Escribe dos fracciones equivalentes a cada una de estas:

$$13/5, 7/14, 5/2, 45/18, 3/21.$$

Explica como lo has hecho.

15. Son equivalentes las parejas de fracciones siguientes:

$$\frac{15}{4} \text{ y } \frac{75}{35} \quad \frac{33}{42} \text{ y } \frac{132}{168} \quad \frac{17}{62} \text{ y } \frac{51}{185}$$

16. Halla la fracción irreducible de cada una de las fracciones siguientes:

$$150/105 \quad 72/450 \quad 264/200 \quad 716/99 \quad 225/75$$

17. En un campeonato de atletismo uno de los saltadores de altura consigue saltar más de dos metros 13 veces de 52 intentos, su contrincante salta más de 2 metros 11 veces de 44 intentos. ¿Cuál de los dos ha ganado?

18. Ordena de mayor a menor los siguientes grupos de fracciones y explica como lo has hecho:

a)  $\frac{9}{8}, \frac{7}{8}, \frac{3}{8}, \frac{17}{8}, \frac{1}{8}$

b)  $\frac{6}{9}, \frac{6}{14}, \frac{6}{7}, \frac{6}{11}, \frac{6}{8}$

c)  $\frac{3}{6}, \frac{3}{4}, \frac{5}{10}$

d)  $\frac{8}{4}, \frac{4}{2}, \frac{6}{3}$

19. Realiza las siguientes operaciones simplificando los resultados.

a)  $\frac{3}{4} + \frac{5}{6} + \frac{6}{8} =$     b)  $\frac{6}{10} - \frac{2}{8} =$     c)  $\frac{7}{8} + \frac{3}{6} - \frac{5}{12} =$

20. Realiza las siguientes operaciones simplificando los resultados.

a)  $\frac{5}{8} \cdot \frac{3}{9} \cdot \frac{4}{6} =$     b)  $\frac{5}{4} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{7}{4} =$     c)  $\frac{7}{9} : \frac{6}{4} =$

21. María estudia  $3/4$  de hora de matemáticas,  $2/3$  de hora de natural,  $4/6$  de hora de lenguaje y  $3/8$  de hora de inglés. ¿Cuántas horas estudia María?

22. Pedro ha recogido  $7/2$  kilos de fresas. Gasta  $3/4$  de kilo en hacer un pastel. ¿Qué cantidad de fresas le queda todavía?

23. Hemos comprado 8 botes de  $3/4$  de kilo de melocotón. ¿Cuántos kilos de melocotón hemos comprado?

24. Tenemos 24 litros de vino y lo queremos embotellar en botellas de  $3/4$  de litro. ¿Cuántas botellas obtendremos?



NIVEL II

1. Ordena de mayor a menor las siguientes fracciones:

$$\text{a) } \frac{8}{7}, \frac{9}{8}, \frac{5}{4} \quad \text{b) } \frac{4}{5}, \frac{5}{6}, \frac{8}{10}, \frac{3}{4}$$

2. Realiza las siguientes operaciones simplificando el resultado:

$$\text{a) } \frac{1}{5} + \frac{3}{4} - \frac{2}{8} + 3 = \quad \text{b) } 4 + \frac{1}{3} - \frac{3}{5} - \frac{8}{6} =$$

3. Realiza las siguientes operaciones simplificando el resultado:

$$\text{a) } \frac{3}{4} \cdot \frac{5}{2} : \frac{4}{6} = \quad \text{b) } 7 : \frac{3}{5} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{3} =$$

4. Calcula X en cada caso.

$$\text{a) } \frac{3}{4} \cdot X = \frac{12}{20} \quad \text{b) } \frac{2}{5} \cdot X = \frac{2}{15} \quad \text{c) } 4 \cdot X = \frac{4}{3}$$

5. Los  $\frac{2}{9}$  del alumnado de un centro escolar participa en el curso de Educación Vial. Si participan 160 estudiantes. ¿Cuántos alumnos hay en el centro? En otro centro participan 600 alumnos en dicho curso, si estos son los  $\frac{3}{5}$  del total, ¿cuántos alumnos hay en este otro centro?
6. En la biblioteca municipal, 27 de los 47 libros de la biblioteca juvenil son de aventuras. Cristina dice que son los  $\frac{9}{15}$  de los libros, Jorge afirma que son los  $\frac{27}{45}$ , y Carmen que son los  $\frac{3}{5}$ . ¿Quién tiene razón?
7. Nuria y Arturo participan en una carrera, en la primera hora habían recorrido los  $\frac{3}{8}$  del trayecto y en la segunda hora  $\frac{3}{10}$  del trayecto. ¿Qué fracción del trayecto han realizado ya? ¿Han llegado a la mitad de la carrera?
8. Marta estudia 3 asignaturas en una carrera de ingeniería. Dedicar  $\frac{1}{4}$  del tiempo de estudio para preparar la primera asignatura y  $\frac{2}{3}$  para estudiar la segunda. ¿Qué fracción del tiempo de estudio dedica para preparar la tercera asignatura?
9. La cuarta parte del presupuesto de una empresa se dedica a la partida de gastos. La mitad de esta partida se dedica a la descontaminación del medio ambiente. ¿Qué parte del presupuesto se dedica al medio ambiente?
10. Angela leyó las  $\frac{3}{4}$  partes del Romancero Gitano. Hoy ha leído la mitad de lo que le quedaba. ¿Qué fracción del libro le queda todavía por leer?
11. En una representación teatral, participan 12 alumnos que son los  $\frac{2}{5}$  de la clase de primero de ESO. ¿Cuántos alumnos tiene esta clase?
12. Juan pagó como entrada  $\frac{1}{3}$  del precio de una bicicleta. Un mes más tarde pagó  $\frac{2}{5}$  del precio total. ¿Qué fracción de su coste ha pagado?
13. En una carrera atlética los deportistas han corrido 700 metros, que representan los  $\frac{7}{12}$  del trayecto total. ¿Qué longitud tiene el trayecto de esa carrera? ¿Cuántos metros les quedan por recorrer?

14. Los trabajadores de una empresa han elegido un representante sindical. El ganador ha obtenido  $\frac{4}{9}$  de los 36 votos emitidos. ¿Cuántos trabajadores le han votado?
15. Juan ha comprado un paquete de 72 folios. Ha utilizado la mitad haciendo un trabajo de Sociales, la mitad de los que le quedaban en un trabajo de Matemáticas y  $\frac{2}{3}$  del resto en Informática. ¿Cuántos folios le han sobrado?
16. Un agricultor riega por la mañana,  $\frac{2}{5}$  del campo. Por la tarde riega el resto, que son 6.000 m<sup>2</sup>. ¿Cuál es la superficie del campo?
17. El oro de ley es una aleación de oro con otros metales. Debe tener al menos 18 quilates. Cada quilate significa  $\frac{1}{24}$  del peso de la aleación.
- Escribe en forma de fracción irreducible el oro puro que hay al menos en el oro de ley.
  - ¿Cuál es el peso de oro puro en 48 gramos de oro de 18 quilates?
18. Un collar de oro de 18 quilates tiene 45 gramos de oro puro. ¿Cuál es el peso del collar?
19. En la biblioteca hay un grupo de alumnos de ellos,  $\frac{1}{4}$  están preparando un tema de sociales y  $\frac{2}{5}$  consultan datos en una enciclopedia. Los 14 alumnos restantes están leyendo un libro de historia de las matemáticas.
- ¿Cuántos alumnos hay en la biblioteca?
  - ¿Cuántos preparan el tema de sociales?
20. El agua al congelarse aumenta su volumen  $\frac{1}{10}$  del mismo. ¿Qué volumen ocuparán 500 litros de agua después de helarse?
21. Felipe y sus amigos han hecho una larga excursión en total han caminado 32 horas. Escribe ese periodo como fracción de día y como número mixto.

### NIVEL III

1. Realiza las siguientes operaciones simplificando los resultados:

$$\text{a) } \left[ \frac{3}{4} + \frac{1}{3} \right] \cdot 3 - \frac{2}{5} : \frac{3}{4} + 2 = \quad \text{b) } \frac{3}{4} + \frac{2}{5} \cdot \frac{2}{6} - \frac{4}{3} + \frac{4}{5} : \frac{1}{2} =$$

2. Realiza las siguientes operaciones simplificando los resultados:

$$\text{a) } \frac{12}{5} \cdot \left[ \frac{1}{4} + \frac{3}{5} \right] : \frac{3}{4} \cdot \left[ \frac{4}{6} - \frac{1}{3} \right] = \quad \text{b) } \frac{4}{7} + \frac{1}{3} : \frac{3}{4} + 2 - \frac{1}{7} \cdot \frac{3}{4} =$$

3. Escribe  $\frac{1}{3}$ :

- Como diferencia de dos fracciones, de dos formas distintas.
- Como suma de tres fracciones distintas.

4. Ana y Luis quieren ir a esquiar. Ana escoge unos esquís de 126 euros y Luis unos de 192. En la tienda les piden un dinero de entrada. Ana entrega como señal las  $\frac{4}{7}$  partes del importe y Luis las  $\frac{3}{8}$  partes. ¿Quién de los dos paga más cantidad de entrada? ¿Quién deja una deuda mayor?

5. Un campesino ha recolectado 360 kilos de patatas. Decide repartirlos así:  $\frac{1}{3}$  para su hermano Miguel,  $\frac{2}{5}$  de lo que queda para su hermana Luisa.  $\frac{5}{12}$  partes de lo que todavía queda para su amigo Fernando y el resto para comida de los cerdos. ¿Cuánto ha regalado a cada uno y cuánto ha echado a los cerdos?
6. En una ciudad viven 20.000 personas  $\frac{1}{5}$  de las cuales son inmigrantes, y  $\frac{3}{4}$  de los inmigrantes son jóvenes. ¿Qué fracción de la población representa los inmigrantes jóvenes? ¿Cuántos son?
7. Una familia, cuyos ingresos mensuales son 300.000 pesetas invierte las  $\frac{3}{10}$  partes de su presupuesto en comida.  $\frac{1}{5}$  en ropa,  $\frac{1}{10}$  en ocio y  $\frac{1}{4}$  en otros gastos. ¿Cuánto ahorra en un año?
8. Un depósito, con una capacidad de 1.500 litros está lleno de agua. Se saca primero  $\frac{2}{5}$  de su contenido y, después,  $\frac{1}{3}$  de lo que quedaba. ¿Qué fracción del depósito se ha extraído? ¿Qué fracción del depósito queda? ¿Cuántos litros se han extraído? ¿Cuántos litros quedan?
9. Un agricultor dice:
  - Las heladas me estropearon  $\frac{3}{10}$  de la cosecha.
  - La sequía me hizo perder otros  $\frac{3}{10}$ .
  - Luego, una vez recogida la inundación me ha estropeado  $\frac{4}{10}$  de lo que tenía en el almacén.
  - Por lo tanto ( $\frac{3}{10} + \frac{3}{10} + \frac{4}{10} = \frac{10}{10}$ ), no me queda nada.
 Un amigo le contesta:
  - No exageres, has salvado casi la cuarta parte de la cosecha.
 ¿Cuál de los dos tiene razón? Justifica la respuesta.
10. Una estaca tiene  $\frac{1}{8}$  de su longitud clavada en el fondo de un estanque y  $\frac{1}{4}$  de su longitud fuera del agua. ¿Qué fracción de su longitud está cubierta por el agua? Si se ven 80 centímetros de la estaca ¿cuál es la longitud total de la estaca?
11. Una tinaja está llena de agua. Se vacían sus  $\frac{3}{7}$  y luego los  $\frac{2}{9}$  de lo que queda. ¿Qué fracción del barril ha quedado con agua?
12. En una tienda han vendido por la mañana  $\frac{1}{2}$  de los caramelos que había en el bote. Por la tarde han vendido la mitad de los que quedaban. Al cerrar la tienda, quedaron 21 caramelos. ¿Cuántos había al empezar la jornada?
13. Los tres cuartos del dinero que tiene Juan son los  $\frac{2}{3}$  de los que tiene Luisa. Entre los dos tienen 5.100 pesetas. ¿Cuánto dinero tiene cada uno?
14. Una pelota al caer al suelo rebota hasta los  $\frac{3}{5}$  de la altura desde la que ha caído. Se deja caer la pelota desde una altura de 10 metros. ¿A que altura llega después del tercer rebote?
15. Patricia guarda la mitad de sus ahorros en el banco y un tercio de lo que resta en una caja fuerte. Le quedan por guardar 60 euros. ¿Cuánto dinero tiene Patricia? Pon el resultado en euros y en pesetas.

16. Una persona a la que han preguntado ¿Cuánto pesa? Responde así: la mitad de la cuarta parte de mi peso es igual a 10 kilos. ¿Cuánto pesa esa persona?
17. En cada caja hay tres cuarto de kilo de bombones, en total, hay cuatro kilos y medio de bombones. ¿Cuántas cajas tenemos? Si en cada caja tenemos 24 bombones y la docena de ellos vale 3 euros. ¿Cuántas pesetas valen los bombones?
18. El límite inferior de la zona de nieves perpetuas en España está aproximadamente a unos 3.000 metros. Sabiendo que la altura del Mulhacén es los  $\frac{29}{25}$  de este límite, ¿cuál es la altura del Mulhacén? ¿Qué altura de este pico tiene nieves perpetuas.
19. Se han consumido los  $\frac{7}{8}$  de un bidón de aceite. Reponiendo 38 litros el bidón queda lleno en sus  $\frac{3}{5}$  partes. ¿Calcula la capacidad del bidón?
20. Una máquina teje en un día  $\frac{1}{8}$  de una pieza de 96 metros. Al día siguiente teje los  $\frac{2}{7}$  de lo que había quedado el día anterior. ¿Cuántos metros ha tejido en los dos días? ¿Qué parte de la pieza queda por tejer?

Unidad n.º 4

Números  
decimales



- 
- Leer, escribir e identificar los números decimales teniendo en cuenta el valor posicional de las cifras ..... (I-II-III)
  - Valorar la necesidad de los números decimales para expresar situaciones reales ..... (II-III)
  - Relacionar números decimales y fracciones decimales ..... (II-III)
  - Descomponer números decimales ..... (I-II-III)
  - Representar y ordenar los números decimales ..... (I-II-III)
  - Reconocer y realizar operaciones con números decimales ajustándose al uso del paréntesis y la jerarquía de las operaciones ..... (II-III)
  - Realizar aproximaciones y redondeos de números decimales ..... (II-III)
  - Resolver problemas de la vida cotidiana utilizando los números decimales ..... (I-II-III)

### CONCEPTOS

1. Números decimales:
  - 1.1. Aparición y utilidad de los números decimales ..... (I-II-III)
  - 1.2. Fracciones decimales ..... (I-II-III)
  - 1.3. Número decimal como resultado de una fracción ..... (I-II-III)
  - 1.4. Descomposición polinómica de un número decimal ..... (II-III)
2. Representación y ordenación de números decimales en la recta:
  - 2.1. Representación y ordenación de números con una cifra decimal ..... (I-II-III)
  - 2.2. Representación y ordenación de números con dos o más cifras decimales ..... (III)
  - 2.3. Bases para ordenar los números decimales ..... (I-II-III)
  - 2.4. Lectura correcta de números decimales ..... (I-II-III)
3. Conversión de fracciones en números decimales:
  - 3.1. Conversión de una fracción en número decimal ..... (I-II-III)
  - 3.2. Conversión de una fracción decimal en número decimal ..... (I-II-III)
4. Conversión de un número decimal en fracción decimal ..... (I-II-III)
5. Operaciones con decimales:
  - 5.1. Suma, resta, multiplicación y división de decimales ..... (I-II-III)
  - 5.2. Elevar un decimal a una potencia ..... (II-III)
  - 5.3. Raíz cuadrada con decimales ..... (III)
  - 5.4. Operaciones combinadas de números decimales:
    - 5.4.1. Sin paréntesis y sencillas ..... (I-II-III)
    - 5.4.2. Sin paréntesis complicadas ..... (II-III)
    - 5.4.3. Con paréntesis complicadas ..... (III)
6. Aproximación y redondeo de decimales ..... (II-III)
7. Problemas de aplicación:
  - 7.1. Con una o dos operaciones ..... (I-II-III)
  - 7.2. Con tres o más operaciones ..... (II-III)
  - 7.3. Con contenidos de más dificultad ..... (III)

## PROCEDIMIENTOS

### *Números decimales:*

- Utilización y reconocimiento de los números decimales en la vida real ..... (I-II-III)
- Reconocimiento de fracciones decimales ..... (I-II-III)
- Obtención de números decimales partiendo de una fracción ordinaria ..... (I-II-III)
- Realización de descomposiciones polinómicas de números decimales ..... (I-II-III)

### *Representación y ordenación de números decimales en la recta:*

- Representación y ordenación en la recta numérica de números con un cifra decimal . (I-II-III)
- Lectura y escritura correcta de números hasta con tres cifras decimales ..... (I-II-III)
- Conversión de fracciones en números decimales ..... (I-II-III)

### *Operaciones con decimales:*

- Realización de sumas, restas, multiplicaciones y divisiones con decimales ..... (I-II-III)
- Elevación de un número decimal a una potencia ..... (II-III)
- Resolución de raíces cuadradas con números decimales ..... (III)
- Realización de operaciones combinadas con números decimales.
  - Sin paréntesis y sencillas ..... (I-II-III)
  - Sin paréntesis complicadas ..... (II-III)
  - Con paréntesis y complicadas ..... (III)
- Aproximación y redondeo de decimales ..... (I-II-III)

### *Problemas de aplicación:*

- Resolución de problemas de números decimales con una o dos operaciones ..... (I-II-III)
- Resolución de problemas con tres o más operaciones con números decimales ..... (II-III)
- Resolución de problemas con decimales y contenidos de mayor dificultad ..... (III)

## Orientaciones metodológicas

---

- En este tema tendremos presente que todo ello se basa en el funcionamiento de los números naturales.
- Comenzaremos explicando que con los números naturales no podemos resolver muchas situaciones que se nos presentan en la vida diaria y que tenemos que utilizar otros números que son los decimales. Estas situaciones se nos presentarán fundamentalmente cuando estemos trabajando con las medidas.
- Introduciremos el número decimal partiendo de las fracciones decimales y de las fracciones ordinarias y explicaremos que toda fracción se puede convertir en división y que no todas ellas tienen que dar exactas.
- Para la realización o ejecución de sumas y restas con decimales tendrán que tener muy presente, los alumnos, la descomposición polinómica de cualquier número Decimal y que es similar a la de los números naturales.
- Cuando efectuemos las operaciones de suma y resta los alumnos tendrán presente que la coma de un número deberá estar exactamente debajo de la del otro y poner las cifras decimales de izquierda a derecha para que las unidades coincidan.



- En las restas cuando el minuendo tenga menos cifras decimales que el sustraendo se les recomendará poner ceros para que realicen la operación correctamente y así evitarán los fallos.
- Las multiplicaciones de decimales se realizan como si fuesen números Naturales, y luego pondrán la coma en el producto, teniendo en cuenta que las cifras decimales de éste son el resultado de la suma del número de cifras decimales de los factores.
- Se les hará especial hincapié en las divisiones en que el divisor a la hora de efectuar la división no debe tener cifras decimales y para ello deberán adaptar el dividendo multiplicándolo por la unidad seguida de tantos ceros como decimales tenga el divisor.
- Elevar un decimal a una potencia y efectuar raíces cuadradas con decimales únicamente lo harán los alumnos de los Niveles II y III.
- Los problemas seguirán los mismos pasos que en los temas anteriores y se procurará ponerlos relacionados con el entorno más cercano del alumno.

## Criterios de evaluación

---

- Lee, escribe e identifica los números decimales teniendo en cuenta el valor posicional de las cifras ..... (I-II-III)
- Valora la necesidad de los números decimales para expresar situaciones reales ..... (II-III)
- Relaciona números decimales y fracciones decimales ..... (II-III)
- Descompone números decimales ..... (I-II-III)
- Representa y ordena números decimales ..... (I-II-III)
- Realiza operaciones con los números decimales y reconoce la prioridad de las operaciones y el uso del paréntesis ..... (II-III)
- Realiza aproximaciones y redondeos con números decimales ..... (II-III)
- Resuelve problemas de la vida diaria con los números decimales ..... (I-II-III)



1. Lee los siguientes números decimales:  
a) 3,4503      b) 0,0322      c) 1,0101  
c) 1.32      d) 1.045      e) 127,00016
2. Escribe los siguientes números decimales:  
a) Cinco unidades, dos décimas, una milésima =  
b) Tres diezmilésimas =  
c) Veintisiete unidades, tres centésimas, cuatro milésimas =  
d) Ciento seis unidades, quince milésimas.
3. Escribe en forma de número decimal cada una de las siguientes fracciones decimales:  
a)  $13/100$     b)  $237/10$     c)  $14.121/100$     d)  $2/10.000$
4. Pon en forma de fracción decimal los siguientes números decimales:  
a) 1,47    b) 0,00003    c) 15,13    d) 31,047
5. Anota las fracciones decimales correspondientes a estos números decimales, realiza su simplificación hasta dejarlas irreducibles:  
a) 1,4    b) 0,002    c) 2,6    d) 0,3425
6. Expresa en forma de números decimales los siguientes números descompuestos:  
a)  $4 \cdot 1000 + 2 + 4 \cdot 0,1 + 5 \cdot 0,01 =$   
b)  $7 + 6 \cdot 0,001 =$   
c)  $3 \cdot 1.000 + 4 + 3 \cdot 0,001 =$
7. Representa en la recta numérica los siguientes números decimales:  
2,6; 0,7; 3,4; 0,5; 5,3.
8. Ordena de menor a mayor los siguientes números decimales:  
32,27; 322,7; 22,37; 32,027; 27,032; 3,227
9. Coloca la coma donde corresponda en estos productos:  
a)  $23,789 \cdot 13 = 309257$   
b)  $154,327 \cdot 12,36 = 190748172$   
c)  $45,37 \cdot 17,6 = 798512$   
d)  $2,111 \cdot 0,004 = 8444$
10. Realiza las siguientes operaciones:  
a)  $4,5 + 3,4 \cdot 6,78 =$   
b)  $2,34 \cdot 4,5 + 5,6 \cdot 7,81 =$   
c)  $34,5 : 1,5 - 1,75 : 0,25 =$

11. Completa:

a)  $2,4 \cdot 3 = \square$    b)  $0,5 \cdot 2 = \square$    c)  $0,3 \cdot \square = 1,5$    d)  $0,75 \cdot \square = 3$

12. Realiza las siguientes divisiones:

a)  $20,32 : 3 =$    b)  $347 : 2,25 =$    c)  $3421,12 : 2,19 =$    d)  $9241,3 : 5,48 =$

13. Con una alfombra de un pasillo de 15,75 metros de largo se hacen siete alfombras más pequeñas iguales. ¿Qué longitud tiene cada alfombra?

14. El túnel ferroviario más largo del mundo mide 33,42 millas. ¿Cuál es su longitud en Kilómetros si una milla equivale a 1,609 kilómetros?

15. Un grifo puede llenar un depósito de 55 litros en cuatro horas. ¿Cuántos litros vierte cada hora, si el goteo es uniforme? Interpreta el resultado?

16. Un ciclista quiere realizar un entrenamiento de 401 Kilómetros con 8 paradas a distancias iguales. ¿Cada cuántos Kilómetros debe parar?

17. Disponemos de 250.000 pesetas para viajar a Francia, si los francos se venden a 23,67 pesetas. ¿Cuántos podemos comprar?

18. Una bicicleta cuesta 136 Euros. Si el Euro está a 166,386 pesetas ¿Cuántas pesetas vale la bici?

19. Si voy a Bélgica y compro un pan que me cuesta 0,86 Euros, 3 cajas de leche a 0,75 Euros la unidad. ¿Cuántas pesetas pagaré?

20. He hecho un pago a un electricista de 75.932 pesetas. ¿Cuántos Euros aparecerán en la factura?

21. En un establo hay una docena de caballos, cada uno de ellos come diariamente 3 kilos de cebada. Si el kilo de cebada vale a 19,75 pesetas ¿Cuánto gastarán los caballos en una semana? ¿Cuántos Euros deberá pagar diariamente el granjero por la cebada?

## NIVEL II

1. Representa en la recta numérica los siguientes números decimales:

2,25; 3,43; 0,68; 1,02.

2. Ordena de mayor a menor los siguientes números decimales utilizando los signos.

325,003; 253,007; 253; 0,723; 352,22; 253,47

3. Escribe todos los números decimales que están comprendidos entre 21,6 y 21,7 y que tienen dos cifras decimales.

4. Completa las siguientes igualdades con las cifras que faltan:

a)  $31,75 + 121, \square 6 = 153,21$

b)  $4,728 + 22,37 + 0,124 = 27, \square 22$

c)  $78,149 - 65,583 = 1\square,5\square 6$

d)  $139,18 - 9, \square 34 = 42,84$

5. Completa con las cifras que faltan:  
 a)  $7,28 \cdot 7 = 50, \square 6$     b)  $12, \square 7 \cdot 5,3 = 66,091$     c)  $0,007 \cdot 0,0 \square = 0,000 \square 1$
6. Realiza estas operaciones:  
 a)  $3,7 + 2,6 \cdot 5,3 + (7,8 + 3,5 : 0,5) - 3 =$     b)  $5,7 + 2,1 : 0,7 - (3,5 : 7 + 4,2 : 6 + 3) =$
7. Añade cinco números más a la serie siguientes:  
 $2,84 - 2,88 - 2,92 - \dots$
8. Investiga, ¿por qué al dividir un número natural entre 5 o entre 2 se obtiene siempre un decimal exacto?
9. Completa las frases:  
 a) Dividir entre 2, es lo mismo que multiplicar por .....
- b) Multiplicar por 2 es lo mismo que dividir entre .....
- c) Dividir entre 10 es lo mismo que multiplicar por .....
- d) Multiplicar por 10 es lo mismo que dividir por .....
10. Cuando Nuria camina por el campo da unos pasos de 0,8 metros de longitud. Ayer, dio un paseo con sus padres y recorrió 7.600 metros. ¿Cuántos pasos dio Nuria?
11. Un coche consume 6,4 litros de gasolina cada 100 Kilómetros. Si este coche tiene 16 litros de gasolina en el depósito ¿Habrà suficiente para hacer un trayecto de 265 kilómetros?
12. El precio de compra de una moneda extranjera suele variar cada día. ¿Cuántos Euros necesitaríamos para comprar 1.525 dólares de Estados Unidos un día en que el precio del dólar es de 1,127 Euros? ¿Cuántos dólares podríamos comprar con 132,47 Euros ese mismo día? Redondea la respuesta.
13. Tres empresarios realizan una inversión en Euros en Italia. El primero invierte 12.895.000 pesetas, el segundo 9.345.200 pesetas y el tercero 10.000.000 pesetas. Si el Euro se cambia a 166,386 pesetas. ¿Cuántos Euros invierte cada uno de los empresarios? Redondea el resultado.
14. Una barra mide 2,75 metros. Se divide en partes de 0,25 metros cada una. ¿Cuántas partes se pueden obtener?
15. En una fiesta de cumpleaños se utilizan doce latas de refresco de 3,3 decilitros cada una para llenar 18 vasos iguales. ¿Qué capacidad tiene el vaso?
16. El nueve de septiembre de 1994 un dólar se vendía por 132,45 pesetas y un marco Alemán por 84,05 pesetas. Si se dispone de 155 dólares y 60 marcos, ¿cuántas pesetas se pueden conseguir?
17. En un día de pesca, siete amigos han conseguido 22,75 kilos de pescado y deciden repartirlo en partes iguales. ¿A cuántos kilos les toca cada uno? ¿A cuántos Decagramos?

18. La libra es una unidad inglesa de peso que equivale a 0,4535 kilos. ¿Cuántas libras pesa un pollo de 3,75 kilos? Redondéalo a centésimas.
19. La pinta es una unidad inglesa para medir capacidades y equivale a 0,5676 litros. Un grupo de 8 amigos han bebido 6 pintas de cervezas sin alcohol. Si todos han bebido lo mismo, ¿cuántos litros ha bebido cada uno?
20. Teniendo en cuenta que una hoja de papel mide 0,12 milímetros de espesor, ¿cuántas páginas tiene un libro cuyo grosor es 4,2 milímetros sin contar las tapas? ¿Cuál sería el grosor de un libro de 482 páginas?

### NIVEL III

1. Descompón de todas las formas que conozcas los siguientes números:

2,59; 0,008; 95,76; 56,058

2. Representa en la recta numérica los siguientes números:

2,723; 2,125; 6,036; 7,821

3. Realiza las siguientes operaciones:

a)  $3,4 + [3,5 \cdot 2 + (7 : 0,5) + 3 + 5 \cdot 2,5] - 2 + 4 \cdot 5 =$

b)  $3,5 \cdot 4,6 + (7,3 - 4,2 : 2) \cdot (6,5 : 0,5) + 17 =$

4. Tenemos un número decimal que tiene dos cifras situadas después de la coma. La cifra de las decenas es igual a la cifra de la décimas y la cifra de las centenas es igual a la cifra de las centésimas. Si el número tiene 234 unidades. ¿Cuál es el número y como se lee?
5. Juan compró 200 gramos de bizcocho y 6 ensaimadas en la pastelería, paga con un billete de 5 Euros y le devuelven un Euro y 55 céntimos de Euro. Si cada ensaimada cuesta 54 céntimos, ¿cuál es el precio del bizcocho? ¿Cuánto vale cada kilo de bizcocho?
6. Se quiere colocar un canalón en el tejado de una casa. La longitud del alero es de 14,75 metros. Cada una de las piezas que componen el canalón mide 0,975 metros de longitud. Se han traído 16 piezas para realizar la obra. ¿Cuánto se debe cortar la última pieza para que ajuste el canalón?
7. Pedro y Nieves miden el mismo segmento con una regla que puede apreciar los milímetros. Pedro dice que mide 3 centímetros y Nieves 3,0 centímetros. ¿Cuál de los dos ha expresado la medida más correctamente? ¿Por qué?
8. Halla el número  $n$  que verifique la igualdad:

$$n : 0,1 : 0,01 = 2.450.$$

**9.** Rompecabezas. Coloca los siguientes enunciados en orden, de manera que el texto resultante tenga sentido:

- 12,5 litros.
- Un cántaro tiene una capacidad de
- Se tienen 50 vasos
- pero se quedaron 6 vasos sin llenar.
- y 8, 7 litros de agua.
- con 2,3 litros de zumo de limón
- Una persona prepara una limonada
- de un cuarto de litro cada uno.

Comprueba que el enunciado es correcto utilizando las operaciones con números decimales.

- 10.** Envasamos 282 litros de leche en botellas de  $\frac{3}{4}$  de litro. La leche ha costado 52 céntimos de Euro por litro y el envasado y el transporte, 43,90 Euros. Si queremos ganar en la operación 100 Euros, ¿cuál ha de ser el precio de cada botella de leche?
- 11.** Federico tiene 22,30 Euros. Se gasta 7,38 en un libro, y la cuarta parte de lo que le queda en el cine. ¿Con cuánto dinero vuelve a casa? Expresa el resultado en pesetas y en Euros.
- 12.** El cuentakilómetros de un automóvil marcaba al salir de casa 25.372 kilómetros y al regreso 25.437,8 kilómetros. Si el automóvil consume por término medio 1 litro de gasolina por cada 7,6 kilómetro de recorrido, ¿Cuántos litros de gasolina ha consumido en todo el trayecto?
- 13.** Alejandro y Ana han conseguido ahorrar entre los dos 7.000 pesetas. El ahorro de Ana es 2,5 veces mayor que el de Alejandro. ¿Cuánto ha ahorrado cada uno?
- 14.** La diferencia entre el peso de un padre y el de su hija es 42,5 kilos, siendo el peso del padre el triple que el de su hija. ¿Cuánto pesa cada uno?
- 15.** Si una bacteria mide 2 micras de largo, ¿es mayor, o menor que otra que mide 0,0089 metros?
- 16.** En una hora una caldera consume 23,5 litros de gasóleo. Si el litro de gasóleo vale a 95 pesetas ¿cuánto gastaremos en una semana, si el quemador ha trabajado 3 horas y media diarias?





Unidad n.º 5

Proporcionalidad



## Objetivos

- Reconocer los términos de una proporción ..... (I-II-III)
- Establecer proporciones entre fracciones equivalentes ..... (II-III)
- Calcular los términos de una proporción que pueden faltar ..... (II-III)
- Establecer la relación de proporcionalidad entre los términos correspondientes de dos magnitudes directamente proporcionales ..... (II-III)
- Calcular porcentajes ..... (I-II-III)
- Resolver problemas de descuento, rebajas e interés simple ..... (I-II-III)
- Aplicar la regla de tres simple directa en situaciones de la vida cotidiana ..... (I-II-III)
- Reconocer magnitudes inversamente proporcionales y utilizar la regla de tres inversa . (II-III)
- Resolver problemas cotidianos de repartos proporcionales ..... (II-III)

## Contenidos

### CONCEPTOS

1. Razón y proporción. Términos:
  - 1.1. Conceptos de razón y proporción ..... (I-II-III)
  - 1.2. Términos de una proporción ..... (I-II-III)
  - 1.3. Propiedad fundamental de las proporciones ..... (I-II-III)
  - 1.4. Cuarta proporcional ..... (I-II-III)
  - 1.5. Media proporcional ..... (II-III)
  - 1.6. Tercera proporcional ..... (II-III)
2. Magnitudes directas e inversamente proporcionales:
  - 2.1. Magnitudes directamente proporcionales ..... (I-II-III)
  - 2.2. Constante de proporcionalidad ..... (II-III)
  - 2.3. Regla de tres simple directa ..... (I-II-III)
  - 2.4. Magnitudes inversamente proporcionales ..... (II-III)
  - 2.5. Regla de tres inversa ..... (II-III)
3. Porcentajes y %:
  - 3.1. Concepto de porcentaje ..... (I-II-III)
  - 3.2. Expresión escrita: % ..... (I-II-III)
  - 3.3. Cálculo del % de una cantidad ..... (I-II-III)
  - 3.4. Tanto por ciento que representa una cantidad sobre otra ..... (II-III)
  - 3.5. Problemas directos ..... (I-II-III)
  - 3.6. Problemas inversos, %, elecciones, impuestos... ..... (II-III)
4. Descuentos y rebajas:
  - 4.1. Concepto y cálculo del descuento ..... (I-II-III)
  - 4.2. Comparación de descuentos ..... (II-III)
  - 4.3. Comisiones y premios por ventas ..... (II-III)
5. Interés simple:
  - 5.1. Concepto de Interés, Capital, Rédito y Tiempo ..... (I-II-III)
  - 5.2. Resolución de problemas directos. Cálculo interés ..... (I-II-III)
  - 5.3. Cálculo de una de las variables. Tiempo en años ..... (II-III)
  - 5.4. Cálculo de las distintas variables expresando el tiempo en meses y días ..... (III)
6. Repartos directamente proporcionales ..... (I-II-III)

## PROCEDIMIENTOS

### *Razón y proporción. Términos:*

- Comprensión de los conceptos de razón y proporción ..... (I-II-III)
- Reconocimiento, lectura y escritura de los términos de una proporción ..... (I-II-III)
- Aplicación de la propiedad fundamental de las proporciones con ejemplos numéricos . (I-II-III)
- Cálculo del término desconocido en una proporción ..... (I-II-III)

### *Magnitudes directa e inversamente proporcionales:*

- Reconocimiento de magnitudes directamente proporcionales ..... (I-II-III)
- Resolución de problemas de regla de tres simple directa con n° N. y datos explícitos ... (I-II-III)
- Resolución de problemas de regla de tres simple directa con n° N. y datos no explícitos (II-III)
- Reconocimiento de magnitudes inversamente proporcionales ..... (I-II-III)
- Resolución de problemas de regla de tres simple inversa con n° N. y datos explícitos .. (II-III)
- Resolución de problemas de regla de tres simple inversa con n° N. y datos no explícitos (III)

### *Porcentaje y tanto por ciento:*

- Reconocimiento e identificación de porcentajes en ejemplos de la vida diaria ..... (I-II-III)
- Utilización escrita de tanto por ciento y cálculo del % de una cantidad ..... (I-II-III)
- Identificación del % que representa una cantidad sobre otra ..... (II-III)
- Resolución de problemas directos en los que se calcula el tanto por ciento ..... (I-II-III)
- Resolución de problemas inversos en los que no se conoce el tanto por ciento..... (II-III)
- Resolución de problemas con datos no explicitados ..... (III)

### *Descuentos y rebajas:*

- Comprensión con ejemplos claros y resolución de problemas de descuento ..... (I-II-III)
- Comparación de distintos descuentos realizados sobre una misma cantidad ..... (II-III)
- Realización de problemas de comisiones, IVA, premios por venta etc. .... (III)

### *Interés simple:*

- Diferenciación en situaciones concretas de los distintos elementos del interés, realizando problemas directos de interés simple ..... (I-II-III)
- Cálculo de alguna variable con el tiempo en años ..... (II-III)
- Cálculo de alguna variable con el tiempo en días y meses ..... (III)

### *Repartos directamente proporcionales:*

- Resolución de problemas sencillos de repartos proporcionales con una magnitud ..... (I-II-III)

## Orientaciones metodológicas

---

- Partiendo de ejemplos muy concretos y de situaciones cercanas y reales al alumno crearemos relaciones que expresaremos por medio de fracciones y que darán lugar a las razones.
- Posteriormente y teniendo en cuenta las fracciones equivalentes explicaremos el concepto de proporción, que no es otra cosa, que la igualdad entre dos razones o dos fracciones equivalentes.

- Se hará hincapié en que aprendan los elementos de una proporción y que encuentren el término desconocido en la misma.
- Los Niveles II y III hallarán la media, tercera y cuarta proporcional.
- Para distinguir cuando dos magnitudes son directas o inversamente proporcionales se utilizarán obligatoriamente las palabras “doble” y “mitad”; nunca más y menos, porque pueden dar lugar a equívocos en todos estos conceptos de proporciones y ver proporciones donde no las hay.
- Regla de tres simple: no se permitirá nunca poner flechas sino frases correctas gramaticalmente. Tendrán que hacer obligatoriamente la proporción y despejar después. Para el Nivel I la pregunta coincidirá con el resultado de la operación, los Niveles II y III resolverán problemas con cualquier dificultad en el enunciado.
- Tanto por ciento: se comenzará escribiendo el % como fracción con denominador 100 y después calculando el tanto por ciento de una cantidad. Recordando que en las operaciones con fracciones la palabra “de” significa “multiplicado por”.
- Se comenzarán resolviendo problemas directos en situaciones cercanas al alumno, como descuentos en prendas, cálculos de IVA, rebajas...
- Interés simple: es necesario dejar bien claro los distintos términos y hacer una distinción entre interés y rédito, ya que habitualmente se confunden. Debemos identificar el interés con las ganancias o los beneficios y el rédito con el % anual...
- El Nivel I trabajará problemas directos y con el tiempo en años. Los Niveles II y III trabajarán problemas con más dificultad y con el tiempo expresado en meses y días.
- Repartos proporcionales: los alumnos utilizarán para resolver estos problemas el método de las proporciones.

## Criterios de evaluación

---

- |   |            |
|---|------------|
| - Reconoce los términos de una proporción .....   | (I-II-III) |
| - Establece proporciones entre fracciones equivalentes .....  | (II-III)   |
| - Calcula el término que falta en una proporción .....  | (II-III)   |
| - Establece la relación de proporcionalidad entre los términos correspondientes de dos magnitudes directamente proporcionales ..... | (II-III)   |
| - Calcula porcentajes .....   | (I-II-III) |
| - Resuelve problemas sencillos de descuentos, rebajas e interés simple .....  | (I-II-III) |
| - Aplica la regla de tres simple directa en situaciones de la vida cotidiana .....  | (I-II-III) |
| - Reconoce magnitudes inversamente proporcionales y utiliza la regla de tres inversa ..   | (II-III)   |
| - Resuelve problema cotidianos de repartos proporcionales .....   | (II-III)   |



1. Entre estas parejas de fracciones existen algunas que forman proporción. Escribe las que lo son y comprueba la propiedad fundamental:
 

a) $2/4$ y $5/6$	b) $12/7$ y $36/21$	c) $15/8$ y $12/6$
d) $4/6$ y $6/9$	e) $100/50$ y $10/5$	f) $15/8$ y $10/6$
g) $12/9$ y $4/3$	h) $4/8$ y $3/9$	
  
2. Halla el término desconocido en cada una de las proporciones siguientes y nómbralo:
 

a) $1/3 = 50/d$	b) $x/12 = 12/36$
c) $18/t = t/2$	d) $k/3 = 27/k$
  
3. Averigua si las siguientes parejas de magnitudes son directamente proporcionales o no:
  - a) El número de botellas fabricadas por una máquina y el número de horas.
  - b) El sueldo de un profesor y el número de alumnos a los que da clase.
  - c) El número de Euros y la cantidad de Yenes al realizar el cambio.
  - d) El precio de un automóvil y el número de caballos que tiene de potencia.
  - e) El precio de la gasolina y el número de litros.
  - f) El número de habitantes de un país y su extensión en kilómetros cuadrados.
  
4. Señala cuáles de las siguientes magnitudes son directamente proporcionales y cuáles inversamente proporcionales.
  - a) El número de entradas del cine y el precio.
  - b) Días de construcción de una casa y número de albañiles.
  - c) Cantidad de leche y número de botellas para llenar.
  - d) Número de pasteles y número de niños para comérselos.
  
5. Calcula los porcentajes siguientes de la manera más rápida:
 

a) 40% de 1.000 =	b) 10% de 400 =
c) 25% de 2.500 =	d) 8% de 50 =
e) 15% de 300 =	f) 50% de 3.812 =
g) 65% de 6.000 =	h) 6% de 10 =
  
6. Halla el 30 % de 25 y el 35% de 20. ¿Cuál es mayor?
  
7. Calcula el interés simple que produce medio millón de pesetas al 6% anual durante 3 años.

8. Nieves trabaja como dependienta en las vacaciones de Navidad. Por 5 días de trabajo cobra 150 Euros.
  - a) ¿Cuánto cobrará por diez días?
  - b) Si ha trabajado 14 días en total ¿cuánto cobrará?
9. En una botella de 500 gramos de limonada, el 5% es esencia de limón, ¿Cuántos gramos de esencia de limón hay disueltos?
10. ¿Cuánto tendrás que pagar por un C.D. de 15,5 Euros rebajado un 30%? Resultado en Euros y en pesetas.
11. Una bolsa de tres kilos de naranjas cuesta 2,25 Euros. ¿Cuánto cuestan 24 kilos de las mismas naranjas?
12. El tipo de cambio de un franco Francés es de 25,97 pesetas. ¿Cuántos francos te darán por 32.600 pesetas?
13. ¿Qué interés simple producen 100.000 Euros invertidos durante 4 años al 6% anual? Resultado en Euros y en pesetas.
14. En un paquete de 400 gramos de galletas María hay un 4% de fibra. En una caja de 300 gramos de pastelitos hay 5%. ¿Dónde hay más fibra?
15. Un grifo abierto durante 5 minutos hace que el nivel del depósito suba 20 centímetros. ¿Cuánto subirá el nivel si se abre el grifo durante 15 minutos?
16. En una población, durante el año pasado, nacieron 28 bebés semanales de media. ¿Cuántos bebés se esperan para el próximo trimestre?
17. Un coche ha tardado cuatro horas en recorrer una distancia de 280 kilómetros. ¿Cuántos kilómetros recorrerá en 5 horas? ¿Cuánto tardará en recorrer 420 kilómetros?
18. En una población de 2.000 habitantes, el 40% viven de la agricultura y el 30% de la ganadería. ¿Cuántos viven de la agricultura? ¿Cuántos de la ganadería? ¿Cuántos viven de otras cosas?
19. Dos palas excavadoras hacen la zanja de una conducción de cable telefónico en 10 días. ¿Cuánto tardarán en hacer la zanja 5 excavadoras?
20. Un jersey rebajado en un 20% me ha costado 4.000 pesetas. ¿Cuánto costaba antes de la rebaja?

## NIVEL II

1. Halla la cuarta proporcional de estos números:
  - a) 2,3,6    b) 5,3,25    c) 7,12,36
2. Halla la media proporcional de estos números:
  - a) 4,9    b) 3,27    c) 4,16    d) 6,24



3. Halla la tercera proporcional de los siguiente números.  
a) 3,9,9    b) 4,8,8    c) 4,6,6    d) 8,12,12.
4. Para ir a Italia hay que comprar liras, que es la moneda de aquel país. El cambio está hoy a 100 liras por 7,80 pesetas. ¿Cuántas liras nos darán por 45.000 pesetas?
5. El mecánico dice que la revisión del coche costará 110,5 Euros. Cuando le vamos a pagar la factura añade el 16% de I.V.A. ¿Cuánto deberemos abonar finalmente por la factura?
6. Los gastos de una comunidad de vecinos se pagan cada trimestre y ascienden a 312 Euros. ¿Cuánto deben pagar los vecinos por 11 meses de comunidad?
7. De los 65 alumnos de primero de ESO hay 26 que son fans del rock. ¿Qué tanto por ciento representan?
8. Juan tiene que comprarse los libros de texto. Por la lista de precios ha visto que le cuestan un total de 12.450 pesetas. Si los compra en la cooperativa le hacen un 10% de descuento y en la librería del barrio le cuestan 11.500 pesetas. ¿Dónde le hacen mayor rebaja?
9. Al comenzar la ESO Laura ingresa 210 Euros en una libreta de ahorro, que da el 1,25% anual. ¿Cuánto dinero tendrá en la libreta al terminar la ESO sabiendo que no ha repetido ningún curso?
10. ¿Qué interés cobra un banco por un préstamo de 6.000 Euros durante 4 años al 9% anual? ¿Cuánto deberemos devolver?
11. En la cuenta corriente de un banco hay 1.373 Euros que producen el 2,25% de rédito anual. En una caja de ahorros hay 1.104 Euros que producen el 2,75%. ¿Cuál de las dos cantidades dará más interés al cabo de un año?
12. Teresa, María y Lorenzo cuidan personas enfermas, Teresa cuida a 5 personas, María a 3 y Lorenzo a 2. Si por el cuidado de todas cobran 1.500.000 pesetas al mes, ¿Cuánto le corresponderá a cada uno?
13. El gobierno reparte 200.000 dosis de vacunas a tres O.N.G. que atienden a 2.000, 4.000 y 14.000 niños respectivamente. ¿Cuántas dosis le corresponden a cada organización?
14. En clase hay distintos modelos de monedas y billetes por valor de 3.500 Euros para estudiar la moneda europea. Al finalizar se reparten los modelos entre tres acertantes, proporcionalmente al número de Euros fabricados. ¿Cuántos Euros corresponden a cada uno si el primero ha fabricado 75 Euros, el segundo 125 y el tercero 150?
15. Tres ebanistas han trabajado 16, 10 y 24 horas respectivamente para fabricar un taquillón. Por el trabajo han cobrado 1.670 Euros. Han gastado en materiales 478. ¿Cuánto le toca cobrar a cada uno de los ebanistas?
16. En un pueblo hay 900 habitantes con derecho a voto, si en las últimas elecciones municipales votaron 315 personas ¿Cuál fue la proporción expresada en tanto por ciento?

17. Carmen trabaja en una cooperativa, para que los dependientes atiendan bien a los clientes les pagan una comisión del cuatro por ciento de las ventas. Esta semana Carmen ha cobrado 180 Euros de comisión. ¿Cuánto ha vendido Carmen?
18. Tres pintores tardan 20 horas en pintar un piso. ¿Cuántas horas tardarán en pintar el mismo piso 5 pintores?
19. Un granjero cuando está solo tarda hora y cuarto en dar de comer a su ganado. ¿Cuánto tardará si le ayuda su hijo, sabiendo que en el mismo tiempo, el hijo hace la mitad que su padre?
20. Una furgoneta que marcha a una velocidad de 100 kilómetros por hora tarda 5 horas en ir a una ciudad. ¿Cuánto tardará un camión que va a una velocidad de 80 kilómetros por hora? Y ¿Un coche que va a una velocidad de 120 kilómetros por hora?

### NIVEL III

1. Una pelota de fútbol cuesta 57,62 Euros. Como te parece un poco cara, esperas a que lleguen las rebajas y entonces pagas 50,71 Euros. ¿Qué tanto por ciento de descuento te han hecho?
2. Un grupo de 4 amigos forman un grupo de rock, quieren alquilar los instrumentos y cada uno debe pagar 37.500 pesetas. Les parece un poco caro y piden la colaboración de un amigo más. ¿Cuánto pagará cada uno de ellos ahora?
3. Un granjero cree que tiene suficiente pienso para alimentar 2.500 pollos durante 10 días. ¿Cuántos pollos debe vender si quiere tener grano durante 25 días?
4. En unos grandes almacenes hay una plantilla formada por 230 trabajadores, en época de rebajas contratan un 20% más de personal. ¿Cuántos trabajadores forman la plantilla durante las rebajas?
5. El tres por ciento de una población de 12.400 habitantes ha padecido la gripe. ¿Cuántos habitantes de esta población no han tenido esa enfermedad?
6. Un cuaderno de 50 páginas cuesta 0,57 Euros y uno de 400 cuesta 3 Euros y 95 céntimos. ¿El número de páginas de una libreta y su precio son magnitudes directamente proporcionales en este caso?
7. Durante las rebajas por unos zapatos marcados a 9.500 pesetas, se pagan 8.075 pesetas. ¿Qué tanto por ciento han hecho de descuento en esta tienda?
8. En primero de ESO hay 32 alumnos y 6 de ellos no han obtenido buenas notas. ¿Qué tanto por ciento ha obtenido buena calificación?
9. Un concesionario de automóviles anuncia un aumento de tarifas del 8 por ciento durante el mes de febrero. Como las ventas no van muy bien en abril hace una oferta del dos y medio por ciento de descuento. Si un modelo costaba 12.500 Euros en enero, ¿Cuánto cuesta en abril?

10. En un catálogo de venta por correo se anuncia una oferta de 5 camisetas por 2.000 pesetas, con un recargo adicional de 500 pesetas por gastos de envío. Un grupo de amigos están haciendo cuentas para realizar un pedido. ¿A cuánto le sale la unidad si piden 30 prendas? Y ¿si piden 45?
11. Por 400 gramos de jamón y 6 cajas de quesitos he pagado 3.375 pesetas. Si la caja de quesitos vale a 175 pesetas. ¿A cuánto sale el kilo de jamón?
12. Un trabajador cobra 10.000 pesetas cada vez que trabaja de día y 18.000 cada vez que trabaja de noche. Si el próximo mes tiene 22 días hábiles y quiere ganar más de 325.000 pesetas ¿Cuántas jornadas debe trabajar de noche como mínimo?
13. En un conjunto televisivo, cada participante recibe una cantidad de dinero inversamente proporcional al número de fallos cometidos. Un concursante que cometió 5 fallos se llevó 100.000 pesetas. ¿Cuánto se llevará uno que solamente ha cometido dos fallos?
14. En un supermercado se venden naranjas a 220 pesetas kilo, pero por cada cinco kilos que compres y pagues te regalan un kilo extra. El dueño de un restaurante se lleva 36 kilos de naranjas. ¿Cuánto habrá pagado por ellas? ¿Y si se llevara 48?
15. Un padre le da la paga a sus tres hijas, de forma que a cada una le corresponde una cantidad directamente proporcional a su edad. La mayor tiene 20 años y recibe 5.000 pesetas, ¿Cuánto corresponderá a la mediana y a la menor que tienen respectivamente 15 y 8 años?
16. En una empresa hay dos categorías de obreros, al comenzar el años se incrementa el sueldo de este modo. Categoría primera: de 480 Euros a 553 Euros. Categoría segunda: de 721 Euros a 793 Euros. ¿Ha sido el aumento proporcional?
17. Un restaurante necesita platos hondos y llanos y vasos de agua en la siguiente proporción: por cada dos vasos de agua tres platos llanos y uno hondo. Si compra 70 vasos, ¿cuántos platos de cada clase comprará?
18. Para hacer una tarta de 12 raciones se necesitan 6 huevos, 200 gramos de mantequilla, 240 gramos de chocolate y 120 gramos de levadura. ¿Qué cantidad será necesaria para hacer una tarta de 8 raciones?
19. Si el lado de un cuadrado es el doble que el de otro. ¿Es el área doble que la otra? Razona la respuesta y pon un ejemplo.
20. Si el lado de un cubo es el doble que el de otro, ¿es el volumen el doble que el otro? Razona la respuesta y pon un ejemplo.
21. Calcula el interés simple que producen 3.500.000 de pesetas al 6% anual durante 4 años, 6 meses y 14 días.
22. ¿Qué interés cobrará un banco por un préstamo de 9.000.000 de pesetas durante 4 años, 7 meses y 12 días al 5% anual? ¿Cuánto deberemos devolver?



Unidad n.º 6

Números  
enteros



## Objetivos

- Reconocer la presencia y utilidad de los  $n^{\circ}$  enteros en distintos contextos de la vida real . (I-II-III)
- Distinguir los números enteros, ordenarlos y representarlos sobre la recta numérica .. (I-II-III)
- Hallar el valor absoluto de un número entero ..... (I-II-III)
- Calcular sumas de enteros del mismo signo y de distinto signo ..... (I-II-III)
- Realizar restas de números enteros ..... (I-II-III)
- Resolver operaciones de sumas y restas combinadas de  $n^{\circ}$  enteros con y sin paréntesis (II-III)
- Resolver problemas de la vida cotidiana en los que intervienen números enteros ..... (I-II-III)

## Contenidos

### CONCEPTOS

1. Introducción a los números enteros:
  - 1.1. Necesidad de los números enteros ..... (I-II-III)
  - 1.2. División de los números enteros ..... (I-II-III)
    - 1.2.1. Positivos o naturales ..... (I-II-III)
    - 1.2.2. Cero ..... (I-II-III)
    - 1.2.3. Negativos ..... (I-II-III)
  - 1.3. Representación de los números enteros en la recta numérica ..... (I-II-III)
  - 1.4. Ordenación de números enteros ..... (I-II-III)
  - 1.5. Conclusión:  $-a < 0 < +a$      $a > 0 > -a$  ..... (I-II-III)
2. Suma de números enteros:
  - 2.1. Suma de dos enteros positivos ..... (I-II-III)
  - 2.2. Suma de dos enteros negativos ..... (I-II-III)
  - 2.3. Suma de dos enteros; uno positivo y otro negativo ..... (I-II-III)
  - 2.4. Suma de varios enteros negativos y varios positivos ..... (II-III)
3. Propiedades de la suma de números enteros:
  - 3.1. Conmutativa, elemento neutro y opuesto ..... (I-II-III)
  - 3.2. Asociativa ..... (II-III)
4. Resta de números enteros:
  - 4.1. Suma del primero con el opuesto de segundo ..... (I-II-III)
  - 4.2. Resta de varios enteros positivos y negativos ..... (II-III)
5. Sumas y restas combinadas de números enteros ..... (III)
6. Problemas de aplicación:
  - 6.1. De uso frecuente: dinero ..... (I-II-III)
  - 6.2. Con operaciones combinadas ..... (II-III)
  - 6.3. Con preguntas indirectas, y operaciones combinadas ..... (III)

### PROCEDIMIENTOS

#### *Introducción a los números enteros:*

- Reconocimiento y uso de los números enteros partiendo de situaciones que varían en dos direcciones ..... (I-II-III)

- Reconocimiento, lectura y escritura de los números enteros ..... (I-II-III)
  - Clasificación de los números enteros ..... (I-II-III)
  - Representación y ordenación de números enteros en la recta numérica ..... (I-II-III)
  - Comparación de números enteros sin representar en la recta numérica ..... (II-III)
  - Interpretación del valor absoluto de un número entero ..... (I-II-III)
  - Reconocimiento e interpretación del opuesto de cualquier número entero ..... (I-II-III)
- Suma de números enteros:*
- Deducción de la regla de los signos por medio de ejemplos concretos ..... (I-II-III)
  - Realización de sumas de N. enteros distinguiendo el signo del número y el de la operación ..... (I-II-III)
  - Comprobación de la propiedad conmutativa y elemento neutro en la suma de N. Enteros .. (I-II-III)
  - Comprobación de la propiedad asociativa en la suma de números enteros ..... (II-III)
  - Obtención del opuesto ..... (I-II-III)
- Resta de números enteros:*
- Conversión de la resta en suma utilizando el opuesto ..... (I-II-III)
  - Realización de restas con enteros positivos y negativos ..... (I-II-III)
- Sumas y restas combinadas de números enteros:*
- Realización de sumas y restas combinadas de números enteros ..... (II-III)
- Problemas de aplicación:*
- Realización de problemas de uso frecuente, dinero, temperatura, a,C,; d.C, ..... (I-II-III)
  - Realización de problemas con operaciones combinadas ..... (II-III)
  - Realización de problemas con preguntas indirectas y operaciones combinadas ..... (III)

## Orientaciones metodológicas

- 
- Para reconocer Números Enteros se presentarán distintas situaciones: ganar-perder, subir-bajar, tener-deber... ayudándonos de dibujos.
  - Por medio de estas situaciones veremos la necesidad de los números enteros como complemento de los números naturales y decimales ya que miden situaciones que los anteriores no pueden medir.
  - De la misma manera que se representan los naturales en la recta lo harán los enteros, pero estos tendrán como punto de referencia el 0. Todos los situados a su derecha serán enteros positivos o naturales y todos los situados a su izquierda enteros negativos.
  - Utilizarán siempre en la comparación de enteros los signos  $>$ ,  $<$  y deducirán que:
    - $a < 0 < +a$  y que  $+a > 0 > -a$ .
  - La suma de números enteros se introducirá sumando dos números enteros positivos, para pasar posteriormente dos enteros negativos, en este caso los enteros negativos irán entre paréntesis para que el alumnado diferencie claramente el signo del número del signo de la operación. Para terminar se sumará un positivo y un negativo, con todas las variables posibles y se les explicará que el signo de la suma o total será el signo que lleve el entero con mayor valor absoluto.
  - Se introducirá el concepto de opuesto partiendo de dos números enteros con el mismo valor absoluto pero con distinto signo que al sumarlos se anulen mutuamente y por tanto el resultado de la suma es 0.



- El Nivel I comprobará las propiedades conmutativa y elemento neutro de la suma, mientras que los Niveles II y III añadirán a esto la propiedad asociativa y el opuesto del número.
- Para realizar restas debe recalcar que nunca deben hacerse sin convertirlas previamente en sumas y por tanto cuando tengamos que restar dos enteros, sumaremos siempre el primero con el opuesto del segundo.
- Los problemas de sumas y restas de números enteros se ajustan siempre a la siguiente ecuación situación inicial + variable = situación final.  $S.I. + V. = S.F.$  para que resuelvan esta ecuación se les dará una regla que cumple siempre:

*Lo que está sumando pasa al otro lado restando.*

*El término desconocido que desea calcular deberá estar siempre en positivo.*

## Criterios de evaluación

---

- Reconocer la presencia y la utilidad de los números enteros en distintos contextos en la vida real ..... (I-II-III)
- Distingue los números enteros, los ordena y los representa en la recta numéricas ..... (I-II-III)
- Halla el valor absoluto de un número entero ..... (I-II-III)
- Calcula sumas de enteros del mismo y distinto signo ..... (I-II-III)
- Realiza restas de números enteros ..... (I-II-III)
- Resuelve operaciones de sumas y restas combinadas de números enteros con paréntesis y sin ellos ..... (II-III)
- Resuelve problemas sencillos de la vida cotidiana en los que intervienen números enteros (I-II-III)



1. Haz una clasificación de los números enteros.
2. Utiliza los números enteros para expresar:
  - a) Me han ingresado 42.000 pesetas en la cuenta de ahorros.
  - b) El año 1340 antes de Cristo.
  - c) Estamos en el 5° sótano de unos grandes almacenes.
  - d) La temperatura es de 17 °C.

3. Representa en la recta numérica 5, -4, 6, -3, 5, -2, 4, 1

4. ¿Qué números enteros se han indicado en esta recta:



5. Ordena de menor a mayor estos números enteros utilizando los signos <, >.

2, -5, 12, 7, -9, -2, 8, -7, 9, -12

6. Ordena las temperaturas siguientes de la más baja a la más alta.

4 °C, -15 °C, 27 °C, 0 °C, -9 °C, 7 °C, -11 °C, 17 °C

7. Escribe el símbolo <, >, entre estos números según corresponda:

- |               |              |               |
|---------------|--------------|---------------|
| a) -4 ... 2   | b) -7 ... 12 | c) -7 ... -11 |
| d) -10 ... -8 | e) 9 ... 7   | f) 0 ... -3   |

8. ¿Son ciertas estas desigualdades?

- |               |               |                |
|---------------|---------------|----------------|
| a) $3 < -100$ | b) $-15 > -4$ | c) $0 > -3$    |
| d) $-40 < -5$ | e) $-12 = 12$ | f) $-27 > -13$ |

9. ¿Cuál es el número entero comprendido entre -7 y -9?

10. ¿Cuáles son los números enteros comprendidos entre -7 y 5?

11. Escribe un par de números enteros que tengan por valor absoluto cada uno de ellos los siguientes números: 6, 9, 100, 1.321.

12. Hay un número entero que es igual a su opuesto. ¿Cuál es?

13. Clara es la propietaria de una empresa de frigoríficos. El último modelo lleva incorporado un termómetro exterior para que el usuario pueda observar fácilmente la temperatura interior del frigorífico. ¿Cuántos grados marcará el termómetro si la temperatura es? :
- a) Es de 8 °C y aumenta 5 °C.      b) Es de 0 °C y aumenta 4 °C.  
c) Es de -3 °C y aumenta 7 °C.      d) Es de 7 °C y disminuye 12 °C.
14. Aníbal nació en el año 274 antes de Cristo y el Cid en el año 1003. ¿Cuántos años transcurrieron entre los dos nacimientos?
15. La era de los romanos empieza en el año 754 a.C. la de los musulmanes en el año 622 d.C. ¿Cuántos años transcurrieron desde el comienzo de la era romana hasta el comienzo de la era musulmana?
16. Entre las 7 de la mañana y el mediodía, la temperatura subió 12 °C. Si a las 7 de la mañana la temperatura era de -5 °C, ¿qué temperatura indicaba el termómetro al mediodía?
17. ¿Qué distancia hay entre el suelo del pozo de una mina que está situado a 518 metros de profundidad y el tejado de una casa que está a una altura de 19 metros?
18. El ascensor de un edificio llega al sótano -3 después de bajar 7 pisos, ¿En qué planta estaba el ascensor?
19. Un globo está en el aire. Desciende 90 metros, luego 70 metros y después sube 100 metros. Al final está a una altura de 800 metros. ¿Cuál era la altura inicial del globo?
20. Hace dos años una empresa obtuvo unos beneficios por valor de 180.000 euros. El año pasado tuvo pérdidas de 75.000 euros. ¿Cuál es el balance de la empresa en los dos últimos años?

## NIVEL II

1. Describe una situación real, para cada una de las frases siguientes, de manera que no sea necesario especificar el signo.
- a) El capitán informa que el submarino está a -200 metros.  
b) La televisión anuncia que estamos a -5 °C.  
c) En la cartilla de Luis está escrito 1.275 pesetas.
2. Realiza las siguientes operaciones:
- a)  $-6 + (-4) =$       b)  $-9 + 2 =$       c)  $-46 + (-138) =$   
d)  $19 + (-25) =$       e)  $-17 + 8 =$       f)  $-198 + 256 =$
3. Cuáles son los números opuestos de: 25, -19, -4, 17, -11, 3, 1.

4. Calcula las restas siguientes:

a)  $3 - 10 =$

b)  $-9 - 8 =$

c)  $-3 - (-9) =$

d)  $-11 - 17 =$

e)  $-7 - (-3) =$

f)  $-13 - (-19) =$

5. Copia en tu cuaderno los opuestos de los números siguientes señalados en la recta numérica.



6. Halla el número que tiene por valor absoluto 7 y está situado entre -8 y -6.

7. El valor absoluto de un número es 12.

a) ¿Qué número puede ser?

b) ¿Qué número es si se sabe que está a la izquierda del 0?

8. Calcula:

a) El opuesto del opuesto de -7    b) El opuesto de  $9 + (-3) + (-6)$ .

9. La resta de dos números es 12. Si uno de los números es -8. ¿Cuál es el otro?

10. ¿Cuál es el número que al sumarle 15 da como resultado -12?

11. Entre un número positivo y su opuesto hay 25 números. ¿Cuál es el número positivo?

12. Entre un número negativo y su opuesto hay 19 números. ¿Cuál es el número negativo?

13. Escribe -15 como diferencia de dos números de dos formas distintas.

14. En una resta el minuendo es 12 y la diferencia es -5. ¿Cuál es el sustraendo?

15. A las 7 un termómetro marcaba  $-5^{\circ}\text{C}$ . A las 14 horas la temperatura había subido  $9^{\circ}\text{C}$ . y a las 23 horas, había vuelto a bajar  $11^{\circ}\text{C}$ . ¿Qué temperatura teníamos a esa hora?

16. Carmen debe a su hermana 4.500 pesetas. Y Cristina debe a Carmen 8.200 pesetas. Cuando arreglen sus cuentas, ¿qué variación habrá experimentado la cantidad de dinero que tiene Carmen?

17. Unos grandes almacenes están instalados en un edificio de 13 plantas: tres subterráneos, la planta baja y nueve plantas superiores. Sebastián es el encargado del ascensor. Ahora está en la tercera planta. Después de subir tres plantas, sube dos más, baja ocho, vuelve a subir dos y finalmente baja cinco. ¿Sabes donde se encuentra en estos momentos Sebastián? Justifícalo con operaciones.

18. Un avión despega de Mallorca. Al principio del vuelo se eleva 9.000 metros. Después desciende 2.800 metros, más tarde vuelve a subir 1.700 metros. En el momento de aterrizar baja 3.400 metros. ¿A qué altura sobre el nivel del mar se encuentra el aeropuerto donde aterriza?

19. El padre de Luis realiza cada semana la compra en un supermercado. Esta semana ha comprado comida por valor de 120 euros, ropa para Elisa por valor de 82 euros y un regalo para su madre de 16 euros. En la caja entrega dos billetes de 100 euros para pagar. ¿Cuánto dinero tiene que devolverle la cajera?
20. Descontando los gastos, deudas y facturas que tiene Ricardo, de sus ingresos, haberes y ganancias, le quedarían 1.580 pesetas, pero su hermano le perdona una deuda de 190 pesetas. ¿Cuál es su saldo?

### NIVEL III

1. Completa los números que faltan:
- a)  $(-15) + (+ 12) + (+ 7) + (-15) = (+ 19) + (\dots) = \dots\dots\dots$   
 b)  $(-8) + (-9) + (+ 5) + (+ 8) = (-17) + (\dots) = \dots\dots\dots$
2. En una resta el minuendo es 15 y la diferencia  $- 2$  ¿Cuál es el sustraendo?
3. Escribe cada uno de los siguientes números como diferencia de dos números enteros, de dos formas distintas: 21,  $- 12$ , 14,  $-34$ .
4. Haz las siguientes operaciones suprimiendo paréntesis.
- a)  $-(8 + 4 - 10) + (2 - 12) =$                       b)  $-(-20 - 31) - [6 + (2 - 15)] =$   
 c)  $-22 + [12 - (8 - 14)] + 2 =$                       d)  $-[5 - (9 + 2) + (3 - 7)] - 6 =$
5. La suma de los valores absolutos de dos números enteros es 120, y la diferencia de los números enteros es igual a  $-120$ . ¿Cuáles son esos números?
6. La suma de dos números enteros es 48 y su diferencia es 72. ¿Cuáles son los números?
7. Si a un número entero se le resta el opuesto de 47 la diferencia es igual a  $-18$ . ¿Cuál es el número.
8. La suma de un entero y del triple de su opuesto es  $-140$ . ¿Cuál es el número?
9. La suma de 8 números consecutivos enteros es 0. ¿Es posible este resultado? Y ¿si se suman 9 números enteros consecutivos? Razona tus respuestas.
10. Laura, Pedro y María se reúnen para organizar sus cuentas entre Laura y Pedro tienen 37 euros. Entre Pedro y María tienen 58. Y entre Laura y María deben 69 euros. ¿Cuánto dinero tiene o debe cada uno?
11. Se tienen 3 números enteros. La suma de los primeros es igual a 15; la del primero y el tercero es igual a  $-92$ , y la del segundo y el tercero es igual a  $-17$ . ¿Qué números son?
12. Un día del mes de febrero a las 8 de la mañana el termómetro marcaba  $-7$  °C. Al mediodía la temperatura había subido  $8$  °C y a las 8 de la tarde había bajado  $5$  °C. ¿Qué temperatura marcaba el termómetro a las 8 de la tarde?

13. La diferencia entre el año en que nació Fernando y el año en que nació Julia es igual a -5. ¿Cuál de los dos es mayor? Si Fernando nació en 1980, ¿en qué año nació Julia?
14. El río Jordán une el lago Tiberiades con el mar Muerto. Este último se encuentra a -392 metros respecto al nivel del mar. A consecuencia del desnivel, el agua se desplaza desde el lago Tiberiades hacia el mar Muerto, salvando un desnivel de 180 metros. ¿Cuál es la posición de las aguas del lago respecto al nivel del mar?
15. La temperatura del aire baja según se asciende en la Atmósfera, a razón de  $9^{\circ}\text{C}$  cada 300 metros. ¿A qué altura vuela un avión si la temperatura del aire es de  $-81^{\circ}\text{C}$ ?
16. En el año 27 a.C. el senado de Roma concedió a Julio Cesar Octavio el título de Augusto, cuando tenía 36 años de edad. Según estos datos, ¿en qué año nació el Emperador Augusto? Si murió 41 años después, ¿en qué año falleció?
17. Andrés debe más que Benito, Carmen tiene tanto como deben Andrés y Benito. Y Joaquín posee una cantidad igual a la deuda de Andrés. Escribe el nombre de estas personas en orden creciente a su riqueza.
18. Una empresa está atravesando una mala situación. Un año tuvo pérdidas; el siguiente perdió 20.000 euros más que el anterior, y el tercero perdió 30.000 euros menos que el segundo. Entre los tres años, el balance de la empresa ha sido de -10.000 euros. ¿Cuánto perdió el primer año?
19. Ana y su padre llega a este acuerdo: el padre promete darle 500 pesetas por cada nota superior al aprobado. Y Ana le entregará 300 pesetas por cada suspenso. Después de 12 calificaciones Ana tuvo que entregar a su padre 1.200 pesetas. ¿Qué calificaciones obtuvo?





Unidad n.º 7

La  
medida



## Objetivos

- Distinguir la medida de la unidad de medida ..... (I-II-III)
- Reconocer y representar las unidades fundamentales de longitud, capacidad y masa .. (I-II-III)
- Expresar correctamente el resultado de una medida y valorar su precisión ..... (II-III)
- Utilizar la unidad de medida más adecuada en cada contexto ..... (I-II-III)
- Hacer aproximaciones y estimaciones de medidas de una magnitud ..... (II-III)
- Resolver situaciones de la vida real, utilizando las unidades de medida ..... (I-II-III)

## Contenidos

### CONCEPTOS

1. La medida, magnitudes e instrumentos:
  - 1.1. Concepto de medida ..... (I-II-III)
  - 1.2. Concepto de magnitud ..... (I-II-III)
  - 1.3. Instrumentos de medida ..... (I-II-III)
  - 1.4. Expresión del resultado de una medida ..... (I-II-III)
  - 1.5. Errores en la medición ..... (I-II-III)
  - 1.6. Estimación de medidas ..... (I-II-III)
2. Sistema decimal de medida ..... (I-II-III)
3. Expresión de una medida:
  - 3.1. Forma compleja ..... (I-II-III)
  - 3.2. Forma incompleja ..... (I-II-III)
  - 3.3. Paso de forma compleja a incompleja y viceversa ..... (I-II-III)
4. Medida de las magnitudes más comunes:
  - 4.1. Medidas de longitud: unidades ..... (I-II-III)
  - 4.2. Medidas de capacidad: unidades ..... (I-II-III)
  - 4.3. Medidas de masa: unidades ..... (I-II-III)
5. Medidas tradicionales y extranjeras de distintas magnitudes ..... (II-III)
6. Problemas de aplicación:
  - 6.1. De uso frecuente y con datos en las mismas unidades ..... (I-II-III)
  - 6.2. De uso frecuente y con datos en distintas unidades ..... (II-III)
  - 6.3. Con preguntas indirectas y datos en distintas unidades ..... (III)

### PROCEDIMIENTOS

#### *La medida, magnitudes e instrumentos:*

- Comprensión y utilización oral y escrita del concepto de medida y magnitud ..... (I-II-III)
- Reconocimiento de diferentes magnitudes en ejemplos de la vida real ..... (I-II-III)
- Conocimiento y utilización de distintos instrumentos de medida ..... (I-II-III)
- Expresión correcta tanto oral como escrita del resultado de una medida ..... (I-II-III)
- Estimación del error cometido en una medición ..... (I-II-III)
- Estimación de la medida de distintas magnitudes ..... (I-II-III)

*Sistema decimal de medida:*

- Comprensión del sistema decimal de medida ..... (I-II-III)

*Expresión de una medida:*

- Expresión en forma compleja e incompleja de una medida ..... (I-II-III)
- Realización de transformaciones de forma compleja a incompleja y viceversa ..... (I-II-III)

*Expresión de una medida:*

- Reconocimiento y utilización de las distintas unidades de medida ..... (I-II-III)
- Conversión de medidas de unas unidades a otras ..... (I-II-III)
- Utilización de la unidad de medida más adecuada en cada caso ..... (I-II-III)

*Medidas tradicionales y extranjeras de distintas magnitudes:*

- Utilización y conocimiento de unidades de medida tradicionales y extranjeras ..... (II-III)

*Problemas de aplicación:*

- Realización de problemas de uso frecuente y con datos en las mismas unidades ..... (I-II-III)
- Realización de problemas con datos en distintas unidades ..... (II-III)
- Realización de problemas con preguntas indirectas y distintas unidades ..... (III)

## Orientaciones metodológicas

---

- Partiendo de objetos que hay a nuestro alrededor introduciremos el concepto de medida (mesa, lápiz, masa de las personas, capacidad de un garrafón, botella, cubo...)
- Veremos que hay cualidades que se pueden medir: altura de las personas, velocidad coche... y otras que no se pueden medir, dolor, amor, dulzura, amistad... y así introduciremos el concepto de magnitud.
- Conoceremos diferentes instrumentos de medida, los tocarán, utilizarán y usarán dentro de clase. Deberán expresar lo más correctamente posible el resultado de las medidas y utilizando las unidades de medida más adecuadas en cada caso. Comenzaremos poniendo ejemplos muy claros hasta conseguir que usen las medidas más adecuadas.
  - Masa de un camión nunca en gramos, sino Tm.
  - Distancia de Cintruénigo a Madrid nunca en cm. sino en Km.
  - Capacidad de una piscina en  $m^3 = Kl$  nunca Dal.
- Para ver los errores en una medición habrá que insistir que no es lo mismo equivocarnos en 1 cm al medir un lápiz, que al medir la distancia de un pasillo; así apreciarán el error porcentual en diferentes mediciones.
- Les haremos calcular estimativamente la longitud de un lápiz, una mesa, la pizarra, un edificio, una calle... para conseguir que su estimación se acerque cada vez más a la realidad. Lo mismo que estimamos con medidas de longitud, deberán estimar con capacidad y masa, para más adelante estimar superficies y volúmenes.
- Incidiremos en que estamos en un S.D. de medida y por tanto el paso de una unidad a otra de rango inmediatamente superior o inferior se hará dividiendo o multiplicando por 10 respectivamente.
- Aprenderán cuales son las unidades fundamentales de las magnitudes fundamentales de medida y cuáles son sus múltiplos y submúltiplos. Se hará especial hincapié en las unidades Tm, Qm, y se explicará su valor y utilidad.

- Se pasarán de unas unidades a otras y los resultados obtenidos se expresarán tanto de forma compleja como incompleja.
- Se trabajará con medidas tradicionales de medida utilizadas en la población, comunidad autónoma y país, para luego ver y usar algunas de mayor importancia utilizadas en otros países milla, galón...
- Realizaremos distintos problemas utilizando y combinando las distintas unidades de medida y siempre relacionados con el entorno.

## Criterios de evaluación

---

- Distingue la medida de las diferentes unidades de medida ..... (I-II-III)
- Reconoce y representa las unidades fundamentales de longitud, capacidad y masa ..... (I-II-III)
- Expresa correctamente el resultado de una medida y valora su precisión ..... (II-III)
- Utiliza la unidad de medida más adecuada en cada contexto ..... (I-II-III)
- Hace aproximaciones y estimaciones de medidas de una magnitud ..... (II-III)
- Resuelve situaciones de la vida real, utilizando las unidades de medida ..... (I-II-III)



1. Analiza si las siguientes propiedades de los objetos representan o no una magnitud y en caso afirmativo di a cual:
  - a) El largo de una habitación.
  - b) La fiebre de una persona.
  - c) La altura de tu clase.
  - d) La superficie de tu clase.
  - e) El ruido del motor.
  - f) El color de tus ojos.
  - g) La simpatía de una persona.
  - h) La duración de una clase.
2. Di que unidad de medida utilizarías para medir en los siguientes casos:
  - a) La distancia entre dos casas en un pueblo pequeño.
  - b) El tiempo que tardas en contar desde 1 hasta 50.
  - c) Lo que pesa un cordón de oro.
  - d) La superficie de una habitación.
  - e) La duración de un partido de baloncesto.
3. ¿Cómo se expresa una medida? Pon tres ejemplos.
4. Expresa con la medida más adecuada:
  - a) La distancia de Madrid a Barcelona.
  - b) La masa de un niño de 10 años.
  - c) La longitud de un lapicero.
  - d) La capacidad de un garrafón.
  - e) La masa de un camión.
  - f) La distancia de una pared a otra de la clase.
  - g) La capacidad de una piscina.
  - h) La masa de un sacapuntas.
5. Realiza un esquema sencillo de las unidades de: longitud, capacidad y masa
6. Completa:
  - a)  $1\text{Dam} = \dots \text{m} = \dots \text{cm}$
  - b)  $1\text{Km} = \dots \text{dm} = \dots \text{Dam}$
  - c)  $1\text{Km} = \dots \text{Hm} = \dots \text{m}$
  - d)  $1.000 \text{m} = \dots \text{dm} = \dots \text{mm}$
7. Completa:
  - a)  $1 \text{Dal} = \dots \text{l} = \dots \text{dl}$
  - b)  $1 \text{Kl} = \dots \text{dl} \dots = \text{Dal}$
  - c)  $3 \text{Hl} = \dots \text{l} = \dots \text{dl}$
  - d)  $240 \text{Dl} = \dots \text{ml} = \dots \text{dl}$

8. Completa:
- a)  $1 \text{ Kg} = \dots \text{ Hg} = \dots \text{ Dag}$     b)  $1 \text{ g} = \dots \text{ dg} = \dots \text{ mg}$   
 c)  $1 \text{ Tm} = \dots \text{ g} = \dots \text{ Kg}$     d)  $6 \text{ Qm} = \dots \text{ Kg} = \dots \text{ Mag}$
9. Ordena de mayor a menor las masas siguientes:
- a) 3.025 gramos, 2,02 Kilogramos, 20 Hectogramos, 202,3 Decagramos.  
 b) 299,9 Kilogramos, 2,989 Quintales métricos, 0,3 Toneladas.
10. Pasar a Hectogramos sumando al final los resultados.
- a)  $6\text{Mag} + 12 \text{ Hg} + 15 \text{ Dag} + 6 \text{ mg} =$     b)  $8\text{Kg} + 0,07\text{Tm} + 0,22\text{Qm} + 126\text{g} =$
11. Pasar a centilitros sumando al final los resultados.
- a)  $126\text{l} + 17\text{Dal} + 52\text{cl} + 7\text{Kl} =$     b)  $9\text{ml} + 0,17\text{l} + 0,036\text{Kl} + 97\text{dl} =$
12. Pasar a Decámetros sumando al final los resultados.
- a)  $126\text{Km} + 37\text{m} + 45\text{Hm} + 56\text{mm} =$   
 b)  $1,12\text{Mam} + 0,36\text{Dam} + 37\text{mm} + 1,26\text{Hm} =$
13. Pasar a forma compleja los siguientes incomplejos.
- a) 1.236,32m    b) 247,326Kg    c) 121,247Hl
14. Las medidas reglamentarias de una cancha de tenis son: largo 23,77 metros; ancho 8,23 metros. ¿Cuál será el perímetro de dicha cancha?
15. España tiene 3.904 Kilómetros de costas. Expresa esta longitud en cinco unidades diferentes.
16. Un avión anfibia utilizó para apagar un incendio 55 Hectolitros de agua. ¿Cuántos litros de agua gastó? ¿Cuántos Kilolitros?
17. Una ballena azul pesa unos 100.000 Kilogramos. Solo su lengua pesa 4 Toneladas. ¿Cuántos Kilogramos pesa su lengua? ¿Cuántas Toneladas pesa la ballena?
18. Pilar avanza 0,60 metros en un paso y Adela 0,65 metros. Si salen del mismo punto y en el mismo sentido, ¿a qué distancia se encontrarán la una de la otra cuando hayan recorrido 400 pasos cada una? ¿Y si fueran en distinto sentido?
19. ¿Cuántas botellas de  $\frac{3}{4}$  de litro se pueden llenar con el contenido de una cuba de 2.400 litros?
20. Un camión lleva 24.300 kilos de trigo. Si la Tonelada vale a 25.000 pesetas. ¿Cuánto vale la carga que lleva el camión?

## NIVEL II

1. El río más largo de la Península Ibérica es el Tajo. Mide 1.007 kilómetros. Sustituye los puntos suspensivos por la unidad que corresponda.
- a)  $1.007 \text{ Km} = 10.070 \dots\dots = 1.007.000 \dots\dots$



2. Suma la cantidad necesaria para que el resultado sea un metro:
- a)  $5 \text{ cm} + \dots = 1 \text{ m}$                       b)  $225 \text{ mm} + \dots = 1 \text{ m}$   
 c)  $7,5 \text{ dm} + \dots = 1 \text{ m}$                       d)  $0,0006 \text{ km} + \dots = 1 \text{ m}$   
 e)  $0,002 \text{ Dam} + \dots = 1 \text{ m}$                       f)  $0,0007 \text{ Hm} + \dots = 1 \text{ m}$
3. El depósito de un coche de bomberos tiene 4.000 litros de capacidad. Expresa esta cantidad en las unidades que se indican:  $4.000 \text{ l} = \dots \text{ Kl} = \dots \text{ cl}$
4. La longitud de un lápiz es de 17,7 centímetros. Exprésala utilizando todas las medidas que conoces de longitud.
5. El largo de la piscina es 2,5 Dam, y su ancho 12 metros. Si un nadador da diez vueltas a la piscina, ¿cuántos metros nada?
6. La cima más alta del mundo es la del Everest que mide 8,840 metros. Y la montaña más alta de España es el Teide, cuya altura es aproximadamente el 42% de la del Everest.
- a) ¿Cuál es la altura aproximada del Teide?  
 b) ¿Cuál es la diferencia en kilómetros entre la altura del Everest y la del Teide?
7. La capacidad del depósito de una motocicleta es de 5 litros. Se llena de gasolina, y después de un recorrido se consumen los  $\frac{4}{6}$  de la misma. Calcula cuántos decilitros de gasolina quedan en el depósito.
8. En la extinción de un incendio, un coche de bomberos ha gastado los  $\frac{2}{3}$  de agua de su depósito que contenía 4.500 litros. ¿Cuántos Hectolitros quedan en el depósito?
9. Un envase de natillas contiene 125 miligramos de calcio. Calcula cuántos envases de natillas hay que consumir para tomar medio gramo de calcio?
10. De un depósito que contenía 12 Decalitros de agua se han extraído 25 litros. ¿Cuántos litros se han vuelto a echar en el depósito si ahora tiene 145 litros?
11. Un comerciante compró 5 toneles de vino. El primero contenía 2,4 Hectolitros, el segundo 23,4 Decalitros, el tercero 228 litros, el cuarto 2.190 decilitros y el quinto 2.45 Hectolitros. ¿Cuántos litros de vino compró en total? Si el litro de vino vale a 270 pesetas, ¿Cuál es el precio total del vino?
12. Un platero fundió 3,48 kilogramos de plata con 55 Decagramos de cobre. ¿Cuántos gramos tiene en total la aleación?
13. Un comerciante compró doce docenas de platos a 20 euros la docena. Se le rompieron 16 platos y vendió los restantes a 2 euros cada uno. ¿Cuánto dinero ganó? Expresa el resultado en euros y en pesetas.
14. Un obrero durante el mes de abril ganó un jornal de 21 euros al día. En la comida gastó 5 euros diarios y en el alojamiento 90 al mes. ¿Cuánto dinero le quedó a final de mes para otros gastos si trabajó 24 días? Expresa el resultado en euros y en pesetas.
15. Desde mi casa al instituto hay 7 Hectómetros, 3 Decámetros, 5 metros y desde el instituto a la plaza de la Concordia 0,6 Kilómetros, 8 Decámetros y 7 metros. ¿Qué distancia tengo que recorrer para ir de mi casa a la plaza si tengo que pasar forzosamente por el instituto?

16. Un comerciante vende la séptima parte de una pieza de tela a 1.800 pesetas el metro e ingresa por este concepto 40.500 pesetas. ¿Cuántos metros de tela ha vendido y cuántos metros de tela le quedan por vender?
17. Un granjero ha comprado 4,5 toneladas de pienso. Tiene que alimentar a 150 conejos y cada uno consume 300 gramos de pienso al día. ¿Para cuántos días tiene pienso?
18. En un recipiente vacío que tiene una capacidad de un litro, vertemos sucesivamente las cantidades de agua siguientes: 124 ml, 2,5 dl y 42cl. ¿Podremos añadir el agua de otro recipiente lleno de 250 ml de capacidad?
19. La capacidad de un bidón es de 2 Hl, 3Dal y 4l. Si el bidón está lleno de agua, ¿Cuántas garrafas de 90 decilitros de capacidad podemos llenar?
20. La distancia entre dos pueblos del sur de Inglaterra es de 300 millas. ¿Qué distancia medida en metros hay entre estos lugares? (una milla son 1,609 Kilómetros).
21. Una mesa mide 140 pulgadas. ¿Cuántos metros tiene? (pulgada igual a 25,4 milímetros).

### NIVEL III

1. En un circuito de carreras de coches un prototipo ha recorrido un total de 183 Kilómetros, 5 Hectómetros, 14 Decámetros y 32 metros. La carrera consiste en dar doce vueltas al circuito. ¿Cuántos metros mide el circuito?
2. Tres empleados de un almacén han transportado 24 litros y 57 Decalitros de un líquido a tres fábricas. Si todos han llevado la misma carga ¿cuántos litros ha llevado cada uno? Si cobran a 280 pesetas por el transporte de cada litro, ¿cuánto cobra cada uno? ¿Cuánto cobran entre los tres?
3. En un frasco de jarabe de 120 ml de capacidad solo quedan 4 cl de jarabe. ¿Qué fracción de la capacidad del frasco contiene jarabe?
4. Un antibiótico viene preparado en sobres. Cada sobre contiene 500 miligramos de antibiótico. ¿Cuántos sobres hay que consumir para tomar 2,5 gramos de antibiótico?
5. Aproximadamente, un tercio del peso de un yogur de fruta de 125 gramos corresponde a la fruta. ¿Cuántos yogures serán necesarios para que entre todos contengan  $\frac{1}{4}$  Kg de fruta?
6. España tiene 169.944 Km de carreteras, autopistas y vías de ferrocarril. La red ferroviaria es de 12.668 Kilómetros. ¿Qué fracción de las siguientes representa mejor la longitud de la red ferroviaria respecto a la longitud total de carreteras, autopistas y vías de ferrocarril?  $\frac{2}{7}$ ;  $\frac{1}{10}$ ;  $\frac{2}{25}$ ;  $\frac{1}{7}$
7. Julia ha tomado doble cantidad de chocolate que Pedro, y Antonio el doble que Julia. Entre los tres han tomado 3 litros y medio. ¿Cuántos centilitros de batido ha tomado cada uno?

8. Se tienen tres barras: A, B y C. La longitud de las tres barras suma 1 metro. Si la barra A midiera un decímetro menos mediría el doble que la barra C y si la barra B midiera 1 dm más también mediría el doble que la C. ¿Cuánto mide cada barra?
9. Jorge pesa el doble que Cristina, y Cristina 21 Kilos menos que Jorge. ¿Cuánto pesan entre los dos?
10. La distancia por carretera entre dos pueblos A y B es de 25 Kilómetros. La carretera tiene dos puentes que distan entre sí el doble de la distancia que existe entre el pueblo A y el primer puente. Por otra parte, la distancia que separa el segundo puente del pueblo B es 5 Kilómetros más que la distancia que existe entre el pueblo A y el primer puente, ¿Cuál es la longitud de cada tramo de la carretera? (para resolverlo ayúdate de dibujos).
11. Un estudiante compró 8 libros de texto a 3,5 euros cada uno y seis de cuentos a 800 pesetas cada uno. Para pagar entregó 4 billetes de 10 euros. ¿Cuántos euros le devolvieron? ¿A cuántas pesetas equivalen?
12. Una empresa textil hace camisas con una tela que vale a 2,2 euros el metro. El gasto de confección de cada camisa es 250 pesetas. ¿A qué precio sale cada camisa, si para confeccionar una docena se emplean 24 metros de tela?
13. Una persona tiene una deuda. Paga primero 81 euros y más tarde 189 euros, quedándole aún por pagar una cantidad igual a la cantidad pagada más 9.000 pesetas. ¿Cuánto dinero debía?
14. Juan va a la carnicería y compra 400 gramos de jamón del país a 2.800 pesetas kilo, 3/4 Kg de filetes de ternera a 3.600 pesetas Kilo, y 200 gramos de jamón dulce a 9 euros el Kilo. Si paga con un billete de 5.000 pesetas. ¿Qué cambio le devolverán?
15. Si 2m, 4dm y 3 cm son 2,43m. ¿Por qué 2 horas, 4 minutos y 3 segundos no son 2,43 horas?
16. De un tonel lleno de mosto se venden las dos terceras partes del contenido; después un medio de lo que queda y finalmente un medio de lo que todavía queda. Si el tonel tiene una capacidad de 2Hl y 4Dl, ¿cuántos litros de mosto quedan después de la tercera venta?
17. Se mezclan 12 Kg de café natural cuyo precio es de 72 pesetas cada 100 gramos. Con 8 Kg de café torrefacto que cuesta 160 pesetas el cuarto de Kilo. ¿A qué precio debemos vender el Kilogramos de la mezcla para obtener unos beneficios de 4.800 pesetas?
18. Un grifo mana 0,15 litros de agua por segundo.
  - a) ¿Cuál es la unidad de capacidad mayor que deberíamos utilizar para que el caudal del grifo se pudiera expresar mediante un número natural?
  - b) ¿Cuántos Kilolitros de agua mana por hora?
19. Juan, Lola y Rafa forman un equipo de trabajo. Juan es albañil, Lola es fontanera y Rafa carpintero. Han realizado un arreglo en una casa y entre los tres han tardado 37 horas, 17 minutos. Juan cobra a 2.200 pesetas la hora, Lola a 2.500 y Rafa 2.700 pesetas la hora. Si los tres tardan lo mismo, ¿cuánto cobró cada uno de ellos por realizar el arreglo?

- 20.** Dadas las siguientes medidas anglosajonas convertirlas a la unidad que se indica, buscando las equivalencias en el diccionario.
- a) 3 yardas, 2 pies y 5 pulgadas a centímetros.
  - b) 5 libras y dos onzas a decigramos.
  - c) 5 pulgadas y media a kilómetros.
  - d) 13 onzas a gramos.
- 21.** Un campo tiene una superficie de 7 robadas, 5 cuartales y 12 almutadas. Si se vende a 186 pesetas el metro cuadrado. ¿Cuánto se ha obtenido en la venta? (robada = 898 m<sup>2</sup>; cuartal = un cuarto de robada; almutada = 1/16 de robada).

Unidad n.º 8

Ángulos  
y  
sistema sexagesimal

---



- Definir el concepto de ángulo desde dos puntos de vista diferentes ..... (I-II-III)
- Identificar y dibujar distintas clases de ángulos ..... (I-II-III)
- Conocer y utilizar correctamente el transportador de ángulos ..... (I-II-III)
- Operar gráficamente con ángulos y dibujar la bisectriz ..... (II-III)
- Clasificar los ángulos según diferentes criterios ..... (II-III)
- Expresar en el sistema sexagesimal amplitudes de ángulos y tiempos ..... (I-II-III)
- Pasar de expresiones complejas a incomplejas y viceversa ..... (I-II-III)
- Realizar operaciones de suma, resta, multiplicación y división en el sistema sexagesimal ..... (II-III)
- Resolver problemas de la vida real que implique operar con ángulos y tiempo ..... (I-II-III)

## Contenidos

### CONCEPTOS

1. Ángulos:
  - 1.1. Concepto y definición de ángulo ..... (I-II-III)
  - 1.2. Formas de obtener un ángulo.
    - 1.2.1. Con dos semirrectas que parten del mismo origen ..... (I-II-III)
    - 1.2.2. Girando una semirrecta y manteniendo fijo el origen ..... (I-II-III)
  - 1.3. Elementos de un ángulo ..... (I-II-III)
  - 1.4. Definición de grado ..... (I-II-III)
  - 1.5. Distintas formas de definir un ángulo recto ..... (II-III)
  - 1.6. Instrumentos de medidas de ángulos. Uso. (Medir, comparar, dibujar) ..... (II-III)
  - 1.7. Operaciones gráficas con ángulos:
    - 1.7.1. Suma, resta y multiplicación ..... (I-II-III)
    - 1.7.2. División ..... (II-III)
  - 1.8. Clasificación de ángulos según su amplitud. (del nulo al completo) ..... (I-II-III)
  - 1.9. Clasificación de ángulos comparados con un ángulo llano. (Cóncavo, convexo) .. (II-III)
  - 1.10. Clasificación de dos ángulos según el valor de su suma. (comp.-suple.) ..... (II-III)
  - 1.11. Ángulos consecutivos ..... (I-II-III)
  - 1.12. Ángulos determinados por dos rectas paralelas cortadas por una secante
    - 1.12.1. Correspondientes, alternos-internos, alternos-externos ..... (III)
2. Sistema sexagesimal de medida:
  - 2.1. Sistema sexagesimal de medida: concepto ..... (I-II-III)
  - 2.2. Medidas de tiempo ..... (I-II-III)
  - 2.3. Medidas de ángulos ..... (I-II-III)
  - 2.4. Conversión de unidades ..... (I-II-III)
  - 2.5. Medidas complejas e incomplejas ..... (I-II-III)
  - 2.6. Operaciones con medidas incomplejas ..... (I-II-III)
  - 2.7. Operaciones con medidas complejas.
    - 2.7.1. Suma de complejos ..... (I-II-III)
    - 2.7.2. Resta de complejos ..... (II-III)
    - 2.7.3. Multiplicación de complejos por un número natural ..... (I-II-III)
    - 2.7.4. División de complejos por un número natural ..... (II-III)
  - 2.8. Paso de complejo a incomplejo ..... (II-III)
  - 2.9. Paso de incomplejo a complejo ..... (II-III)
3. Problemas de aplicación:
  - 3.1. Problemas sencillos con unidades de tiempo ..... (I-II-III)
  - 3.2. Problemas con unidades de ángulos ..... (I-II-III)
  - 3.3. Problemas con varias operaciones y distintas unidades ..... (II-III)

## PROCEDIMIENTOS

### Ángulos:

- Identificación y reconocimiento de ángulos en objetos cotidianos ..... (I-II-III)
- Construcción de ángulos de diferentes formas ..... (I-II-III)
- Identificación y reconocimiento de los elementos de un ángulo, señalándolos en el plano . (I-II-III)
- Reconocimiento del grado como unidad de medida del ángulo ..... (I-II-III)
- Utilización adecuada de los instrumentos de medida de ángulos ..... (I-II-III)
- Realización de sumas, restas de ángulos gráficamente ..... (I-II-III)
- Realización gráfica de multiplicación de un ángulo por un número natural ..... (I-II-III)
- Realización gráfica de divisiones de un ángulo por 2. Hallar la bisectriz ..... (II-III)
- Clasificación de los ángulos según su amplitud reconociéndolos desde nulo hasta completo (I-II-III)
- Clasificación de ángulos cóncavos y convexos comparándolos con el ángulo llano ..... (II-III)
- Clasificación de ángulos complementarios y suplementarios según el valor de su suma . (II-III)
- Reconocimiento y representación de ángulos consecutivos ..... (I-II-III)
- Representación de ángulos determinados por dos rectas paralelas cortadas por una secante (III)

### Sistema sexagesimal de medida:

- Utilización correcta del sistema sexagesimal de medida ..... (I-II-III)
- Utilización adecuada de las medidas de tiempo y ángulos ..... (I-II-III)
- Conversión de unas unidades a otras ..... (I-II-III)
- Reconocimiento de medidas complejas e incomplejas ..... (I-II-III)
- Realización de operaciones con medidas incomplejas ..... (I-II-III)
- Realización de sumas de complejos ..... (I-II-III)
- Realización de restas de complejos ..... (II-III)
- Realización de la multiplicación de un complejo por un número natural ..... (I-II-III)
- Realización de la división de un complejo por un número natural ..... (II-III)
- Conversión de un número complejo a incomplejo ..... (II-III)
- Conversión de un número incomplejo a complejo ..... (II-III)

### Problemas de aplicación:

- Resolución de problemas sencillos con unidades de tiempo ..... (I-II-III)
- Resolución de problemas sencillos con unidades de ángulos ..... (I-II-III)
- Resolución de problemas con varias operaciones y distintas unidades ..... (II-III)

## Orientaciones metodológicas

- Partiendo de la experiencia cercana al alumno, iremos dando forma a la definición de ángulo. Para ello los alumnos verán en la clase los objetos y reconocerán los ángulos, dándose cuenta de que no todos ellos tienen la misma amplitud.
- En los ángulos encontrados por el alumno en los objetos de clase, verán cada uno de sus elementos, para ir representándolos en el cuaderno utilizando la regla y el porta-ángulos.



- Las operaciones gráficas se harán con mucho cuidado, para que no se desfiguren los ángulos, por lo que se utilizarán los instrumentos que se han señalado anteriormente. La suma gráfica de dos ángulos se hará poniendo uno a continuación del otro, y con el mismo vértice; la resta uno encima del otro, con una lado común y el vértice también. La multiplicación se hará como suma de ángulos iguales.
- Para hacer la división de un ángulo entre 2, lo haremos hallando la bisectriz del ángulo.
- Estudiaremos la clasificación de los ángulos según su amplitud, utilizando un pay-pay y así según lo ampliemos, iremos viendo las distintas clases de ángulos desde el nulo hasta el completo, pueden surgir más ejemplos en la clase como abrir y cerrar el libro, la puerta, la ventana...
- Los ángulos convexos y cóncavos pueden verlos los alumnos en las puertas de acceso al centro, ya que van para los dos lados y se ve perfectamente.
- El Nivel III construirá ángulos alternos-internos; alternos-externos, ...
- El sistema sexagesimal se estudiará a partir del reloj. Recordando a los alumnos que un minuto tiene 60 segundos. Y que una hora tiene 60 minutos, pero que no un día tiene 60 horas.
- Se trabajará con insistencia en el paso de unas unidades a otras, y en el paso de complejos a incomplejos y viceversa.
- Cuando se realicen divisiones de complejos por un número natural, se irá haciendo por las distintas unidades, teniendo en cuenta que el resto que sobra se debe multiplicar por 60, es decir pasarlo a la unidad inferior, y sumarlo a la cantidad de esa unidad que ya teníamos.
- En la resta tendremos que recordar que no podemos pasar grados a minutos o a segundos sin más, debemos convertir en la unidad inferior, multiplicando por 60 una unidad anterior y sumándosela a la unidad que necesitamos.
- Los problemas irán de menor a mayor dificultad, teniendo en cuenta lo expuesto en temas anteriores sobre los problemas, y además realizarán el dibujo correspondiente con regla y porta-ángulos para que lo vean más claro.
- En los problemas de conversión con medidas de tiempo, realizarán las operaciones en el ejercicio, para que se vayan dando cuenta de sus errores. Se insistirá en el resultado, deben poner las unidades. También se les resaltará que deben intuir o por lo menos pensar si puede ser el resultado correcto o no.

## Criterios de evaluación

---

- Define el concepto de ángulo desde dos puntos de vista diferentes .....	(I-II-III)
- Identifica y dibuja distintas clases de ángulos .....	(I-II-III)
- Utiliza correctamente el transportador de ángulos .....	(I-II-III)
- Opera gráficamente con ángulos y dibuja la bisectriz .....	(II-III)
- Clasifica los ángulos según diferentes criterios .....	(II-III)
- Expresa en el sistema sexagesimal amplitudes de ángulos y tiempos .....	(I-II-III)
- Pasa de expresiones complejas a incomplejas y viceversas .....	(I-II-III)
- Realiza las operaciones elementales en el sistema sexagesimal .....	(II-III)
- Resuelve problemas de la vida real que implique operar con ángulos y tiempo .....	(I-II-III)



1. Busca en objetos que te rodean ángulos. Nómbralos.
2. Clasifica y dibuja los ángulos según su amplitud.
3. Indica la medida del ángulo que forman las agujas del reloj a las horas siguientes:  
a) Las 12:00    b) Las 3:00    c) Las 6:00    d) Las 9:00.
4. Son las 11 horas. ¿Cuánto mide el ángulo girado por la aguja del minutero cuando haya pasado media hora? ¿Y cuándo haya pasado un cuarto de hora? ¿Y cuando hayan pasado 5 minutos?
5. ¿Qué son ángulos consecutivos? Dibújalos.
6. Dibuja dos ángulos cóncavos y dos convexos. Indica las diferencias más importantes que existen entre ellos.
7. ¿Qué son ángulos complementarios y suplementarios? Dibújalos.
8. Suma gráficamente un ángulo de 50 grados y uno de 80 grados.
9. Resta gráficamente un ángulo de 120 grados y otro de 70 grados.
10. Multiplica gráficamente un ángulo de 60 grados por 5.
11. Divide gráficamente un ángulo de 90 grados entre 2. (Halla la bisectriz).
12. Expresa en grados, minutos y segundos un ángulo que mide  $172.812''$ .
13. Expresa en forma incompleja de segundos un ángulo que mide  $92^\circ 37'45''$ .
14. Expresa en forma compleja días, horas, minutos y segundos 356.280 segundos.
15. Expresa en incomplejo de segundos 3 días, 12h. 37s.
16. Realiza las siguientes operaciones con complejos.  
a)  $37^\circ 27' 52'' + 60^\circ 29' 42'' =$     b)  $120^\circ 37' 45'' - 85^\circ 27' 53''$   
c)  $42^\circ 27' 12'' \cdot 5 =$     d)  $120^\circ 30' 40'' : 5$
17. Al trazar la bisectriz de un ángulo, cada uno de los dos ángulos obtenidos mide  $47^\circ 53' 42''$ . ¿Cuál es la medida del ángulo original?

18. De un triángulo se conocen 2 ángulos que miden  $27^\circ$  y  $72^\circ$ . ¿Cuánto mide el otro ángulo?
19. Un estudiante se levanta a las 7h y 25m. y se acuesta a las 11h y 15m. ¿Cuánto tiempo está levantado?
20. Luis dedica cada día a estudiar 2h y 15m. ¿Cuántas horas estudia en un curso de 208 días lectivos?
21. Un tren sale de Irún a las 8h, 23m,45s. Y llega a Miranda de Ebro a las 11h, 7m, 34s. ¿Cuánto tiempo ha invertido en el trayecto?
22. En una cinta de casete de una hora has grabado música durante 22m y 48s. ¿Cuánto tiempo queda disponible todavía para grabar?
23. A siete albañiles les ha costado realizar una obra 3 días 7h y 20 m ¿En cuánto tiempo la hubiera realizado un solo albañil?
24. A un agricultor le cuesta vendimiar su campo 42h, 30m, 24s. Si el trabajo lo hubieran realizado entre seis personas, ¿Cuántas horas minutos y segundos hubiera trabajado cada uno?

#### NIVEL II

1. El suplementario de un ángulo mide  $154^\circ$ . Halla la medida del complementario de ese mismo ángulo.
2. Construye con el semicírculo graduado un ángulo llano y descompónlo en un ángulo agudo y otro obtuso. ¿Qué tienen en común estos dos ángulos consecutivos? ¿Son complementarios o suplementarios?
3. Un ángulo mide  $27^\circ$ . ¿Cuánto mide su ángulo complementario? Y ¿su suplementario?
4. Un reloj digital marca las 19h, 24m, 12s, ¿cuánto falta para llegar a la media noche?
5. Juan tardó 12m, 45s, en resolver un problema y María la quinta parte de este tiempo. ¿Cuánto tardó María? Y ¿entre los dos?
6. Expresa en forma compleja la cuarta parte de la mitad de un ángulo recto.
7. Un grifo llena un depósito en 5h, 24m, 36s. ¿Cuánto tardarán en llenar el mismo depósito tres grifos iguales al primero?
8. ¿Cuál es el ángulo que sumado a  $25^\circ 12' 45''$  da como resultado  $60^\circ$ ?
9. Tres ángulos suman  $180^\circ$ . El menor mide  $15^\circ 22' 43''$ . Y el mayor 6 veces el menor. Halla la medida del otro ángulo.
10. Luis tardó 12 h y 44 m. en realizar la marcha Laredo, Santander; Marcos tardó 12,8 h. y Nuria 766 m. ¿Quién llegó primero a Santander? Y ¿el último?

11. Si trazamos la bisectriz de un ángulo que mide  $123^{\circ} 17' 48''$  ¿Cuánto mide cada uno de los dos ángulos obtenidos?
12. Si un ángulo recto se divide en 8 partes iguales ¿cuánto mide la amplitud del ángulo que representa cada parte?
13. Indica la medida de cada uno de los ángulos siguientes:
  - a) El ángulo que es igual que su complementario.
  - b) El ángulo que es la mitad de su complementario.
  - c) El ángulo que es igual que su suplementario.
  - d) El ángulo que es la tercera parte de su complementario.
14. Dado un ángulo de  $83^{\circ} 27' 45''$  calcula las medidas de las amplitudes de los ángulos doble, triple y cuádruple.
15. Siete agricultores han de repartirse el agua que llega de una acequia, regando por turnos. ¿Cuánto tiempo al día puede regar cada uno?
16. Un estudiante ha comenzado a estudiar a las 10h, 25m y ha terminado a las 13h,50m. ¿Cuánto tiempo ha pasado estudiando? ¿Qué ángulo formaban las agujas del reloj cuando comenzó a estudiar? ¿Y cuándo acabó que ángulo formaban las agujas?
17. ¿Qué tiempo pasa desde las 9h, 25m. del lunes hasta las 17h, 43m del sábado siguiente?
18. Una persona que dedica cada día 2h, 23m, 14s a ver la televisión. ¿Cuánto tiempo dedicará en una semana?
19. Un reloj adelanta 25 segundos cada hora. Si se pone en hora a las diez de la mañana, ¿qué hora marcará a las 21 horas?
20. Para realizar un trabajo 6 obreros han invertido un tiempo de 2 horas, 25 minutos, 45 segundos y se supone que los 6 son igualmente eficientes en el trabajo. ¿Cuánto tiempo invertirán dos obreros en realizar ese mismo trabajo?
21. Una prueba de relevos de 4 por 400 se ha realizado en 3m, 22s. Suponiendo que cada atleta a hecho el mismo tiempo ¿Cuánto tiempo ha invertido cada uno?
22. Un grifo llena  $\frac{5}{12}$  de un depósito en una hora. ¿Cuánto tardará en llenar el depósito completo?

### NIVEL III

1. Dibuja un ángulo que sea la cuarta parte de  $80^{\circ}$ . Ten en cuenta que dividir entre cuatro quiere decir dividir entre 2 dos veces.

2. Dibuja:
- un ángulo convexo que no sea obtuso.
  - El mayor de los ángulos convexos posible.
  - Un ángulo convexo que no sea agudo.
  - Un ángulo cóncavo que mida más de  $270^\circ$ .
  - Dos ángulos complementarios que no sean consecutivos.
3. Si un ángulo mide  $37^\circ, 25' 58''$  ¿cuándo mide su adyacente, y el opuesto por el vértice? Y ¿el complementario?
4. Dibuja dos rectas paralelas. Córtales con una secante. Dibuja en ellas los ángulos correspondientes, los ángulos alternos-internos y los ángulos alternos-externos.
5. Dibuja dos ángulos consecutivos que sean complementarios. Y dos ángulos también consecutivos que sumen más de  $180^\circ$ .
6. Sin utilizar el transportador, dibuja los ángulos de estas medidas:
- $45^\circ$
  - $135^\circ$
  - $225^\circ$
  - $315^\circ$
7. Convierte a forma decimal las siguientes medidas de tiempo:
- 4h, 30m.
  - 2h, 15m
  - 6h, 46m
  - 3h, 52m.
8. ¿Qué ángulo recorre la aguja horaria cada hora? ¿Qué ángulo recorre el minuterero cada minuto? ¿Qué ángulo recorre la aguja horaria cada minuto?
9. Si la hora de realizar un examen es a las 17h, y en este momento el reloj marca 8h, 27m y 40s. ¿Cuánto tiempo queda para que comience el examen?
10. Un reloj adelanta un segundo cada minuto. Si en este momento el reloj señala las 11 en punto ¿qué hora marcará cuando hayan pasado 4 horas y media?
11. Rosa tiene una cinta de vídeo de dos horas de duración y quiere grabar en ella un reportaje de 8m, 40s., un documental de 1h,40s y un programa deportivo de 25m. ¿Podrá grabarlo todo? ¿Cuánto tiempo le sobrará o le faltará?
12. Divide  $151^\circ 6' 17''$  entre 7 de dos formas diferentes. Una directamente y otra de forma incompleja. Comprueba que los resultados obtenidos coinciden.
13. En el colegio de Eva las clases empiezan a las 8 horas 45m. Antes del recreo hay tres clases de 50 minutos, separadas por intervalos de 5 minutos.
- ¿A qué hora empieza el recreo?
  - Si el recreo acaba las 12 horas 10m. ¿Cuánto dura?
14. Una fotocopidora hace una copia cada 8 segundos. Si tienes que hacer 2.500 fotocopias, ¿Cuántas horas, minutos y segundos tardarás?
15. Dos ángulos son complementarios y uno mide el triple que el otro. ¿Cuándo mide el ángulo suplementario del menor de estos ángulos?

- 16.** Traza tres rectas paralelas cortadas por una secante. Nombra los 12 ángulos que quedan determinados. Establece entre ellos todas las igualdades posibles.
- 17.** ¿Qué ángulo forman las agujas de un reloj cuando son las cuatro y media? ¿A qué hora formarán el mismo ángulo las agujas de este reloj?
- 18.** Si el ángulo A es igual a  $30^{\circ} 25' 48''$  y el ángulo B es igual a  $72^{\circ} 18' 42''$ , calcula:
- $$\text{a) } \frac{3}{4} \cdot A + \frac{5}{6} \cdot B = \quad \text{b) } \left( \frac{1}{2} \cdot A + 3 \cdot B \right) : 3 =$$
- 19.** Un reloj digital se retrasa 0,1 s cada cinco minutos. Si lo ponemos en hora a las 9 de la mañana, ¿qué hora señalará cuándo el otro reloj digital que funciona correctamente marque las 10 de la noche?
- 20.** Una rueda dentada tiene 72 dientes y ha girado 12 dientes. ¿Qué ángulo ha recorrido? ¿Cuántos dientes debe girar para describir un ángulo de  $115^{\circ}$ ?





Unidad n.º 9

Figuras  
planas



- Conocer los elementos característicos de los polígonos ..... (I-II-III)
- Clasificar los polígonos empleando diferentes criterios ..... (II-III)
- Triangular un polígono y determinar el número de diagonales que tiene ..... (II-III)
- Reconocer las distintas clases de triángulos y cuadriláteros ..... (I-II-III)
- Determinar si un polígono es regular o no ..... (I-II-III)
- Verificar que la suma de los ángulos de un triángulo mide  $180^\circ$  ..... (I-II-III)
- Identificar y trazar las alturas, mediatrices, bisectrices y medianas de un triángulo .... (II-III)
- Identificar y obtener los puntos notables de un triángulo ..... (II-III)
- Construir triángulos y cuadriláteros con regla compás y transportador ..... (II-III)

### CONCEPTOS

1. Polígonos:
  - 1.1. Concepto ..... (I-II-III)
  - 1.2. Elementos importantes de un polígono ..... (I-II-III)
  - 1.3. Clasificación de polígonos:
    - 1.3.1. Según el número de lados ..... (I-II-III)
    - 1.3.2. Convexos ..... (II-III)
    - 1.3.3. Cóncavos ..... (II-III)
  - 1.4. Diagonales de un polígono convexo ..... (I-II-III)
  - 1.5. Triangulación de un polígono ..... (I-II-III)
  - 1.6. Polígonos regulares e irregulares ..... (I-II-III)
  - 1.7. Elementos exclusivos y característicos de polígonos regulares:
    - 1.7.1. Centro ..... (I-II-III)
    - 1.7.2. Apotema ..... (II-III)
2. Triángulos:
  - 2.1. Concepto ..... (I-II-III)
  - 2.2. Clasificación de triángulos:
    - 2.2.1. Atendiendo a sus lados ..... (I-II-III)
    - 2.2.2. Atendiendo a sus ángulos ..... (I-II-III)
  - 2.3. Nominación de los lados de un triángulo rectángulo ..... (I-II-III)
  - 2.4. Teorema de Pitágoras: aplicación sencilla ..... (II-III)
  - 2.5. Triángulos iguales. Triángulos semejantes ..... (I-II-III)
  - 2.6. Criterios de igualdad de triángulos ..... (III)
  - 2.7. Rectas notables del triángulo. Alturas, mediatriz, bisectriz, medianas ..... (II-III)
  - 2.8. Puntos notables del triángulo. Ortocentro, circuncentro, incentro y baricentro . (II-III)
  - 2.9. Suma de los ángulos interiores de un triángulo ..... (I-II-III)
3. Cuadriláteros:
  - 3.1. Concepto ..... (I-II-III)
  - 3.2. Clasificación de los cuadriláteros según los lados paralelos:
    - 3.2.1. Paralelogramos. Cuadrado, rectángulo, rombo y romboide ..... (I-II-III)
    - 3.2.2. Trapecios. Rectángulo, isósceles y escaleno ..... (II-III)
    - 3.2.3. Trapezoides ..... (I-II-III)
  - 3.3. Construcción de paralelogramos ..... (II-III)

## PROCEDIMIENTOS

### *Polígonos:*

- Reconocimiento de distintos polígonos que nos rodean ..... (I-II-III)
- Expresión e interpretación oral y escrita de las distintas formas geométricas ..... (I-II-III)
- Reconocimiento y nominación correcta de los distintos elementos de un polígono ..... (I-II-III)
- Reconocimiento, nominación y construcción según el número de lados ..... (I-II-III)
- Reconocimiento y construcción de polígonos cóncavos y convexos ..... (II-III)
- Trazado y reconocimiento de las diagonales de un polígono convexo ..... (I-II-III)
- Triangulación de polígonos ..... (I-II-III)
- Reconocimiento y construcción de polígonos regulares e irregulares ..... (I-II-III)
- Reconocimiento y dibujo del centro en un polígono regular ..... (I-II-III)
- Reconocimiento y dibujo de la apotema en un polígono regular ..... (II-III)

### *Triángulos:*

- Reconocimiento de distintas clases de triángulos ..... (I-II-III)
- Reconocimiento, nominación y construcción de distintos triángulos según sus lados . (I-II-III)
- Reconocimiento, nominación y construcción de distintos triángulos según sus ángulos (I-II-III)
- Construcción de triángulos y nominación correcta de sus lados ..... (I-II-III)
- Comprobación del Teorema de Pitágoras en los distintos lados de un triángulo rectángulo ..... (II-III)
- Cálculo de la hipotenusa conociendo los catetos ..... (II-III)
- Diferenciación y reconocimiento de triángulos iguales y triángulos semejantes ..... (I-II-III)
- Conocimiento de los criterios de igualdad de triángulos ..... (III)
- Reconocimiento y construcción de las rectas y puntos notables de un triángulo ..... (II-III)
- Cálculo de la suma de los ángulos interiores de un triángulo ..... (I-II-III)

### *Cuadriláteros:*

- Reconocimiento de distintas clases de cuadriláteros ..... (I-II-III)
- Reconocimiento y nominación de paralelogramos ..... (II-III)
- Reconocimiento, nominación y construcción de paralelogramos ..... (II-III)
- Reconocimiento, nominación y construcción de trapecios ..... (II-III)
- Reconocimiento, nominación y construcción de trapezoides ..... (I-II-III)

## Orientaciones metodológicas

---

- Partiendo de la clase, mobiliario, puertas, ventanas... iremos viendo las distintas clases de polígonos, en ellos veremos y estudiaremos, nominándolos con corrección los distintos elementos.
- Comenzarán clasificando los polígonos según el número de lados que posean y deberán tener claro que cualquier figura para ser polígono debe estar delimitada por líneas poligonales CERRADAS.
- Deberán diferenciar entre polígonos cóncavos y convexos y conociendo los ángulos sabrán que un polígono es cóncavo cuando tiene algún ángulo que lo es ( $>$  de  $180^\circ$ ).

- Trazaremos polígonos regulares utilizando con la mayor precisión posible la regla y el transportador haciendo especial hincapié en el uso correcto del transportador y en que todos los ángulos deberán ser iguales, dentro del polígono regular dibujarán el centro Nivel I y la apotema niveles II y III correctamente.
- Veremos en dibujos y representaciones diferentes clases de triángulos y los clasificaremos según sus lados y sus ángulos.
- Se introducirá el Teorema de Pitágoras y hallarán la hipotenusa y uno de los catetos y hay que incidir que este teorema es fundamental en la Geometría.
- Midiendo la amplitud de los ángulos nos daremos cuenta si dos ángulos son o no semejantes, puesto que para serlo tendrán la misma amplitud y sus lados serán proporcionales, nunca iguales.
- Se comprobará midiendo con el transportador que la suma de los tres ángulos de un triángulo siempre mide  $180^\circ$ .
- En los cuadriláteros deberemos ser muy precisos en la clasificación de estos; y llamar de manera correcta a cada cuadrilátero.

## Criterios de evaluación

---

- Conoce los elementos característicos de los polígonos ..... (I-II-III)
- Clasifica los polígonos empleando diferentes criterios ..... (II-III)
- Triangula un polígono y determina el número de diagonales que tiene ..... (II-III)
- Reconoce las distintas clases de triángulos y cuadriláteros ..... (I-II-III)
- Determina si un polígono es regular o no ..... (I-II-III)
- Verifica que la suma de los ángulos de un triángulo mide  $180^\circ$  ..... (I-II-III)
- Identifica y traza las alturas, mediatrices, bisectrices y medianas de un triángulo ..... (II-III)
- Identifica y nombra los puntos notables de un triángulo ..... (II-III)
- Construye triángulos y cuadriláteros con regla, compás y transportador ..... (II-III)



1. Dibuja líneas poligonales abiertas y líneas poligonales cerradas. Explica cual es la diferencia.
2. Dibuja polígonos de tres, cuatro, cinco, seis, siete lados y pon su nombre debajo.
3. Dibuja dos hexágonos, uno regular y otro irregular. Cita sus principales diferencias.
4. Dibuja un hexágono regular y señala lados, vértices, ángulos y diagonales.
5. Dibuja polígonos de seis, siete y ocho lados. Pon su nombre y triángúlalos.
6. Clasifica y dibuja triángulos atendiendo a sus lados.
7. Clasifica y dibuja triángulos atendiendo a sus ángulos.
8. Dibuja un triángulo y comprueba con el transportador que la suma de sus ángulos es igual a  $180^\circ$ .
9. Diferencia fundamental entre triángulos iguales y triángulos semejantes. Explica y dibuja.
10. Clasifica los cuadriláteros. Haz un esquema.
11. Clasifica y dibuja los principales paralelogramos.
12. ¿Cómo se denomina al triángulo regular? Y ¿al cuadrilátero regular? Dibújalos.
13. ¿Hay algún polígono regular que no tenga diagonales. Cítalos.
14. Calcula el valor del ángulo desconocido.  
a)  $A = 47^\circ$   $B = 68^\circ$   $C = \dots$     b)  $A = \dots$   $B = 75^\circ$   $C = 75^\circ$
15. ¿Cómo son los tres ángulos de un triángulo equilátero. ¿Cuánto mide cada uno de ellos?
16. ¿Cómo son los cuatro ángulos de un cuadrado? ¿Cuánto mide cada uno de ellos?
17. Indica cuantos triángulos se obtienen al triangular los polígonos convexos siguientes y dibújalos:
 

a) Un pentágono	b) un octógono
c) un cuadrilátero	d) Un heptágono

18. Si la suma de los ángulos interiores de un polígono es  $360^\circ$  ¿A qué tipo de polígonos se refieren?
19. En todos los triángulos rectángulos los dos ángulos agudos son complementarios. ¿Por qué?
20. Se pueden construir los triángulos que tienen por lados las medidas siguientes. ¿Por qué?
 

a) 10 cm, 6 cm, 7 cm	b) 9 cm, 8 cm, 1 cm	c) 3 cm, 4 cm, 6 cm
d) 4 cm, 4 cm, 9 cm	e) 5 cm, 7 cm, 12 cm	f) 3 cm, 10 cm, 15 cm
21. Un polígono tiene 13 lados. ¿Cuántas diagonales se pueden trazar desde uno cualquiera de sus vértices.
22. ¿Puede un triángulo ser equilátero y rectángulo a la vez? ¿Por qué?
23. Halla el perímetro de un triángulo cuyos lados miden 6,7 y 8 cm.
24. ¿Qué nombre reciben los lados de un triángulo rectángulo?
25. Si tres ángulos de un cuadrilátero son  $95^\circ, 100^\circ, 105^\circ$ . ¿Cuánto mide el cuarto? ¿Qué nombre recibe dicho cuadrilátero?
26. Si uno de los ángulos iguales de un triángulo isósceles es de  $36^\circ$  ¿Cuánto mide el ángulo desigual?
27. Si el ángulo desigual de un triángulo isósceles es de 84 grados. ¿Cuánto miden los ángulos iguales?
28. Uno de los lados iguales de un triángulo isósceles es de 21cm y el lado desigual mide 35 cm. Calcula su perímetro.
29. Construye un triángulo rectángulo e isósceles cuyos catetos miden 12 centímetros.

## NIVEL II

1. Dibuja un polígono cóncavo y otro convexo. Explica las diferencias.
2. En un hexágono regular dibuja: centro, radio y apotema. Defínelo.
3. Cita los puntos y rectas notables de un triángulo.
4. En un triángulo equilátero dibuja sus alturas y halla el ortocentro.
5. En un triángulo isósceles dibuja las mediatrices. Halla el circuncentro.
6. En un triángulo escaleno dibuja las medianas y halla el baricentro.
7. En un triángulo acutángulo dibuja las bisectrices y halla el incentro.



8. Haz un esquema de los cuadriláteros y dibuja los distintos paralelogramos, trapecios y trapezoides.
9. ¿Hay algún polígono regular cóncavo? ¿Por qué?
10. ¿Qué ángulo forma la apotema con su lado correspondiente?
11. Dibuja un triángulo isósceles, utiliza un transportador de ángulos e indica cuánto miden sus ángulos. ¿Cómo son los ángulos opuestos a los lados iguales?
12. ¿Cuántos triángulos se pueden construir con un ángulo de  $50^\circ$ , uno de  $80^\circ$  y uno de  $50^\circ$ ? ¿Qué tipo de triángulos son?
13. Dibuja en tu cuaderno un triángulo cuyos ángulos midan  $40^\circ$ ,  $60^\circ$  y  $90^\circ$ , ¿cuántos triángulos hay que cumplan estas condiciones? ¿Puedes construir un triángulo con dos ángulos rectos? ¿Por qué?
14. En un triángulo rectángulo, ¿cuánto suman sus ángulos agudos? Si el triángulo fuese además isósceles ¿cuánto mediría cada ángulo agudo?
15. El ángulo comprendido entre los lados iguales de un triángulo isósceles mide  $54^\circ$ . ¿Cuánto mide cada uno de los otros dos ángulos?
16. Los catetos de un triángulo rectángulo miden 10 cm y 24 cm. Calcula el valor de la hipotenusa.
17. La hipotenusa de un triángulo rectángulo mide 7 cm y uno de los catetos 6 cm. Calcula el valor del otro cateto.
18. Un alumno ha construido en una hoja cuadriculada un triángulo rectángulo isósceles cuyos catetos miden 8 cm, la medida de la hipotenusa es 11 cm. ¿Está bien hecho?
19. Si un ángulo de un paralelogramo mide  $36^\circ$ . ¿Cuánto miden los demás ángulos?
20. Si un lado del rombo mide 12,5 cm. ¿Cuánto mide su perímetro?
21. Un lado de un rectángulo mide 24 cm y el perímetro 80 cm. ¿Cuánto miden los otros lados?
22. Construye un rombo cuyas diagonales midan 40 cm y 14 cm.
23. Calcula el perímetro de un trapecio isósceles cuyas bases miden 40 cm y 30 cm y el lado igual 13 cm.
24. Si el ángulo interior de un polígono regular mide  $120^\circ$ . ¿Cuánto mide su ángulo exterior? ¿De qué polígono se trata?
25. Si el ángulo exterior de un polígono regular mide  $45^\circ$ . ¿Cuánto mide su ángulo interior? ¿De qué polígono se trata?
26. Haz un triángulo isósceles de 6 cm de lado desigual de forma que el ángulo comprendido entre los lados iguales mida  $40^\circ$ .

### NIVEL III

1. Cita los principales criterios de igualdad de triángulos.
2. Construye un triángulo sabiendo que sus lados miden 4 cm, 3 cm y 2 cm.
3. Construye un triángulo de lados 4 cm y 5 cm y un ángulo de  $20^\circ$  comprendido entre ellos.
4. Dibuja un triángulo rectángulo en el que uno de sus catetos mida 3 cm y cuya hipotenusa mida 6 cm. Halla el valor de sus dos ángulos agudos.
5. Dibuja un triángulo rectángulo que verifique que uno de sus ángulos agudos mida  $30^\circ$  y uno de sus catetos mida 3 cm.
6. Dibuja un triángulo que tenga un lado de 8 cm, y sus ángulos contiguos midan  $50^\circ$  y  $70^\circ$  respectivamente.
7. Dibuja un triángulo rectángulo isósceles y determina: el ortocentro, el circuncentro y el baricentro trazando las rectas correspondientes.
8. Traza una circunferencia de radio 3 cm, inscribe un triángulo rectángulo. ¿Cuánto mide la hipotenusa de ese triángulo.
9. ¿Cuáles de los cuatro puntos notables son siempre interiores al triángulo? Razona tu respuesta.
10. Construye un rombo de 5 cm de lado sabiendo que uno de sus ángulos mide  $50^\circ$ . Traza sus diagonales y mídelas. ¿Son iguales? ¿Son perpendiculares? ¿Se cortan en el punto medio?
11. En un paralelogramo los dos lados contiguos son iguales y miden 5 cm. Constrúyelo sabiendo que el ángulo comprendido entre ellos es de  $110^\circ$ . ¿De qué paralelogramo se trata?
12. El tío Evaristo quiere comprar una parcela de forma triangular con el fin de construir una casa de campo. Los lados miden 60m, 70m y 90m.
  - a) Dibuja a escala 1:100 la forma de la parcela.
  - b) Halla utilizando el dibujo a escala el valor aproximado de los ángulos.
13. Los lados de un triángulo miden 3 cm, 4 cm y 5 cm. Otro triángulo semejante tiene por correspondiente de lado mayor un lado que mide 20 cm. ¿Cuál es la razón de semejanza? Halla los restantes lados?
14. Los lados de una parcela en forma de cuadrilátero miden en un plano 10 cm, 12 cm, 22 cm y 18 cm. Halla las dimensiones reales sabiendo que la razón de semejanza es 1:200. Expresa estas dimensiones en metros.
15. En una parcela hay tres árboles que forman un triángulo de lados 150 dm, 120 dm y 100 dm. Dibuja el triángulo a escala 1:100. Mide aproximadamente los ángulos de triángulo utilizando el transportador.

16. Para sostener un poste de dos metros de alto lo sujetamos con una cuerda situada a 3,5m de la base del poste. ¿Cuál es la longitud de la cuerda?
17. La cuerda de una cometa mide 85 m. Esta se encuentra volando sobre una caseta que está a 63m del niño que la lleva. ¿A qué altura del suelo se encuentra la cometa?
18. Un albañil apoya una escalera de 5m contra un muro vertical. El pie de la escalera está a dos metros del muro. Calcula la altura a la que se encuentra la parte superior de la escalera.
19. Un campo de fútbol mide 90 m de ancho y 120 m de largo, el máximo permitido por el reglamento. Un jugador quiere recorrer la máxima distancia sin cambiar de dirección. ¿Podrías indicar cuál es y calcular esa distancia?
20. Un emisor de televisión tiene 40 m de altura hasta el inicio de la antena. Se quiere sujetar al suelo con tres cables. Si las fijaciones del suelo están a 30 metros de la base del emisor. ¿Cuál es la longitud de esos cables?



Unidad n.º 10

Medidas de  
superficie.  
Perímetros y áreas  
de figuras planas

---



– Entender la necesidad de utilizar unidades de superficie .....	(I-II-III)
– Conocer las unidades de superficie y sus equivalencias .....	(I-II-III)
– Expresar las unidades de superficie en forma compleja e incompleja .....	(I-II-III)
– Conocer las unidades agrarias y sus equivalencias .....	(II-III)
– Resolver problemas con medidas de superficie .....	(II-III)
– Distinguir claramente en las figuras planas perímetro de superficie .....	(I-II-III)
– Calcular los perímetros y el área de las distintas figuras planas .....	(I-II-III)
– Calcular la longitud de la circunferencia y el área del círculo .....	(I-II-III)
– Resolver problemas con la unidad adecuada en función de la unidad de longitud empleada en los datos .....	(II-III)

## CONCEPTOS

1. Medidas de superficie:	
1.1. Concepto de medir superficies .....	(I-II-III)
1.2. Metro cuadrado como unidad fundamental de la superficie .....	(I-II-III)
1.3. Unidades de superficie: equivalencias .....	(I-II-III)
1.4. Formas de expresar las medidas de superficie:	
1.4.1. Forma incompleja .....	(I-II-III)
1.4.2. Forma compleja .....	(I-II-III)
1.5. Paso de unidades de superficie de forma compleja a incompleja .....	(II-III)
1.6. Paso de unidades de superficie de forma incompleja a compleja .....	(II-III)
1.7. Operaciones con unidades de superficie .....	(I-II-III)
2. Unidades agrarias:	
2.1. Convencionales .....	(I-II-III)
2.2. Tradicionales .....	(II-III)
3. Perímetros y áreas:	
3.1. Concepto de perímetro .....	(I-II-III)
3.2. Concepto de área .....	(I-II-III)
4. Áreas de las figuras planas:	
4.1. Área del cuadrado .....	(I-II-III)
4.2. Área del rectángulo .....	(I-II-III)
4.3. Área del rombo .....	(II-III)
4.4. Área del romboide .....	(I-II-III)
4.5. Área del trapecio .....	(II-III)
4.6. Área del triángulo .....	(I-II-III)
4.7. Área del polígono regular .....	(II-III)
4.8. Área de figuras compuesta .....	(II-III)
5. Circunferencia y círculo:	
5.1. Concepto de circunferencia .....	(I-II-III)
5.2. Elementos singulares de la circunferencia .....	(I-II-III)
5.3. Longitud de la circunferencia .....	(I-II-III)

5.4. Concepto de círculo .....	(I-II-III)
5.5. Área del círculo .....	(I-II-III)
5.6. Área del sector circular .....	(II-III)
5.7. Área de la corona circular .....	(II-III)
6. Problemas de aplicación:	
6.1. Con pregunta directa y los datos con las mismas unidades .....	(I-II-III)
6.2. Con varias preguntas y datos en distintas unidades .....	(II-III)
6.3. Con preguntas indirectas y datos en distintas unidades .....	(III)

## PROCEDIMIENTOS

### *Medidas de superficie:*

– Reconocimiento de distintas superficies, clase, campo, mesa, pizarra .....	(I-II-III)
– Realización de un esquema con todas las unidades de superficie .....	(I-II-III)
– Reconocimiento y uso de las principales medidas de superficie .....	(I-II-III)
– Expresión de forma incompleja y compleja de unidades de superficie .....	(I-II-III)
– Conversión de unidades de superficie de forma compleja a incompleja y viceversa .....	(II-III)
– Realización de operaciones con medidas de superficie .....	(I-II-III)

### *Unidades agrarias:*

– Reconocimiento y aplicación de las principales unidades agrarias convencionales .....	(I-II-III)
– Reconocimiento y aplicación de las principales unidades agrarias tradicionales .....	(II-III)

### *Áreas de las figuras planas:*

– Interpretación, dibujo y resolución de diferentes áreas de figuras planas:	
• Cuadrado, rectángulo, romboide y triángulo .....	(I-II-III)
• Rombo, trapecio, polígono regular, figuras compuestas .....	(II-III)

### *Circunferencia y círculo:*

– Reconocimiento y diferenciación de los conceptos círculo y circunferencia .....	(I-II-III)
– Representación gráfica de circunferencias y círculos .....	(I-II-III)
– Reconocimiento, dibujo e interpretación, definición de los elementos singulares .....	(I-II-III)
– Resolución de la longitud de la circunferencia por medio de fórmulas matemáticas ...	(II-III)
– Interpretación, dibujo y resolución de áreas de círculos diferentes .....	(II-III)
– Interpretación, dibujo y resolución del área del sector circular .....	(II-III)
– Interpretación, dibujo y resolución del área de la corona circular .....	(II-III)

### *Problemas de aplicación:*

– Resolución de problemas con preguntas directas y datos en la misma unidad .....	(I-II-III)
– Resolución de problemas con varias preguntas y datos en distintas unidades .....	(II-III)
– Resolución de problemas con preguntas indirectas y datos en distintas unidades.....	(III)



## Orientaciones metodológicas

---

- Partiendo de los objetos y muebles comunes que tienen en clase, mesa, pizarra, libros, estuches se les introducirá el concepto de perímetro (como borde o lo que rodea) y superficie (la parte del plano que se encuentra en el interior del perímetro).
- Se hará un esquema con las principales unidades de superficie y se incidirá en cuales son las más importantes y que siempre que midamos algo el resultado lo deberemos dar en la unidad más adecuada.

Superficie folio, en  $\text{cm}^2$ ; clase  $\text{m}^2$ , campo en Ha.

- Para pasar de unas unidades a otras de rango inmediatamente inferior o superior, hay que incidir que aquí no se pasa multiplicando o dividiendo por 10, sino que como se trata de unidades de superficie se hace multiplicando o dividiendo por cien.
- La solución de las distintas mediciones se darán tanto en forma compleja como incompleja.
- Deberán acostumbrarse a pasar de forma compleja a incompleja y viceversa.
- En los problemas de superficies de campos se utilizarán adecuadamente las medidas agrarias y por tanto habrá que incidir previamente en sus equivalencias.
- Para resolver las áreas de las figuras planas los alumnos del Nivel I harán problemas sencillos y directos, generalmente resolución de áreas, los alumnos de los Niveles II y III hallarán otros elementos como base, altura, diagonal...
- Si tenemos áreas un poco complicadas y no se recuerda la fórmula, deberán dividir esa figura complicada en figuras más sencillas, cuadrados, rectángulos, triángulos resolviendo cada uno de ellos y sumando las soluciones obtenidas.
- Se explicará la circunferencia como un polígono de infinitos lados y su longitud sería el perímetro de ese polígono.
- Para los alumnos de los Niveles II y III se introducirá la superficie del sector circular y de la corona circular.

## Criterios de evaluación

---

- Comprende la necesidad de utilizar medidas de superficie ..... (I-II-III)
- Conoce las unidades de superficie y sus equivalencias ..... (I-II-III)
- Utiliza correctamente las unidades de superficie en forma compleja e incompleja ..... (I-II-III)
- Conoce las unidades agrarias y sus equivalencias ..... (II-III)
- Resuelve problemas con medidas de superficie ..... (II-III)
- Distingue claramente en las figuras planas perímetro de superficie ..... (I-II-III)
- Calcula perímetros y áreas de distintas figuras planas ..... (I-II-III)
- Calcula la longitud de la circunferencia y el área del círculo ..... (I-II-III)
- Resuelve problemas sencillos utilizando correctamente las unidades ..... (II-III)



1. Dentro de la clase nombra 5 magnitudes que se midan con unidades de longitud y 5 que se midan con unidades de superficie. Sacar conclusiones.
2. Realiza un esquema de las unidades de superficie.
3. Mi madre dice que la superficie del comedor de casa es de  $280.000 \text{ cm}^2$  y que la de una página del diario es de  $0,12 \text{ m}^2$ . ¿Crees que estas medidas se podrían expresar en una unidad de medida más apropiada? Si es así hazlo.
4. Indica cual crees que es la unidad más adecuada para medir las siguientes superficies.
  - a) Un tramo de carretera
  - b) La tapa de un libro
  - c) La pantalla del cine.
  - d) Una entrada de cine
  - e) Un pin
  - f) Un campo de fútbol.
5. Completa en tu cuaderno cada una de las siguientes igualdades.
  - a)  $0,001 \text{ km}^2 = \dots \text{ m}^2$
  - b)  $1.235 \text{ Hm}^2 = \dots \text{ dm}^2$
  - c)  $85.025 \text{ m}^2 = \dots \text{ cm}^2$
  - d)  $12.000 \text{ mm}^2 = \dots \text{ m}^2$
  - e)  $150.000 \text{ m}^2 = \dots \text{ Hm}^2$
  - f)  $3,0025 \text{ Dam}^2 = \dots \text{ mm}^2$
6. Pasar a incomplejo de  $\text{cm}^2$ :  $4 \text{ Hm}^2 + 5 \text{ Dam}^2 + 32 \text{ m}^2 + 20 \text{ dm}^2 =$
7. Pasar a forma compleja  $4.062.220 \text{ cm}^2 =$
8. En un campo de fútbol han puesto planchas de hierba de un metro cuadrado de superficie. Si el campo mide  $112 \text{ Dam}^2$ . ¿Cuántas planchas ha sido necesario colocar?
9. Una cancha de baloncesto tiene una superficie de 8 áreas y 28 centíareas. ¿Cuántos metros cuadrados tiene?
10. Un cuadrado tiene 80 decímetros de perímetro. ¿Cuántos metros mide cada uno de sus lados?
11. Calcula el perímetro de un hexágono regular de 4,5 centímetros de lado.
12. El perímetro del gimnasio mide 1.200 decímetros. Si mide 40 metros de largo. ¿Cuánto mide de ancho?

13. Una mesa cuadrada tiene 110 centímetros de lado. ¿Cuál es la medida de su superficie en metros cuadrados?
14. El área de un cuadrado mide  $121 \text{ cm}^2$ . ¿Cuánto mide el lado del cuadrado? ¿Cuál es su perímetro?
15. Una parcela de forma cuadrada está cercada por una alambrada de 340m de longitud. ¿Qué superficie tiene la parcela?
16. La superficie del salón rectangular de mi casa es de  $28 \text{ m}^2$ , solo dispongo de una cinta métrica de un decímetro para medir la longitud de una de las dimensiones, que es de 40dm. ¿Cuántos metros mide la otra dimensión?
17. La mesa en la que trabajas mide 170 cm de largo y 8,5 dm de ancho. ¿Cuántos metros cuadrados tiene de superficie?
18. Calcula el área de un triángulo de 25 dm de base, y un metro de altura. Expresa el resultado en centímetros cuadrados.
19. La rueda de una bicicleta tiene un radio de 40 cm. ¿Qué longitud recorrerá si ha dado 150 vueltas?
20. Halla la longitud de la circunferencia del ruedo de una plaza de toros que tiene 60m de diámetro.
21. Hallar la superficie de un disco que tiene 30 cm de diámetro.
22. Hallar la superficie de una mesa redonda que tiene de perímetro 25,12 m.

## NIVEL II

1. Un libro tiene 112 páginas y cada una de ellas tiene una superficie de  $6,25 \text{ dm}^2$ . Expresa en forma compleja la superficie del papel que ha sido necesaria para hacer todas estas páginas.
2. Cada uno de los azulejos de las paredes de la cocina tienen una superficie  $4 \text{ dm}^2$ . Los azulejos van en cajas de 50. ¿Cuántos metros cuadrados se pueden cubrir con una caja? Expresa en forma compleja la superficie que ocuparan los azulejos de 16 cajas.
3. Las tierras que forman la propiedad de una familia están repartidas de la siguiente manera: 6Ha de viña, 3,5Ha de olivo, 47 a de regadío y 3.450ca de caminos y eras. Expresa la extensión total de la tierra en metros cuadrados.
4. Juan y Carmen discuten sobre cuál de ellas tiene más tierras. Juan dice que su casa de campo tiene una extensión de  $1.600 \text{ Dam}^2$ . Carmen dice que su casa tiene 7 Ha de viñas, 325 a de almendros y 4,3 Ha de campo de labranza. ¿Quién de los dos tiene más tierras?
5. En una comarca de  $3.342 \text{ Km}^2$  de superficie, el 15% está dedicado a la agricultura y un tercio de ésta es regadío. Calcula cuántas hectáreas de superficie son de uso agrícola y cuántas de éstas son de regadío.

6. En un verano muy seco un incendio ha quemado 800 áreas de pinos y matorros. Si los pinos ocupaban dos quintos de la superficie. ¿Cuántos metros cuadrados de matorros se han quemado?
7. Un empresario ha comprado una parcela de 450 m<sup>2</sup> por 9.402,99 euros. Si el propietario la ha vendido a 2.404,04 euros el Dam<sup>2</sup> ¿Cuánto ha ganado con la venta?
8. Las paredes de una cocina se cubren con piezas de cerámica de 625 cm<sup>2</sup> de superficie cada una. ¿Cuántas son necesarias si las paredes miden en total 27 m<sup>2</sup> de superficie?
9. Una viña que tiene una superficie de 2,1 Ha se ha vendido por 3.150.000 pesetas. ¿A cuánto se ha pagado el metro cuadrado?
10. Las próximas vacaciones tienes que ayudar a tu padre a pintar las paredes de casa. Tu padre dice que se han de pintar 6 Dam<sup>2</sup> de superficie, y que los botes grandes de pintura sirven para pintar 50 m<sup>2</sup>. Cada bote vale 20,9 euros. ¿Cuántas pesetas costará la pintura?
11. Calcula el perímetro de un cuadrado que tiene 400 m<sup>2</sup> de área.
12. Calcula la altura de un rectángulo de 64 m<sup>2</sup> de área y de 60dm de base.
13. Calcula el área de un rombo cuya diagonal mayor mide 30m y la diagonal menor 250dm.
14. El área de un paralelogramo es equivalente a la de un cuadrado de lado 24 cm. Calcula la base del paralelogramo si la altura mide 4,8 dm.
15. Los dos lados paralelos de un trapecio tienen 2 dm y 15 cm de longitud respectivamente. La altura es de 0,68m. Calcula el área del trapecio y exprésala en cm<sup>2</sup>
16. En un polígono regular de 15 lados cada uno tiene una longitud de 2m. La apotema mide 47dm. Calcula en metros cuadrados el área del polígono.
17. Un campo tiene forma de trapecio de lados paralelos de 200 m y 400 m respectivamente. La altura es de 80 m. Se plantan 2 melocotoneros cada 25 m<sup>2</sup>. ¿Cuántos árboles caben?
18. El ruedo de una plaza de toros mide 15 m de radio. ¿Cuántos metros recorre un torero si le da 5 vueltas completas?
19. La rueda delantera de una moto tiene 30 cm de radio. ¿Cuántas vueltas tendrá que dar para recorrer 100 km.?
20. Un aro tiene 11 cm de radio. ¿Cuál es su longitud? ¿Qué espacio recorre cuando da 250 vueltas completas?
21. En diez vueltas una bicicleta ha recorrido 22 m. ¿Cuál es el radio de sus ruedas?
22. Halla el diámetro del círculo de un campo de fútbol, sabiendo que tiene una superficie de 50,24 m<sup>2</sup>. Expresa el diámetro en centímetros.

### NIVEL III

1. En un edificio de 8 plantas hay tres pisos por rellano. Dos de las viviendas tienen  $105 \text{ m}^2$  de superficie cada una. Y la tercera  $78 \text{ m}^2$ . Calcula la superficie habitable del edificio. Expresa el resultado en forma compleja.
2. Raquel compra una finca de secano para plantar cereales. En la escritura de compra-venta figura que dicha finca tiene una superficie de 3 Ha, 12 a y 48 ca. ¿Qué precio debe pagar Raquel si el dueño de la finca pide 45 céntimos de euro por cada  $\text{m}^2$ ? La solución en pesetas y euros.
3. Un señor tiene una finca de 4 Ha, 5 a, y 6 ca. Expresa estas medidas en robadas, cuartales y almutadas.
4. Una finca tiene 12 robadas, 2 cuartales y 14 almutadas. Expresa estas medidas en forma compleja con las medidas agrarias internacionales.
5. España tiene una superficie de  $504.750 \text{ km}^2$ . La comunidad de Navarra ocupa el 2%, la de Castilla y León el 18,6% y la de Aragón el 9,4%. ¿Cuál es la superficie en Ha de la provincia de Navarra? Y ¿de la de Aragón? Calcula la superficie de Castilla y León expresada en forma compleja.
6. Una urbanización tiene 9 Ha de extensión. 75 a. son de zona comunitaria, tres cuartos de Ha. son calles y 125 a. son plazas. Hay 40 parcelas de  $5 \text{ Dam}^2$  cada una y el resto son parcelas de  $250 \text{ m}^2$ . ¿Cuántas parcelas hay en total en la urbanización.
7. Un edificio tiene 8 plantas de altura y 4 pisos por rellano y todos con la misma superficie. En los bajos hay dos tiendas de  $125 \text{ m}^2$  cada una. Y la entrada tiene una superficie de  $1/2$  de tienda. Calcula en metros cuadrados la superficie de cada uno de los pisos si la superficie total construida es de  $0,0031925 \text{ Km}^2$ .
8. La hierba del estadio ha quedado estropeada por lluvias intensas. Ha sido necesario replantar 625 placas de hierba de  $0,50 \text{ m}^2$  cada una. ¿Qué tanto por ciento del campo se ha replantado si este tiene una superficie de  $0,75 \text{ Ha}.$ ?
9. En el patio de la escuela que tiene 25 m por 15 m se concentran todos los alumnos para manifestarse contra el racismo. Se calcula que caben 3 alumnos por metro cuadrado. ¿Cuántos alumnos hay en la manifestación.
10. Para hacer el telón de un escenario se dispone de una pieza de tela de 150 cm de ancho. El telón es rectangular y mide 7,5 m de ancho y 4,5 m de alto. ¿Cuántos metros cuadrados de tela necesitaremos? Si el precio de la tela es 12,7 euros/metro. ¿Cuánto cuesta la tela empleada?
11. Dado un cuadrado de 7 cm de lado dibuja un triángulo de área equivalente a la de este cuadrado y que tenga por base una diagonal del cuadrado. ¿Qué relación tendrá la altura del triángulo con la base?
12. Una hoja de papel tiene 30 cm de largo por 21 cm de ancho. Cuando escribes dejas un margen superior de 4 cm, uno inferior de 2,5 cm, el lateral izquierdo de 2,5 cm y el derecho de 1 cm. ¿Cuántos  $\text{cm}^2$  ocupa el texto escrito?

13. Una alfombra hecha a mano cuesta a 130 euros el  $m^2$ . Se quiere poner una en el comedor de manera que ocupe  $\frac{3}{7}$  de la superficie. Si el comedor tiene 7 m por 4,5 m. ¿Cuánto costará la alfombra?
14. Un triángulo rectángulo mide 30 cm de perímetro. Los dos catetos miden 5 cm y 12 cm. Calcula la longitud de la altura relativa a la hipotenusa.
15. Un rectángulo de base 10dm es equivalente a un cuadrado de perímetro 48 dm. ¿Cuál es la altura del rectángulo?
16. El perímetro de un hexágono mide 12 dm. Calcula el área de cada uno de los 6 triángulos iguales en que se puede descomponer sabiendo que la apotema del polígono tiene una longitud de 17,3 cm. ¿Cuál es el área del polígono?
17. En una plancha metálica rectangular de 1,5m de largo y 0,5 m de ancho. Se recortan chapas circulares de 5 cm de diámetro. ¿Cuántas chapas se pueden recortar? ¿Qué cantidad de área de la chapa se desperdicia en recortes?
18. Una cancha de baloncesto es rectangular de 26 m de largo y 14 m de ancho. Calcula la base y la altura de un triángulo acutángulo de la misma superficie. Si el campo fuera circular y tuviese la misma superficie, ¿cuál sería su radio?
19. Un terreno tiene forma de trapecio. Siendo su superficie igual a 25 Ha. La base menor mide 200 m. y la base mayor es  $\frac{5}{2}$  de la menor. ¿Cuántos metros medirá la altura?
20. Calcula el lado de un cuadrado cuya área es igual a la de un círculo de dos metros de radio.
21. En una plaza circular de 10 m de radio se quiere colocar en el centro una fuente de forma circular de 5 m de radio. ¿qué superficie de la plaza rodea la fuente?
22. Una plaza de toros tiene 50 m de radio y el pasillo detrás de la barrera es de 3 metros. Calcula el área del pasillo.
23. Un estanque circular tiene 15 m de diámetro y está rodeado de un sendero de 0,75m de ancho. Calcula el área del sendero.
24. Calcula el área de un sector circular que tiene 12 m de radio y un tercio de circunferencia de arco.
25. Hemos repartido una tarta circular entre 8 comensales. La tarta tiene de diámetro 20 cm. ¿Cuál es el área de cada trozo comido por los comensales. Hazlo de dos formas diferentes.





Unidad n.º 11

Introducción  
a las  
gráficas



## Objetivos

- Reconocer y representar puntos en los ejes de coordenadas ..... (I-II-III)
- Hallar las coordenadas de un punto a partir de su localización en el plano ..... (II-III)
- Representar gráficas sencillas ..... (I-II-III)
- Interpretar gráficas estadísticas sencillas de la vida real ..... (I-II-III)

## Contenidos

### CONCEPTOS

1. Representación e interpretación de puntos:
  - 1.1. Construcción de sistemas de coordenadas en escala ..... (I-II-III)
  - 1.2. Concepto de par ordenado. (coordenada de un punto) ..... (I-II-III)
  - 1.3. Diferenciar ejes de abscisas y ordenadas ..... (I-II-III)
  - 1.4. Representación e interpretación de puntos en el primer cuadrante ..... (I-II-III)
2. Obtención de gráficas sencillas:
  - 2.1. A partir de textos ..... (II-III)
  - 2.2. A partir de dibujos ..... (II-III)
  - 2.3. A partir de valores:
    - 2.3.1. Gráficas crecientes ..... (II-III)
    - 2.3.2. Gráficas decrecientes ..... (III)
3. Interpretación de gráficas estadísticas sencillas:
  - 3.1. Polígonos de frecuencias ..... (I-II-III)
  - 3.2. Diagrama de barras ..... (I-II-III)
  - 3.3. Diagrama de sectores ..... (I-II-III)
  - 3.4. Pictogramas ..... (II-III)
  - 3.5. Otros tipos de gráficas ..... (II-III)

### PROCEDIMIENTOS

#### *Puntos:*

- Representación de los números enteros en la recta numérica ..... (I-II-III)
- Distinción de ejes de coordenadas: abscisas y ordenadas ..... (I-II-III)
- Construcción de sistemas de coordenadas en escala ..... (I-II-III)
- Representación e interpretación de puntos en el primer cuadrante ..... (I-II-III)
- Representación gráfica de pares ordenados en los cuatro cuadrantes ..... (II-III)
- Interpretación de puntos representados en los cuatro cuadrantes ..... (III)

#### *Gráficas sencillas:*

- Representación de gráficas sencillas a partir de textos ..... (II-III)
- Representación de gráficas sencillas a partir de dibujos ..... (II-III)
- Representación de gráficas sencillas a partir de valores ..... (II-III)
- Diferenciación y representación de gráficas crecientes y decrecientes ..... (III)

### Gráficas estadísticas:

- Interpretación de los valores representados por medio de polígonos de frecuencia ..... (I-II-III)
- Interpretación de los valores representados por medio del diagrama de barras ..... (I-II-III)
- Interpretación de los valores representados por medio de diagrama de sectores ..... (I-II-III)
- Interpretación de los valores representados por medio de pictogramas ..... (I-II-III)
- Interpretación de los valores representados en otros tipos de gráficas ..... (II-III)

## Orientaciones metodológicas

---

- Comenzaremos representando números naturales en la recta numérica, para a continuación representar números enteros, se deberán fijar que los enteros negativos se ponen a la izquierda y los positivos a la derecha. Pero también se pueden representar verticalmente, por lo que pondremos los negativos hacia abajo y los positivos hacia arriba.
- Una vez representado lo anterior, les recordaremos el juego de los barcos, jugando únicamente en el primer cuadrante. Posteriormente pasaremos a representar pares ordenados de números también en el primer cuadrante, para posteriormente y con los alumnos de los Niveles II y III representarlo en los cuatro cuadrantes.
- Recordaremos que el eje de Abscisas es el horizontal y el de Ordenadas es el vertical. Cuando damos un par ordenado de números, el primero siempre se representará en el eje horizontal es decir en el eje de Abscisas y el segundo en el eje vertical o de ordenadas. Estos dos números darán lugar a la coordenada de un punto, el que se representará en la gráfica.
- Los pares ordenados nunca se podrán cambiar de orden, porque sino obtendríamos un punto distinto, esto lo ejemplificaremos en la pizarra, viendo como dos pares de puntos con los mismos números pero al contrario, no representan el mismo punto: (3,5) (5,3).
- Todos los ejercicios se realizarán en un cuaderno cuadriculado, para obtener la máxima exactitud posible.
- Partiendo de las notas de clase, de los números de pie, de la estatura... de los alumnos/as realizaremos gráficas sencillas que dejen clara la interpretación de una gráfica y su utilidad. Podremos pedir a los alumnos que traigan la cartilla de salud, para observar las gráficas que realiza la pediatra y podrán intuir muy fácil la utilidad, aunque solo sea el hecho de la rapidez para ver como ha evolucionado, y no es necesario leer los datos, solo con fijarnos en la línea realizada es suficiente.
- Para ver las gráficas crecientes y decrecientes pueden servir también las gráficas de la cartilla de salud, aunque podemos realizar la gráfica de los habitantes de Cintruénigo en unas cuantos años.
- Para la interpretación de gráficas sencillas, se puede partir de las que aparecen en el periódico, revistas, libros de texto, revistas de economía... una vez recogido el material se realiza la interpretación y la comparación de unas con otras. Se analizarán gráficas de crecimiento de la población, de bolsa, de salud, de riesgo laboral, de carreras ciclistas, de fútbol...
- Únicamente se pretende en este curso que los alumnos se familiaricen con un lenguaje universal y cada día más utilizado y que sepan interpretar distintos tipos de gráficas que aparecen comúnmente en todos los medios de comunicación.

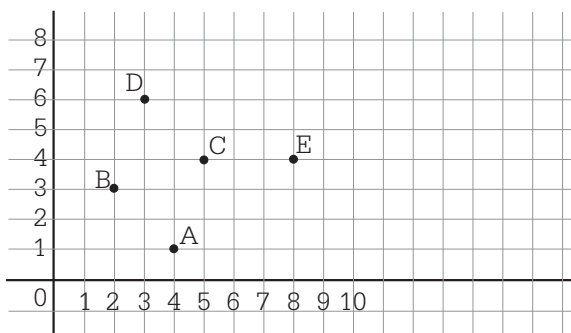
## Criterios de evaluación

---

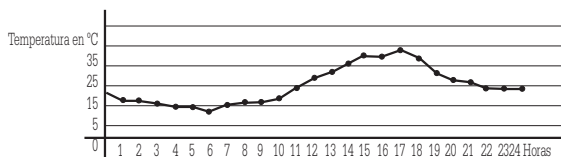
- Reconoce y representa puntos en los ejes de coordenadas ..... (I-II-III)
- Halla las coordenadas de un punto a partir de su localización en el plano ..... (II-III)
- Representa gráficas sencillas ..... (I-II-III)
- Interpreta gráficas estadísticas sencillas relacionadas con la vida real ..... (I-II-III)



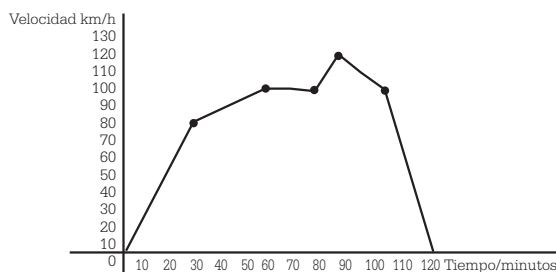
1. Dibuja el eje de abscisas y el eje de ordenadas, denomínalos con X e Y respectivamente.
2. Representa en el primer cuadrante los siguientes pares ordenados de números: (3,4); (4,5); (2,7); (3,8); (4,2).
3. Representa en el primer cuadrante (4,5); (5,4). ¿Es el mismo punto? ¿Por qué?
4. ¿Qué par ordenado de valores representa cada uno de los puntos que aparecen en el siguiente gráfico?



5. Interpreta la siguiente gráfica que muestra la relación entre la hora y la temperatura en un día de verano.



6. En la siguiente gráfica indica los valores máximos, mínimos, crecimiento y decrecimiento de la gráfica.



7. En la india los tigres de Bengala son muy apreciados por su piel y por su utilidad para fabricar medicamentos. Una O.N.G. dedicada a la conservación de estas especies ha publicado una tabla de cómo ha ido variando la población de tigres en los últimos 10 años.

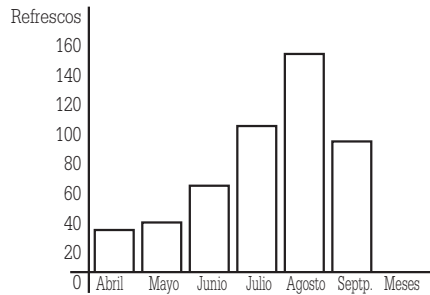
X (años)	90	91	92	93	94	95	96	97	98	99
Y (tigres)	900	870	800	810	805	750	700	720	730	750

Representa los pares de valores de la tabla en un diagrama cartesiano e interpreta los resultados obtenidos destacando aquellos que consideres importantes.

8. Un estudio de un ginecólogo muestra como crece un bebé antes de nacer según el mes de gestación en el que se encuentra su madre, de acuerdo con la siguiente tabla. Haz la gráfica.

X (meses)	2	3	4	5	6	7	8	9
Y (cm)	4	8	15	24	29	34	38	42

9. El siguiente gráfico expresa el número de refrescos consumidos durante 6 meses en un bar de la capital:



¿Cómo se denomina este tipo de gráfica?

¿En qué mes se consumieron más refrescos?

¿Durante qué mes se consumieron menos refrescos?

Interpreta la gráfica.

10. Une el punto (4, 3) con (4, 6) ; (4, 6) con (6, 3) y (6, 3) con (6, 6). ¿Qué letra obtienes?  
¿Qué puntos tienen la misma abscisa? ¿Y la misma ordenada?

11. La tabla muestra el número de nacimientos en los siete primeros meses de un año.

mes	<i>enero</i>	<i>febrero</i>	<i>marzo</i>	<i>abril</i>	<i>mayo</i>	<i>junio</i>	<i>julio</i>
Nº nacimientos	24	31	32	29	32	31	40

- ¿En qué mes hubo más nacimientos?
- ¿En qué mes hubo menos nacimientos?
- ¿Hubo dos meses con el mismo número de nacimientos?
- ¿Le corresponde a cada mes un único número de nacimientos?



12. El franqueo postal se rige por la siguiente tabla:

<i>Peso en gramos</i>	<i>Franqueo en euros</i>
Hasta 20 gramos	0,21
De más de 20 gramos hasta 50 gramos	0,24
De más de 50 gramos hasta 100 gramos	0,27
De más de 100 gramos hasta 250 gramos	0,54
De más de 250 gramos hasta 500 gramos	1,08
De más de 500 gramos hasta 1.000 gramos	1,50
De más de 1.000 gramos hasta 2.000 gramos	2,16

Ramón ha escrito cartas a algunos amigos. La carta que envía a Juan pesa 15 gramos y la de Luisa 80. La de Serafín 90 y la de Santiago 500 gramos.

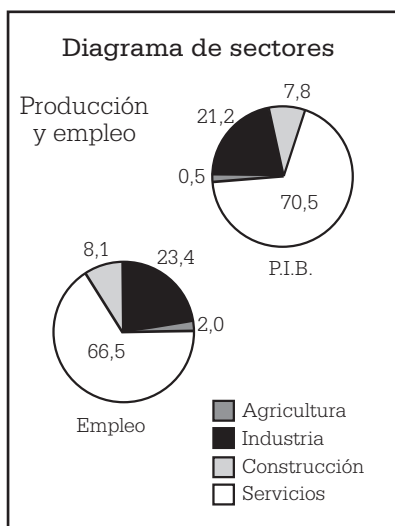
- ¿Qué franqueo tendrá que poner a cada carta?
- ¿Es posible que a dos cartas con distinto peso les corresponda el mismo franqueo?
- ¿Cuántas pesetas habrá tenido que pagar Ramón por el envío de las cartas?

13. La tarifa de un aparcamiento viene dada por la siguiente tabla:

<i>Tiempo</i>	<i>Precio en Euros</i>
Cada una de las tres primeras horas	0,70
Las tres horas siguientes	1
A partir de la sexta hora	0,50

- El padre de Juan estuvo 3 horas y 40 minutos. ¿Cuánto tuvo que pagar?
- El padre de Luisa estuvo exactamente 6 horas. ¿Cuál fue el importe?
- ¿Es posible que dos usuarios paguen lo mismo siendo distintos los tiempos de estancia?

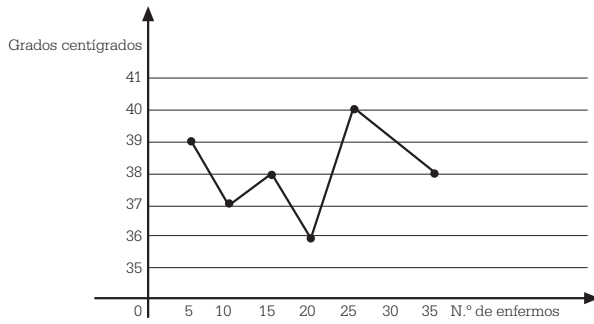
14. En el siguiente diagrama de sectores responde a las siguientes preguntas.



- ¿Qué tanto por ciento de la población se dedica a los servicios?
- ¿Qué tanto por ciento trabaja en agricultura?
- ¿Qué tanto por ciento trabaja en la construcción?
- ¿Qué tanto por ciento en los servicios?

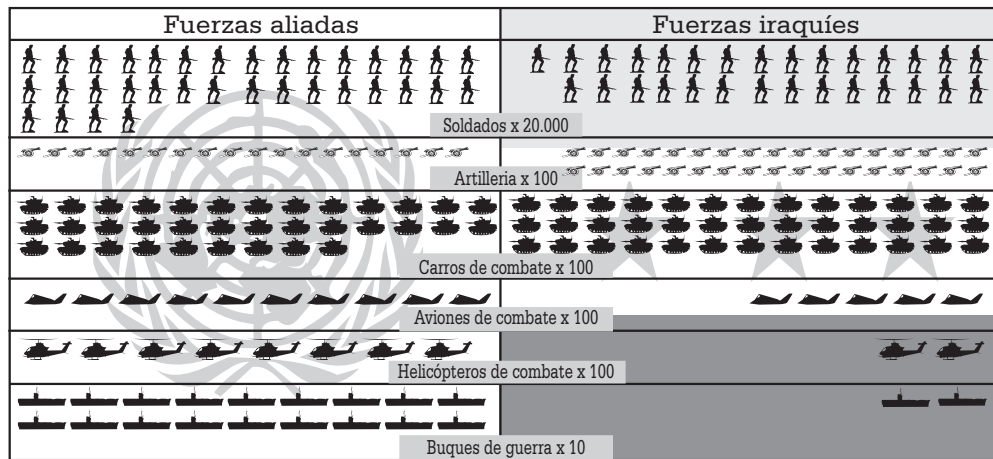


3. Observa esta gráfica:



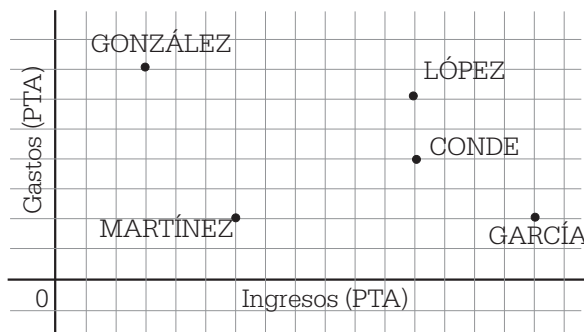
- La gráfica representa la temperatura corporal de los enfermos de la planta de un hospital:
- ¿Cómo se llama este tipo de diagrama?
- Interpreta por escrito y lo mejor posible todo lo que veas en la gráfica.

4. Observa este pictograma y responde a las siguientes preguntas:



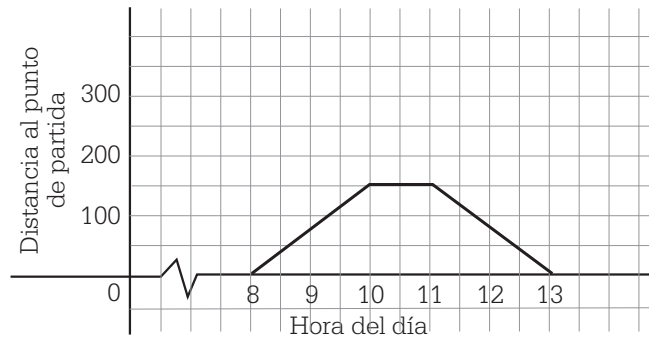
- ¿Cuántos soldados tienen las fuerzas aliadas?
- ¿Cuántos cañones las fuerzas iraquíes.
- ¿Cuántos aviones tienen las fuerzas aliadas?
- ¿Cuántos helicópteros tiene los iraquíes?
- ¿Cuántos buques forman la armada iraquí?
- ¿Cuántos carros de combate, tiene más el ejército iraquí, que las fuerzas aliadas?

5. El gráfico siguiente muestra los ingresos y los gastos de 5 familias:



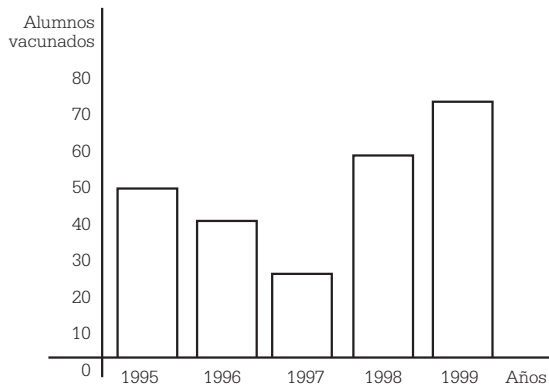
- ¿Qué familia gasta más? ¿Cuál gasta menos?
- ¿Qué familia gana más? ¿Cuál gana menos?
- ¿Hay dos familias que ganen y gasten lo mismo?

6. La gráfica de un viaje fue la siguiente:



- ¿Cuántos kilómetros se recorrieron de 8 a 10?
- ¿Cuánto tiempo duró la parada?
- ¿A qué hora iniciaron el regreso?
- ¿Cuánto tiempo duró la vuelta?

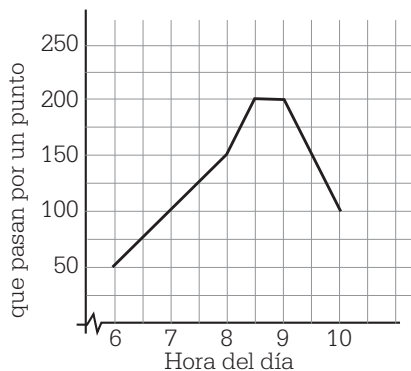
7. El número de alumnos de primero de secundaria de un colegio, que se han vacunado contra la hepatitis b en los últimos cinco años está reflejado en la siguiente gráfica:



- ¿En qué año hubo mayor número de vacunas?
- ¿En qué años se vacunó el menor número de alumnos?
- ¿Cuántos alumnos se vacunaron en 1996?
- ¿Cuántos alumnos se han vacunado entre los 5 años?

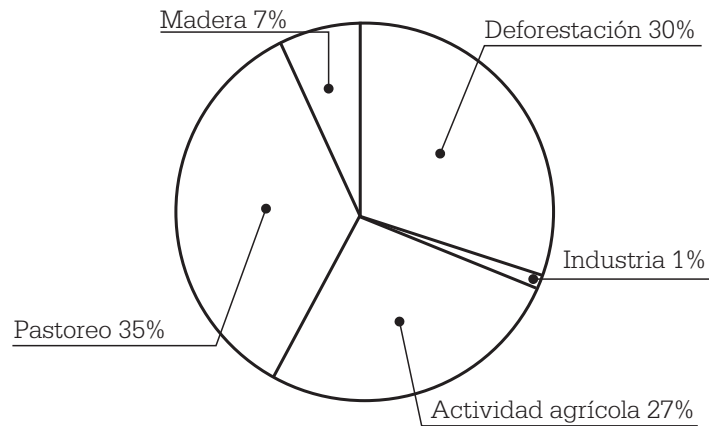
### NIVEL III

1. Observa y realiza.



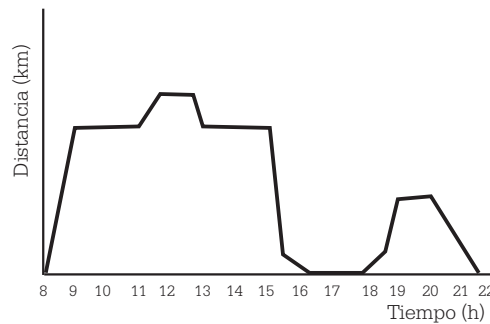
La gráfica siguiente muestra el número de vehículos que pasan por un puesto de control. Describe la situación.

2. En este gráfico tienes representadas las causas que provocan la erosión del suelo.

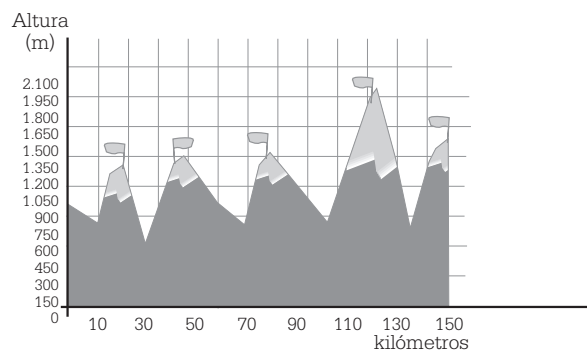


¿Cómo se llama este tipo de gráficos?  
 Interpreta por escrito y lo mejor posible esta gráfica.

3. En esta gráfica está representado el viaje realizado por una persona en su coche. Descríbelo.

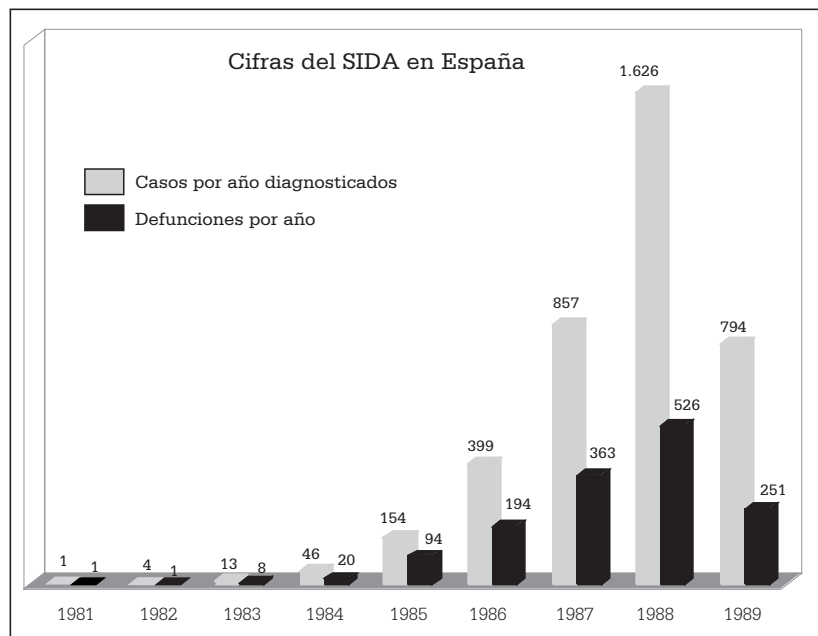


4. Aquí tienes el perfil de una etapa de la Vuelta Ciclista a España:



¿En qué puntos kilométricos se encuentran los picos máximos y mínimos de la etapa?  
 ¿En qué punto kilométrico está la altura máxima?  
 ¿Cuántos metros tiene?  
 ¿A qué altura han partido los ciclistas?  
 ¿A qué altura se encuentra la meta? ¿En qué punto kilométrico?

5. Observa este diagrama e interpreta lo que nos quiere decir. Escríbelo en tu cuaderno lo más detallado posible.



6. Realiza una gráfica con los siguientes datos: en el campeonato deportivo del instituto se ha desarrollado una carrera de 1km. Han participado cuatro alumnas.
- Verónica salió muy rápido, pero poco a poco fue disminuyendo su velocidad para llegar a la meta casi andando. Quedó la tercera.
  - Eva salió rápida pero no llevaba 200 metros cuando tropezó, se cayó y, después de levantarse continuó pero cojeando. A mitad de la carrera el dolor le impidió seguir y se retiró.
  - María salió lenta, pero a medida que pasó el tiempo aumentó su velocidad hasta llegar a la meta la primera.
  - Ana llevaba siempre una buena velocidad, sin embargo, en los 100 últimos metros la incrementó aún más para intentar ganar.

Haz una única gráfica representando las carreras de cada una de ellas. En le eje horizontal señala el tiempo y en el vertical el espacio recorrido.

- Marca de color verde las partes de las gráficas que sean crecientes y de rojo las decrecientes.
- ¿Hay algún máximo y mínimo?
- Señala el punto donde se cortan las gráficas de Verónica y Ana. ¿Qué ocurre en ese punto?

2.º de la E.S.O.

Matemáticas

---





## Temporalización

Unidad n. 0: Repaso de lo trabajado en 1.º de ESO

*2 semanas*

### PRIMERA EVALUACIÓN

Unidad n. 1: El número entero: suma, resta, multiplicación y división

*5 semanas*

Unidad n. 2: El número racional: suma, resta, multiplicación y división

*5 semanas*

Total primera evaluación: *10 semanas*

### SEGUNDA EVALUACIÓN

Unidad n. 3: Número entero y racional: potenciación y radicación

*3 semanas*

Unidad n. 4: La proporcionalidad numérica

*4 semanas*

Unidad n. 5: Álgebra

*4 semanas*

Total segunda evaluación: *11 semanas*

### TERCERA EVALUACIÓN

Unidad n. 6: Funciones y gráficas

*4 semanas*

Unidad n. 7: Geometría

*4 semanas*

Unidad n. 8: Iniciación a la probabilidad

*2 semanas*

Total tercera evaluación: *10 semanas*

**Total: 33 semanas**

*Nota: Si se impartieran 4 clases semanales como en el resto de Niveles, se ganarían aproximadamente 30 sesiones de clase, tiempo suficiente para profundizar en todas las unidades y trabajar adecuadamente los tres niveles.*



Unidad n.º 1

El número entero:  
suma, resta,  
multiplicación y división

---



## Introducción

---

El estudio del conjunto de los números enteros ( $Z$ ) se hace en profundidad en el Primer Ciclo de la ESO, comenzando con una iniciación en Primero para terminar con el estudio completo en Segundo.

El dominio del conjunto  $Z$ , así como de las operaciones que se realizan dentro de él, debe ser la base para que las posteriores ampliaciones a los conjuntos  $Q$ ,  $I$  y  $R$  puedan acometerse con garantías de éxito.

## Conocimientos previos

---

*El alumnado debe conocer y dominar con anterioridad:*

- Operaciones con números naturales, sobre todo multiplicaciones y divisiones
- La prioridad de las operaciones con números naturales.
- El cálculo mental con números pequeños en las operaciones básicas.
- Tener una mínima capacidad de razonamiento lógico.

## Objetivos

---

- Comprender la necesidad de la aparición del conjunto  $Z$ ., como respuesta a situaciones imposibles de resolver con el conjunto  $N$  ..... (I-II-III)
- Identificar, ordenar, comparar y representar números enteros ..... (I-II-III)
- Realizar con soltura sumas, restas, multiplicaciones y divisiones de números enteros ..... (I-II-III)
- Entender el valor de Paréntesis, Corchetes y Llaves como elementos que cambian la prioridad. Eliminarlos adecuadamente ..... (II-III)
- Aplicar las propiedades de las operaciones al cálculo con números enteros ..... (II-III)
- Resolver problemas por medio de los números enteros ..... (I-II-III)
- Utilizar los intervalos en la comparación de números enteros ..... (III)

## Contenidos

---

### CONCEPTOS

1. Necesidad (situaciones de doble dirección) ..... (I-II-III)
2. Concepto ..... (I-II-III)
3. Clases y notación ..... (I-II-III)

4. Representación en la recta numérica para ordenar y comparar .....	(I-II-III)
4.1. Ordenación y comparación sin representar .....	(II-III)
4.2. Intervalos: conjuntos de números que cumplan una o dos condiciones .....	(III)
5. Valor absoluto .....	(II-III)
6. Suma:	
6.1. Elementos (repaso) .....	(I-II-III)
6.2. Regla de los signos .....	(I-II-III)
6.3. Propiedades:	
6.3.1. Enunciado y ejemplos con números .....	(II-III)
6.3.2. Enunciado y ejemplos con números y letras .....	(III)
7. Resta:	
7.1. Elementos (repaso) .....	(I-II-III)
7.2. Suma del opuesto .....	(I-II-III)
8. Multiplicación:	
8.1. Elementos (repaso) .....	(I-II-III)
8.2. Regla de los signos .....	(I-II-III)
8.3. Propiedades:	
8.3.1. Enunciado y ejemplos con números .....	(II-III)
8.3.2. Enunciado y ejemplos con números y letras .....	(III)
9. División:	
9.1. Elementos de la división exacta (repaso) .....	(I-II-III)
9.2. Regla de los signos .....	(I-II-III)
10. Propiedades que relacionan la multiplicación con la suma .....	(II-III)
11. Prioridad de operaciones:	
11.1. Paréntesis .....	(I-II-III)
11.2. Corchetes .....	(II-III)
11.3. Llaves .....	(III)
12. Problemas de aplicación: situación inicial + variación = situación final.	
12.1. Con una sola operación para calcular la situación final .....	(I-II-III)
12.2. Con una o dos operaciones para calcular la variación o la situación inicial .....	(II-III)
12.2. Con cualquier número de operaciones y cualquier dificultad .....	(III)

## PROCEDIMIENTOS

– Utilización del número entero como expresión de situaciones que varían en dos direcciones	(I-II-III)
– Reconocimiento, lectura y escritura de números enteros .....	(I-II-III)
– Representación, comparación y ordenación de números enteros .....	(I-II-III)
– Utilización de los intervalos para comparar y ordenar números enteros .....	(III)
– Realización de sumas, diferenciando el signo del número del signo de la operación ....	(I-II-III)
– Realización de restas, convirtiéndolas previamente en sumas .....	(I-II-III)
– Realización de multiplicaciones y divisiones, aplicando adecuadamente la regla de los signos	(I-II-III)
– Comprobación de las propiedades de la suma y de la multiplicación por medio de ejemplos numéricos .....	(II-III)
– Aplicación de la propiedad distributiva y del factor común en actividades numéricas .	(II-III)
– Aplicación de la prioridad de operaciones .....	(I-II-III)
– Resolución de problemas de la vida cotidiana por medio de los números enteros .....	(I-II-III)

- Para que reconozcan los números enteros en la vida cotidiana se pondrán ejemplos cercanos al alumnado (subir, bajar, ganar, perder...), ayudándose de dibujos de las situaciones.
- Para trabajar los intervalos: Se explicarán los conceptos de (+ infinito) y (- infinito) sobre la recta numérica.
- Resta: Debe recalarse que no debe hacerse nunca una resta sin convertirla antes en suma, porque no existe una regla de los signos para la resta.
- Multiplicación: Para que diferencien las reglas de los signos de ambas operaciones se pondrá la realización de sumas y multiplicaciones con los mismos números.
- Prioridad de las operaciones:
  - Operaciones que estén dentro de paréntesis, corchetes o llaves.
  - Operaciones de la misma categoría, comenzar por la izquierda
  - Multiplicaciones y Divisiones.
  - Sumas y restas.
- El Nivel I hará las operaciones siempre en este orden.
  - Los Niveles II y III podrán utilizar otro orden cuando la operación sea una suma.
- Problemas: Insistir en que cualquier problema de sumas y restas de números enteros se ajusta a la ecuación,  $S.I. + V = S.F.$ , aunque pueden darse varias variaciones
  - Insistir en que, generalmente, los problemas con números enteros se resuelven de la misma forma que con números naturales.
- Calculadora: Para la suma y resta de números enteros no deben utilizarla, para que adquieran seguridad en el cálculo mental.
  - En clase se permitirá su uso, para hacer multiplicaciones o divisiones si los números son grandes para no perder demasiado tiempo en el cálculo.

## Temporalización

---

Al ser un tema tan importante, su estudio debe ser pormenorizado y se dedicará más tiempo que a cualquiera de los restantes que componen el currículo de Segundo de ESO. Dominar los números enteros es fundamental para el alumnado.

El tiempo mínimo que necesita el estudio de esta unidad es de 5 semanas, dependiendo siempre del nivel del grupo en que nos movamos. En el Nivel I se podrán emplear, si se considera necesario, más de esas cinco semanas en el tratamiento de los números enteros, a costa de tener que descontar el “tiempo extra” empleado en esta unidad del correspondiente a otras unidades menos básicas.

## CRITERIOS

- Reconocer, leer, escribir y representar correctamente números enteros ..... (I-II-III)
- Comparar y ordenar números enteros utilizando los signos apropiados ..... (I-II-III)
- Calcular correctamente conjuntos de números enteros que cumplan una condición, expresándolos sobre la recta numérica ..... (II-III)
- Calcular correctamente conjuntos de números enteros que cumplan dos condiciones, utilizando los Intervalos para expresarlos ..... (III)
- Sumar, restar, multiplicar y dividir números enteros aplicando adecuadamente las reglas de los signos y la prioridad ..... (I-II-III)
- Operar correctamente cuando aparezcan corchetes y llaves ..... (II-III)
- Aplicar las propiedades al cálculo con números enteros ..... (II-III)
- Resolver correctamente problemas por medio de los números enteros ..... (I-II-III)

## INSTRUMENTOS

En esta unidad se propondrán dos pruebas escritas (50% de la calificación):

1. *Una teórico-práctica, sobre propiedades de la suma y de la multiplicación, propiedad distributiva y sacar factor común (Niveles II y III)*
  - Consistirá en enunciar las propiedades de la suma y de la multiplicación y comprobarlas con ejemplos numéricos (Nivel II) y numéricos y literales (Nivel III). La propiedad distributiva y sacar factor común no se enunciarán sino que únicamente se comprobarán con ejercicios numéricos.
  - No se avisará de la fecha exacta de su realización pero, de antemano, conocerán que se va a pasar y en qué va a consistir.
  - Con esta prueba se pretende evaluar los hábitos de trabajo diario del alumnado así como su esfuerzo personal.
  - No se empleará una clase completa, con 20 minutos debe ser suficiente.
  - Se descontará de la calificación: 0,25 puntos, si  $5 < n^\circ$  de faltas  $< 10$   
0,50 puntos, si  $n > 10$ .
2. *Una prueba práctica sobre números enteros*
  - Consistirá en la realización de actividades y resolución de problemas.
  - Se plantearán, como en todas las unidades, dos pruebas distintas, según los niveles.

A) *Nivel I: Prueba de objetivos mínimos:*  
Constará de 8 ó 10 actividades.  
Para alcanzar el SUFICIENTE será necesario resolver el 50%.  
Para alcanzar el BIEN será necesario resolver el 90%, como mínimo.

B) *Niveles II y III: Prueba de objetivos propedéuticos y de excelencia:*  
Una composición aproximada de la prueba podría ser:  
4 actividades deberán coincidir o ser similares a las de objetivos mínimos.



- 3 actividades serán del Nivel II (Notable).
- 3 actividades serán, del Nivel III (Sobresaliente).
- Se alcanzará el SUFICIENTE resolviendo el 50% de las actividades.
- El descuento en la calificación será el expresado anteriormente.

Además de estas pruebas se emplearán el resto de instrumentos relacionados al hablar de Evaluación, en términos generales, con la siguiente ponderación:

- Pizarra (10%): Conceptos y procedimientos.
- Cuaderno (25%): Actitudes.
- Trabajo de clase (10%): Actitudes.
- Trabajo de casa (5%): Actitudes.

## Ejemplificación de pruebas de evaluación

### NIVEL I

1. a) Representa en la recta numérica estos enteros y ordénalos de mayor a menor, escribiendo entre ellos el signo de la desigualdad que corresponda:  
 $(+5), (-2), (+6), (-1), (0), (+1)$ .  
 b) Haz lo mismo pero ordenándolos de menor a mayor:  $(+2), (-10), (-4), (+5), (-1), (+4)$ .
2. Realiza las siguientes operaciones:
  - a)  $(+2) + (-5) + (-7) + (+6) + (-1) =$
  - b)  $(-5) - (+7) - (-3) - (+4) - (-1) =$
  - c)  $(+2) \cdot (-1) \cdot (-4) \cdot (-2) =$
  - d)  $(+20) : (-5) : (-2) =$
3. Aplica la prioridad que corresponda para resolver estas operaciones:
  - a)  $(+5) \cdot (-2) - (+4) : (+2) + (-5) \cdot (-1) =$
  - b)  $(+4+5) : (+4-1) - (-3-2) \cdot (+3-5) =$
  - c)  $(+5) \cdot [(+8) : (+4) - (+5)] - (+2) \cdot (-1) =$
4. ¿Qué número debemos sumar a  $(-8)$  para que la suma sea  $(+9)$ ?
5. En la madrugada de un día de invierno el termómetro marca  $2\text{ }^{\circ}\text{C}$  bajo cero y al mediodía marca  $8\text{ }^{\circ}\text{C}$  sobre cero. ¿Cuál ha sido la variación de la temperatura?

*Valoración y asignación de la calificación:*

La prueba vale el 60% de los objetivos máximos (6 puntos).

Todos los ejercicios valen 1 punto excepto el 1a y el 1b, que vale 0,5 puntos cada uno.

Si se obtienen 9, 10 puntos la calificación será de BIEN (6).

Si se obtienen 7, 8 puntos la calificación será de SUFICIENTE (5,5).

Si se obtienen 5, 6 puntos la calificación será de **SUFICIENTE** (5).  
Si se obtiene menos de 5 puntos la calificación será de **INSUFICIENTE**.

### NIVELES II Y III

1. Calcula el conjunto de números que cumple estas condiciones, expresándolo de la forma más adecuada para ti:

$$X \geq (+3)$$

2. Calcula el conjunto de números que cumple estas condiciones, expresándolo por medio de intervalos:

$$(+2) > X \geq (-3)$$

3. Realiza estas operaciones:

a)  $(-5) - (+7) - (-3) - (+4) - (-1) =$

b)  $(+5) \cdot (-2) - (+4) : (+2) + (-5) \cdot (-1) =$

c)  $(+5) \cdot [ (+8) : (+4) - (+5) ] - (+2) \cdot (-1) =$

d)  $(+4-5-1) \cdot [-4 + (-5+8) : (-3) ] - [(+2-3) \cdot [(-4) + (-5+3)]] =$

4. Realiza de dos formas distintas estas operaciones, indicando qué propiedad aplicas en cada una de ellas:

a)  $(-5) \cdot [ (+4) - (-3) + (-2) ] =$

b)  $(-4) \cdot (-2) + (+5) \cdot (-4) - (-3) \cdot (-4) =$

5. Una guerra entre dos pueblos rivales de la antigüedad comenzó en el año 215 antes de Cristo y terminó en el año 48 después de Cristo. ¿Cuántos años duró?

6. Un edificio de 30 pisos tiene el ascensor estropeado y para llegar a la azotea es preciso subir andando 540 peldaños (escaleras). Eva sube 30 peldaños por minuto y Sergio 45. ¿Cuánto tardará cada uno en subir a la azotea? ¿A cuántos peldaños de distancia estarán uno del otro al cabo de 5 minutos? ¿Cuántos peldaños de ventaja le habrá sacado Sergio a Eva cuando él llegue a la azotea?

*Valoración y asignación de la calificación:*

La prueba vale 10 puntos.

Cada ejercicio vale un punto.

La composición de la prueba es la siguiente:

Nivel I: Ejercicios 3a, 3b, 4a (de una forma), 4b (de una forma), 5.

Nivel II: Ejercicios 1, 3c, 4a (p. Distributiva), 4b (factor común).

Nivel III: Ejercicios 2, 4d, 6.

1. Copia y completa

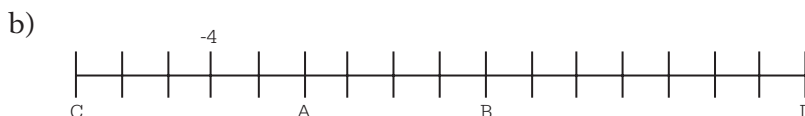
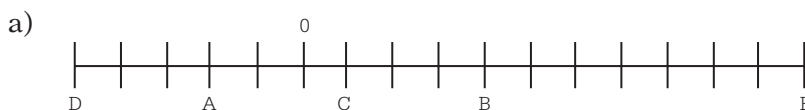
<i>Situación</i>	<i>Expresión matemática</i>
Debo 100 pts.	-100
La temperatura es de 17 °C sobre cero	
Estuvimos en el año 325 antes de Cristo	
Navegamos a 320 m bajo el nivel del mar	
El ascensor está en el 4° sótano	
No tengo ni debo nada	

2. Indica en cada situación cuál es el punto de partida:

- a) La altitud de una montaña.
- b) La temperatura.
- c) La situación económica.
- d) Los hechos históricos para los cristianos.

3. Sitúa sobre la recta numérica estos números enteros: (+5), (+4), (-1), (+7), (-2), (0).

4. Indica qué número entero representa cada una de las letras:



5. Ordena de mayor a menor estas temperaturas, después de situarlas en la recta numérica:

(-8 °C), (+5 °C), (-3 °C), (0 °C), (+1 °C)

6. Ordena de menor a mayor estas alturas, después de situarlas en la recta numérica:

(+5 m), (-4 m), (+3 m), (-7 m), (-1 m), (0 m)

7. Escribe el signo <, > según convenga entre estos pares de números enteros:

a) (-5) (+4)    b) (-2) (-6)    c) (+8) (+5)    (0) (-4)

8. Indica si son Verdaderas (V) o Falsas (F) estas desigualdades:

a) (-150) > (-100)    b) (+5) < (-10)  
 c) (+8) < (+12)    d) (-7) > (0)

9. Realiza las siguientes operaciones:

- a)  $(+8) + (-7) + (-5) + (-4) + (+8) =$
- b)  $(-5) - (+3) - (+4) - (-1) =$
- c)  $(+3) + (-5) - (-7) - (-2) =$
- d)  $-7 + (-8) - 4 - (-5) =$

10. Calcula.

- a)  $(+3) \cdot (+5) =$
- b)  $(+12) : (+6) =$
- c)  $(-18) : (+9) =$
- d)  $(-3) \cdot (-2) =$
- e)  $(-7) \cdot (-1) \cdot (+2) =$
- f)  $(+15) : (-5) : (+3) =$

11. Efectúa estas operaciones combinadas, teniendo en cuenta la prioridad:

- a)  $(-3) \cdot (+4) - (-5) : (-5) + (+2) \cdot (+3) =$
- b)  $(-5) - (-4) \cdot (+2) + (-8) : (+4) =$
- c)  $(+5) \cdot (+3+1) - (-2) \cdot (-1-2) =$
- d)  $(+4+6) : (+3+2) - (-5-1) \cdot (+2-3) =$
- e)  $(+5) \cdot [(-3) - (+5) \cdot (-1)] =$
- f)  $[(-4) : (-2) + (-3)] \cdot (-2)$

- 12.
- a) ¿Qué número sumado con (+7) da (+15)?
  - b) ¿Qué número sumado con (-8) da (-12)?
  - c) ¿Qué número sumado con (+5) da (-3)?
  - d) ¿Qué número sumado con (-5) da (+10)?

- 13.
- a) Calcula el número que al restarle (+5) da (+2).
  - b) Calcula el número que al restarle (-5) da (-8).
  - c) ¿Qué número debemos restarle al (+7) para que la diferencia sea (+2)?
  - d) ¿Qué número debemos restarle al (-6) para que la diferencia sea (-2)?

- 14.
- a) ¿Qué número multiplicado por (+5) da (+30)?
  - b) ¿Qué número multiplicado por (-3) da (-18)?
  - c) ¿Qué número multiplicado por (+4) da (-16)?
  - d) ¿Qué número multiplicado por (-4) da (+20)?

- 15.
- a) ¿Qué número dividido entre (+6) da (+2)?
  - b) ¿Qué número dividido entre (-4) da (-3)?
  - c) ¿Por qué número debe dividirse (+24) para que el cociente sea (-4)?
  - d) ¿Por qué número debe dividirse (-18) para que el cociente sea (-6)?

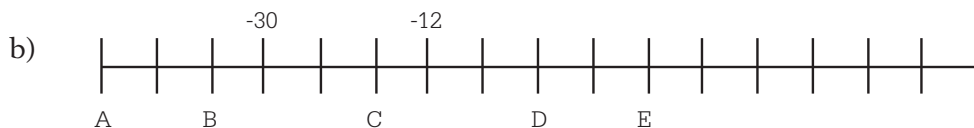
16. Copia y completa el siguiente cuadro:

<i>Situación inicial</i>	<i>Variación</i>	<i>Situación Final</i>	<i>Expresión matemática</i>
Estamos a 7 °C sobre cero	Sube la temperatura 5 °C	Estamos a 12 °C sobre cero	$(+7) + (+5) = (+12)$
Ana está en el km 30	Retrocede 20 km.		
Elena tiene 2000 pts.		Elena tiene 2500 pts.	
El ascensor está en la 5ª planta		El ascensor está en el sótano 3º	
Estamos a 100 m bajo el nivel del mar	Subimos 500 m.		

17. Ana es una persona preocupada por el medio ambiente y decide colaborar en su mejora. Se propone recoger cada día 5 papeles que vea en el suelo. ¿Cuántos papeles habrá cogido al cabo de una semana? Si una de las semanas se pone enferma durante 4 días, ¿cuántos papeles habrá dejado de recoger?
18. Un grupo de 6 amigos han hecho un trabajo por el que han cobrado 3.600 pts. ¿Cuánto le corresponde a cada uno?
19. Los chinos inventaron el papel el año 200 antes de Cristo. 2066 años más tarde se empezó a fabricar con pasta de papel. ¿Qué año se comenzó a fabricar con pasta de papel?
20. Nacho tenía 8.000 pts. en la hucha. El día de su cumpleaños su madre le da 5.000 pts. pero él tiene que pagar la merienda de sus amigos que cuesta 3.000 pts. ¿Cuánto dinero tiene en la hucha después de pagar el cumpleaños?

## NIVEL II

1. ¿Qué números enteros representan las letras situadas en la recta numérica?



2. a) Ordena de mayor a menor estos enteros: -7, +5, +1, -1 y 0

b) Ordena ahora de menor a mayor: -3, 0, +2, -10, y -7

3. Calcula los conjuntos de números enteros que cumplen estas condiciones:

a)  $X < 5$     b)  $X > -3$     c)  $X \geq +2$     d)  $X \leq -5$

4. ¿Puedes encontrar un número cuyo valor absoluto sea 8? ¿Habrá alguno cuyo valor absoluto sea (-2)? Explica tus respuestas.

5. Copia y completa la tabla. Indica después qué propiedades has aplicado.

$a$	$b$	$c$	$a+b$	$b+a$	$a+0$	$(a+b)+c$	$a+(b+c)$	$a+(-a)$
+6	-7	+4						
-5	+8	-3						
+7	-7	0						

6. Copia y completa la tabla. Indica después qué propiedades has aplicado.

$a$	$b$	$c$	$a \cdot c$	$c \cdot a$	$b \cdot 0$	$b \cdot 1$	$a \cdot (b \cdot c)$	$(a \cdot b) \cdot c$
+2	+3	+4						
-1	-2	-3						
+6	+5	+5						

7. Realiza estas operaciones:

a)  $(+5) + (-7) - (-6) - (+5) =$

b)  $(+4-6) - (-7+2) + (-1-3) - (-2+7) =$

c)  $(+3) \cdot (-5) \cdot (-4) =$

d)  $(+12) : (-4) : (-3) =$

8. Efectúa teniendo en cuenta la prioridad:

a)  $(+5) \cdot (-3) - (-12) : (+6) + (+5) \cdot (+2) =$

b)  $(+3 + 1) \cdot (-2-1) - (+6-10) : (+5-3) + (-3-7) =$

c)  $(+3) \cdot [(-2) \cdot (+5) - (-10) : (-5)] - (-4) =$

d)  $(+2-5) \cdot [(-4+6) : (-1-1) - (+4-5)] + (-7+1) : (-3) =$

e)  $[(+5) + (-3+6) \cdot (-2)] - [(-4+10) : (-3) - (-5)] =$

9. Realiza de dos formas distintas estas operaciones:

a)  $(+5) \cdot [(-6) + (-2) - (-1)] =$

b)  $[(+5) - (-4) + (-3)] \cdot (-2) =$

10. Calcula, sacando factor común:

a)  $(-5) \cdot (+8) - (-7) \cdot (-5) + (-4) \cdot (-5) =$

b)  $(+4) \cdot (-5) + (+4) \cdot (+4) - (-8) \cdot (+4) =$

11. a) Expresa el (-12) como suma de dos enteros, de cuatro formas distintas.  
 b) Expresa el (+4) como diferencia de dos enteros, de cuatro formas distintas.  
 c) Expresa el (+12) como producto de dos enteros, de todas las formas posibles.  
 d) Expresa el (+3) como cociente de dos enteros, de cuatro formas distintas.

12. Amaya y Jorge van en bicicleta y salen del mismo lugar. Amaya avanza 6 km y luego retrocede 2 km, mientras que Jorge avanza 8 km y retrocede 5 km.

- a) ¿A qué distancia se encuentra uno del otro?  
 b) ¿Quién ha avanzado más de los dos?  
 c) ¿Quién ha recorrido más km?

13. Se cree que Arquímedes inventó el tornillo. Después de 2146 años se inventó el ordenador, en 1946. ¿En qué año inventó Arquímedes el tornillo?
14. Una máquina de hacer pozos perfora 15 m al día. Si ha tardado 8 días en perforar un pozo de petróleo, ¿qué profundidad tiene el pozo?
15. El nivel del agua de una presa ha disminuido 8 cm diarios durante 6 días. A causa de las intensas lluvias caídas los 3 días siguientes ha subido el nivel 7 cm diarios. ¿Cuál ha sido el desnivel total del agua de la presa?
16. Pitágoras murió el año 493 a de C y nació en el 580 a.C. ¿Cuántos años vivió?
17. Entre los días 8 y 15 de enero la temperatura de Pamplona tuvo la misma variación diaria. Si la variación total fue de  $-14^{\circ}\text{C}$ , ¿cuál fue la variación da cada día?
18. Copia el siguiente cuadro y coloca dentro de él los números  $+1, -1, +2, -2, +3, -3, +4, -4$  y  $0$  de forma que sumen lo mismo todas las filas y todas las columnas:


19. Un concursante televisivo responde bien a 4 preguntas de las 10 que le han planteado. Si por cada acierto le dan 3 puntos y por cada fallo le quitan 2 puntos. ¿Cuántos puntos ha conseguido en total?
20. La suma de dos enteros es un número negativo y el producto de los mismos es un número positivo. ¿Cuál es el signo de cada uno? Compruébalo con un ejemplo.

### NIVEL III

1. Expresa con intervalos los conjuntos de números que cumplen estas condiciones:  
 a)  $X \geq 5$     b)  $-3 < X < 2$     c)  $+4 \geq X > -1$     d)  $-3 < X < -4$
2. Realiza estas operaciones:  
 a)  $(+5-2) \cdot [(-3) : (+2+1) - (-5)] - [(-4+6) - (-5-2) \cdot (-1)]$   
 b)  $(-4+5-1) - \{ (+5-7) - [(-5+9) + (-2+1)] - (-1) \}$   
 c)  $(-5) \cdot \{ (+4) - [(-7-1) : (+4) - (-5)] - (+5-8) \}$   
 d)  $[(-4+7) - (-8) : (+2)] \cdot \{ (-7) - [-3 + (8+2) : (-2-3)] + (-4+1-2) \}$
3. Indica si estas afirmaciones son verdaderas (V) o falsas (F) y pon ejemplos para comprobar tus respuestas:  
 a) El producto de dos enteros es igual al producto de sus opuestos.  
 b) El producto de tres enteros es igual al producto de sus opuestos.
4. El cociente de dos números enteros, ¿puede ser mayor que el dividendo? Pon un ejemplo que justifique tu respuesta.

5. a) Expresa el (-12) como suma de tres enteros, de 4 formas distintas.  
 b) Descompón el (+20) como producto de tres factores, de todas las formas posibles.  
 c) Expresa el (-15) como diferencia de tres enteros, de 4 formas distintas.
6. Realiza sacando factor común:  
 a)  $18xy - 12xh + 6x =$   
 b)  $4ab - 12ba + 20a =$
7. Escribe los números que cumplan estas condiciones:  
 a) Su producto por (-5) es positivo.  
 b) Su opuesto es menor que 8.  
 c) Su valor absoluto es igual al resultado de esta operación  $-(-13) + 5 \cdot (-6+2)$   
 d) ¿Hay algún número entero que cumpla a la vez las tres condiciones anteriores?
8. En una localidad han ocurrido las siguientes variaciones en la población durante el año 1.999: Ha habido 54 nacimientos, 67 defunciones, 34 emigrantes y 450 inmigrantes. Si al comenzar el año 2000, la población ascendía a 6.000 personas. ¿Cuántas personas había al comenzar el año 1999?
9. Manuel juega al baloncesto con su hermana Mercedes. Por cada canasta que consi-guen suman 3 puntos y por cada fallo pierden 2 puntos. Si Mercedes ha sumado 15 puntos después de 10 lanzamientos a canasta. ¿Cuántas canastas ha metido?
10. Entre un número entero positivo y otro negativo hay cuatro números enteros conse-cutivos que suman 2. ¿Cuáles son esos números?
11. Resuelve este crucigrama numérico:

2	:	-1	=	
+		-		-
-3	x		=	
=		=		=
	-	-2	=	

12. Un edificio de 30 pisos tiene el ascensor estropeado y para llegar a la azotea es preci-so subir andando 540 peldaños (escaleras). Eva sube 30 peldaños por minuto y Sergio 45. ¿Cuánto tardará cada uno en subir a la azotea? ¿A cuántos peldaños de distancia estarán uno del otro al cabo de 5 minutos? ¿Cuántos peldaños de ventaja le habrá sa-cado Sergio a Eva cuando él llegue a la azotea?
13. Una cuadrilla de amigos y amigas salen a cenar. Ponen un fondo común para pagar y al final de la noche les sobran 600 pts, que son la décima parte de lo que han puesto. ¿Cuánto pusieron entre todos? ¿Cuánto gastó cada uno?



- 14.** Completa estas series, sabiendo que para pasar de uno a otro debe sumarse siempre el mismo número.
- a) -3, , , -12
- b) -13, , , , +7
- 15.** En el fondo de un pozo de 13 m de profundidad se encuentra un caracol. Quiere salir de él y para ello cada día sube 3m, pero por la noche se despista y baja 2 m. ¿Cuántos días tardará en llegar a la boca del pozo?
- 16.** José comienza la semana con 20 cromos. El lunes juega con su amigo Luis y pierde 3 cromos pero se compra 7; el martes gana 5 y luego pierde 2. Durante los tres días siguientes compra 8 cada día pero va perdiendo también 6 cada día. ¿Cuántos cromos tendrá al terminar el viernes?
- 17.** Un buque frigorífico ha pescado gran cantidad de calamares y se dispone a congelarlos. En su cámara frigorífica la temperatura desciende 3 °C cada 5 minutos. Si al principio la cámara está a 9 °C, ¿cuánto tardará en alcanzar (-27 °C). ¿Qué temperatura tendrá al cabo de dos horas y media?
- 18.** El producto de tres números enteros es -6. Si sus valores absolutos son distintos y no tienen todos el mismo signo, ¿cuáles son esos números? ¿Es única la solución o hay más de una? Escribe todas las soluciones que conozcas.
- 19.** Una señora sale de compras con cierta cantidad de dinero. Gasta 5.500 pts en el supermercado, saca 6.000 pts del cajero, se compra una blusa de 10.300 pts y regresa a casa con 200 pts. ¿Con cuánto dinero salió de casa?
- 20.** En un termómetro en el que aparecen señaladas las temperaturas (-10 °C) y 40 °C la diferencia entre dos señales es siempre la misma, una cantidad de grados entera y mayor que 1. ¿De cuántas maneras puede señalarse ese termómetro?



Unidad n.º 2

El número racional:  
suma, resta,  
multiplicación y división

---



- Comprender la necesidad de la aparición del conjunto  $Q$ , como respuesta a situaciones imposibles de resolver con los conjuntos  $N$  y  $Z$  ..... (I-II-III)
- Identificar, ordenar, comparar y representar números racionales ..... (I-II-III)
- Operar con agilidad con números racionales, respetando la prioridad de las operaciones, así como los paréntesis ..... (I-II-III)
- Operar con agilidad, cuando aparezcan corchetes y llaves ..... (II-III)
- Identificar los números decimales como una nueva forma de expresión de los n. racionales (I-II-III)
- Dominar las operaciones elementales con decimales ..... (I-II-III)
- Resolución de problemas por medio de números racionales y/o decimales ..... (I-II-III)

## Contenidos

### CONCEPTOS

1. Necesidad (situaciones que no se resuelven con números enteros) ..... (I-II-III)
2. Concepto y elementos ..... (I-II-III)
3. Representación en la recta numérica, ordenación y comparación.
  - 3.1. Comparación representado en la recta ..... (I-II-III)
  - 3.2. Comparación y ordenación sin representar ..... (II-III)
4. Fracciones equivalentes:
  - 4.1. Concepto ..... (I-II-III)
  - 4.2. Amplificar ..... (I-II-III)
  - 4.3. Simplificar ..... (I-II-III)
  - 4.4. Fracciones con términos enteros ..... (II-III)
5. Suma:
  - 5.1. Reducir a mínimo común denominador con términos naturales ..... (I-II-III)
  - 5.2. Reducir a mínimo común denominador con el numerador entero ..... (I-II-III)
  - 5.3. Propiedades:
    - 5.3.1. Enunciado y ejemplos con números ..... (II-III)
    - 5.3.2. Enunciado y ejemplos con números y letras ..... (III)
6. Resta:
  - 6.1. Reducir a mínimo común denominador con términos naturales ..... (I-II-III)
  - 6.2. Reducir a mínimo común denominador con términos enteros ..... (II-III)
7. Multiplicación:
  - 7.1. Sin simplificar o simplificando sólo números iguales. Términos naturales ..... (I-II-III)
  - 7.2. Simplificando todo lo posible antes de multiplicar y términos enteros ..... (II-III)
  - 7.3. Propiedades:
    - 7.3.1. Enunciado y ejemplos con números ..... (II-III)
    - 7.3.2. Enunciado y ejemplos con números y letras ..... (III)
    - 7.3.3. Propiedad distributiva ..... (II-III)
8. División:
  - 8.1. Multiplicando por el inverso del divisor, sin simplificar. Términos naturales ..... (I-II-III)
  - 8.2. Simplificando antes y con términos enteros ..... (II-III)

9. Prioridad de operaciones:	
9.1. Paréntesis y términos naturales .....	(I-II-III)
9.2. Corchetes y términos enteros .....	(II-III)
9.3. Llaves y términos enteros .....	(III)
10. Problemas de aplicación:	
10.1. Con una sola operación y que sean fáciles de dibujar .....	(I-II-III)
10.2. Con dos operaciones, conociendo la cantidad total .....	(I-II-III)
10.3. Con dos operaciones, no conociendo la cantidad total .....	(II-III)
10.4. Con más de dos operaciones y con cualquier grado de dificultad, sin hacer dibujo .....	(III)
11. Número decimal:	
11.1. Conversión de una fracción en decimal. ( <i>Nivel I ayudándose de calculadora</i> ) .....	(I-II-III)
11.2. Clases de decimales con su expresión correcta .....	(I-II-III)
11.3. Fracción Generatriz, forma de obtenerla .....	(II-III)
11.4. Fracción Generatriz, deducción .....	(III)
11.5. Operaciones con decimales exactos .....	(I-II-III)
11.6. Operaciones con decimales periódicos .....	(II-III)
12. Problemas de aplicación:	
12.1. Con decimales exactos y una o dos operaciones .....	(I-II-III)
12.2. Con decimales y fracciones combinados y una o dos operaciones .....	(II-III)
12.3. Con cualquier dificultad y más de dos operaciones .....	(III)

## PROCEDIMIENTOS

– Utilización de los números racionales como expresión de situaciones cotidianas .....	(I-II-III)
– Reconocimiento de los elementos, lectura y escritura .....	(I-II-III)
– Representación, comparación y ordenación .....	(I-II-III)
– Utilización de los intervalos para comparar y ordenar .....	(III)
– Amplificación y simplificación para la obtención de fracciones equivalentes .....	(I-II-III)
– Realización de sumas, restas, multiplicaciones y divisiones combinadas, siendo sus denominadores ( <i>naturales/Nivel I</i> ) o enteros .....	(I-II-III)
– Comprobación de las propiedades de la suma y multiplicación con ejercicios numéricos .....	(II-III)
– Comprobación de las propiedades de la suma y multiplicación con ejercicios literales .....	(III)
– Aplicación de la prioridad en actividades numéricas .....	(I-II-III)
– Resolución de problemas de la vida diaria por medio de los números racionales .....	(I-II-III)
– Conversión de una fracción en decimal ( <i>Nivel I con calculadora</i> ) .....	(I-II-III)
– Reconocimiento, lectura y escritura de números decimales ( <i>exactos/Nivel I</i> ) o periódicos .....	(I-II-III)
– Cálculo de la fracción generatriz de los decimales exactos y periódicos .....	(II-III)
– Deducción de la fracción generatriz de los decimales periódicos .....	(III)
– Realización de operaciones con decimales ( <i>exactos/Nivel I</i> ) o periódicos .....	(I-II-III)
– Resolución de problemas por medio de números decimales .....	(I-II-III)

## Orientaciones metodológicas

---

- Las situaciones se ajustarán a su entorno y nivel (compras, repartos...).
- En la representación en la recta numérica, que suele ser complicada al principio, sería conveniente:
  - Marcar las unidades enteras en la parte superior de la recta numérica para representar las fracciones en la parte inferior y así poder apreciar las equivalencias.
  - Comenzar representando fracciones menores que la unidad, para seguir con las que equivalen a unidades enteras y terminar con las mayores que la unidad.
- Es conveniente repasar el MCM porque se necesitará para comparar, ordenar, obtener fracciones equivalentes, sumar y restar.
- Operaciones combinadas: Es conveniente estudiar la prioridad antes de comenzar a operar. Una vez repasada es aconsejable realizar cada operación elemental aparte y en orden, no mezclando nunca dos operaciones y simplificando, cuando sea posible, cada resultado obtenido para evitar que las cantidades se hagan demasiado grandes.
- Problemas: Antes de comenzar a resolverlos conviene dar unas indicaciones que les proporcionen seguridad en sí mismos y hagan desaparecer el “típico bloqueo mental” de los alumnos ante estos problemas. Tienen dificultad parecida a los realizados con números naturales o enteros, sólo cambia el tipo de número empleado y por lo tanto el procedimiento para realizar las operaciones. Suele ser una ayuda muy importante la representación del problema en dibujos sencillos.
- Decimales: No debe hacerse nunca una operación con decimales periódicos sin convertirlos antes en fracciones (fracción generatriz).
- Calculadora: Se utilizará en clase para convertir una fracción en decimal y para comprobar los resultados.

## Criterios de evaluación

---

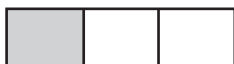
- Reconocer, leer, escribir y representar correctamente números racionales y decimales . (I-II-III)
- Comparar y ordenar correctamente números racionales y decimales, utilizando los signos apropiados ..... (I-II-III)
- Realizar correctamente operaciones combinadas con números racionales aplicando la regla de los signos y respetando la prioridad ..... (I-II-III)
- Operar correctamente con números racionales cuando aparezcan corchetes y llaves .. (II-III)
- Calcular con seguridad el decimal equivalente a una fracción, distinguiendo la clase a la que pertenece ..... (I-II-III)
- Calcular con seguridad la fracción generatriz equivalente a un decimal exacto o periódico ..... (II-III)
- Operar con agilidad y corrección con decimales ..... (I-II-III)
- Resolver correctamente problemas por medio de números racionales o decimales ..... (I-II-III)



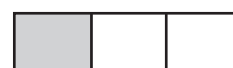


1. En la fiesta de cumpleaños de María se reparten trozos de tarta. Luis recibe  $\frac{1}{3}$  de tarta; Pedro  $\frac{2}{5}$ ; Ana  $\frac{5}{5}$ ; y Lidia  $\frac{3}{2}$ . Representa cada una de las fracciones sabiendo que las tartas tienen forma rectangular.

2. Indica la fracción que representa cada gráfico:



+



3. Lee estas fracciones:

$$\frac{4}{5}, \quad \frac{3}{2}, \quad \frac{5}{12}, \quad \frac{7}{35}$$

4. Escribe en forma de fracción la parte que se indica en cada caso:

- a) De 8 cromos que tenía he perdido 5.
- b) De los 30 alumnos de una clase, 17 son chicas.
- c) Han venido 120, de los 500 alumnos de un instituto.
- d) Conozco a todos los alumnos de mi instituto que son 480.

5. Representa en la recta numérica estas fracciones (sugerencia: señala las unidades enteras en la parte superior de la recta antes de comenzar a representar fracciones):

$$\text{a) } \frac{3}{4} \text{ y } \frac{-4}{5} \quad \text{b) } \frac{3}{3} \text{ y } \frac{-2}{2} \quad \text{c) } \frac{5}{4} \text{ y } \frac{-6}{5}$$

6. Calcula el Mínimo Común Múltiplo (MCM) de estos grupos de números:

- a) 40, 120 y 60
- b) 25, 15 y 9

7. Reduce a mínimo común denominador estos grupos de fracciones:

$$\text{a) } \frac{2}{3}, \frac{3}{6}, \frac{4}{12} \text{ y } \frac{1}{9}$$

$$\text{b) } \frac{3}{4}, \frac{2}{10}, \frac{5}{25} \text{ y } \frac{1}{2}$$

8. Escribe el signo  $>$  o el signo  $<$ , según corresponda, entre estos pares de fracciones:

a)  $\frac{1}{2}$     $\frac{3}{4}$    b)  $\frac{5}{6}$     $\frac{4}{5}$    c)  $\frac{3}{2}$     $\frac{4}{4}$    d)  $\frac{4}{3}$     $\frac{1}{12}$

9. Ordena estas fracciones:

a) De mayor a menor:  $\frac{4}{3}$ ,  $\frac{1}{5}$ ,  $\frac{2}{3}$ ,  $\frac{4}{7}$  y  $\frac{0}{2}$

b) De menor a mayor:  $\frac{1}{10}$ ,  $\frac{5}{2}$ ,  $\frac{3}{5}$ , y  $\frac{8}{3}$

10. Calcula cuatro fracciones equivalentes en cada caso:

$$\frac{3}{2}, \frac{8}{7}, \frac{5}{5}, \frac{8}{12}$$

11. Simplifica estas fracciones hasta obtener la fracción irreducible:

$$\frac{35}{40}, \frac{60}{100}, \frac{75}{150}, \frac{24}{96}$$

12. Completa el término que falta para que las fracciones sean equivalentes:

a)  $\frac{4}{6} = \frac{\square}{18}$    b)  $\frac{12}{15} = \frac{4}{\square}$    c)  $\frac{\square}{9} = \frac{16}{18}$    d)  $\frac{25}{\square} = \frac{100}{36}$

13. Realiza estas operaciones:

a)  $\frac{2}{3} + \frac{5}{8} + \frac{1}{2}$    b)  $\frac{4}{5} - \frac{2}{6} - \frac{1}{3}$    c)  $\frac{4}{3} - \frac{1}{2} + \frac{2}{5} - \frac{7}{30}$    d)  $\frac{2}{5} + 3 - \frac{1}{2} + 2$

14. Calcula y simplifica el resultado cuando sea posible:

a)  $\frac{3}{4} + \left(\frac{-2}{3}\right) + \frac{1}{5}$    b)  $\left(\frac{-2}{5}\right) - \left(\frac{2}{6}\right) + \left(\frac{-1}{2}\right)$    c)  $\frac{4}{9} - \left(\frac{-5}{6}\right) + (-2) - \frac{1}{3}$

15. Calcula y simplifica, cuando sea posible:

a)  $\left(\frac{2}{5} - \frac{1}{2}\right) - \left(\frac{3}{4} + \frac{2}{6}\right) + \left(\frac{1}{5} + 1\right)$   
b)  $\frac{4}{5} + \left(\frac{1}{2} + \frac{2}{5} + \frac{1}{10}\right) - \left(\frac{5}{6} - 1 + \frac{3}{4}\right)$   
c)  $2 - \frac{3}{4} - \left(1 + \frac{2}{3}\right) + \left(\frac{4}{6} - 1\right)$

16. Un muchacho toma  $1/4$  de litro de leche para desayunar;  $3/5$  de litro para merendar y  $2/5$  de litro para cenar. ¿Cuánta leche ha tomado al cabo del día?

17. Pedro ha perdido  $1/6$  de su colección de cromos y ha regalado  $2/3$  de la colección. ¿Qué fracción representan los que ha perdido y regalado juntos? ¿Qué fracción representa el total de cromos de la colección? ¿Qué fracción de cromos le queda todavía?

**18.** Realiza estas operaciones y simplifica:

a)  $\frac{4}{3} \cdot \frac{5}{6}$     b)  $\frac{3}{2} \cdot \frac{4}{6}$     c)  $\frac{5}{8} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{5}$     d)  $2 \cdot \frac{3}{5} \cdot \frac{5}{6}$

**19.** Calcula y simplifica:

a)  $\frac{5}{8} : \frac{10}{16}$     b)  $\frac{2}{3} : \frac{8}{6}$     c)  $\frac{4}{5} : 2$     d)  $2 : \frac{3}{4}$

**20.** Calcula y simplifica:

a)  $\frac{4}{5} \cdot \frac{3}{4} : \frac{1}{2}$     b)  $\frac{8}{9} : \frac{4}{6} : \frac{1}{2}$     c)  $\frac{7}{2} : \frac{4}{3} \cdot \frac{2}{6}$

**21.** Los  $\frac{4}{5}$  de los alumnos de 2º B de ESO han aprobado un control de matemáticas. Si en la clase hay 30 alumnos, ¿cuántos han aprobado?

**22.** Tengo un rollo de alambre de 50 m y necesito cortar trozos de  $\frac{5}{2}$  de m. ¿Cuántos trozos podré cortar?

**23.** He comprado  $\frac{3}{4}$  kg de carne a 1.600 pts el kg. ¿Cuánto debo pagar?

**24.** De los 50 alumnos de 2º de ESO,  $\frac{1}{5}$  lleva gafas y  $\frac{3}{10}$  son rubios. ¿Cuántos alumnos llevan gafas? ¿Cuántos son rubios? ¿Cuántos ni son rubios ni llevan gafas? ¿Qué fracción del total representan estos últimos?

**25.** Calcula, teniendo en cuenta la prioridad:

a)  $\frac{4}{5} \cdot \frac{1}{2} + \frac{3}{2} : \frac{6}{4}$     b)  $\left(\frac{2}{5} + 1\right) : \left(\frac{4}{5} - \frac{2}{3}\right)$   
c)  $\left(\frac{3}{2} \cdot \frac{1}{6}\right) - \left(\frac{2}{5} + \frac{1}{2}\right) + \left(\frac{3}{4} : \frac{6}{12}\right)$

**26.** Expresa estas fracciones en forma decimal y escríbelos apropiadamente:

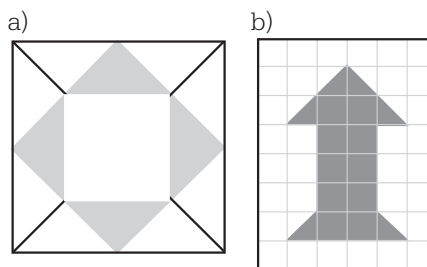
a)  $\frac{3}{4}$     b)  $\frac{3}{9}$     c)  $\frac{5}{6}$

**27.** Realiza estas operaciones con decimales (ten cuidado con la colocación de las comas):

a)  $42,25 + 127 + 382,5 + 0,7281$   
b)  $252,735 - 46,82$   
c)  $42,75 \cdot 3,54$   
d)  $82,753 : 6$        $34567 : 5,2$        $6927,34 : 4,3$

**28.** Hemos comprado 2,5 kg de calamares a 750,5 pts el kg y 0,5 kg de queso a 1.200,75 pts el kg. Si pagamos con 10.000 pts, ¿cuánto nos devolverán?

1. Indica la fracción que representa la parte sombreada:



2. Representa sobre la recta numérica estas fracciones:

a)  $\frac{4}{6}, \frac{-3}{4}, \frac{5}{5}, \frac{-8}{2}, \frac{9}{3}$       b)  $\frac{-1}{3}, \frac{7}{2}, \frac{-6}{4}, \frac{15}{6}, \frac{0}{3}$

3. Calcula el mínimo común múltiplo de estos números:

a) 120, 80 y 160.

b) -20, 50 y -150.

4. Reduce a mínimo común denominador estas fracciones:

a)  $\frac{3}{4}, \frac{-5}{8}, \frac{-1}{2}, \frac{7}{12}$       b)  $\frac{-1}{3}, \frac{6}{9}, \frac{-8}{6}, \frac{-4}{2}$

5. Compara estos pares de fracciones colocando entre ellas el signo que corresponda:

a)  $\frac{5}{8} \quad \frac{7}{3}$       b)  $\frac{-7}{2} \quad \frac{1}{5}$       c)  $\frac{-2}{3} \quad \frac{-3}{4}$       d)  $\frac{7}{8} \quad \frac{-2}{2}$

6. Ordena estas fracciones:

a) De mayor a menor:  $\frac{3}{5}, \frac{-1}{2}, \frac{0}{4}, \frac{3}{3}, \frac{-4}{3}$

b) De menor a mayor:  $\frac{1}{3}, \frac{-8}{5}, \frac{0}{2}, \frac{-1}{2}, \frac{2}{2}$

7. Escribe fracciones equivalentes a las propuestas que tengan denominador positivo:

$$\frac{-4}{3}, \frac{5}{-4}, \frac{-4}{-6}, -\frac{-7}{-8}$$

8. a) Escribe una fracción equivalente a  $-3/4$  que tenga como denominador 20  
 b) Escribe una fracción equivalente a  $5/-8$  que tenga como numerador -15  
 c) Escribe una fracción equivalente a  $-6/-9$  que tenga como denominador 36  
 d) Escribe una fracción equivalente a  $1/2$  cuyo denominador esté comprendido entre -10 y -2

9. Calcula 4 fracciones equivalentes en cada caso:

$$\frac{-8}{15}, \frac{7}{-12}, \frac{-4}{-9}, -\frac{-6}{-5}$$

10. Simplifica hasta obtener la fracción irreducible, con denominador positivo:

$$\frac{-140}{280}, \frac{75}{-18}, \frac{-240}{-720}, -\frac{-350}{-700}$$

11. Realiza estas operaciones simplificando el resultado siempre que sea posible:

$$\text{a) } \frac{4}{8} - \frac{1}{2} + \frac{7}{5} - \frac{2}{10} \quad \text{b) } \frac{5}{6} \cdot \frac{6}{5} \cdot \frac{7}{8}$$

$$\text{c) } \frac{4}{3} : \frac{2}{6} : \frac{1}{3} \quad \text{d) } \frac{4}{5} - \left(\frac{-2}{3}\right) + \left(\frac{-5}{2}\right) - 1$$

12. Calcula, simplificando los resultados que vayas obteniendo:

$$\text{a) } \left(\frac{2}{3} + \frac{1}{5}\right) - \left(2 - \frac{1}{3}\right) + \left(\frac{4}{6} - 1\right)$$

$$\text{b) } \left(\frac{2}{3} - \frac{3}{4}\right) \cdot \left(\frac{4}{5} + \frac{1}{10}\right) - \left(\frac{6}{2} : \frac{12}{6}\right) + \left(\frac{-1}{5}\right)$$

$$\text{c) } \left(\frac{2}{5}\right) \cdot \left[\left(\frac{3}{2} + 1\right) : \left(2 - \frac{3}{4}\right)\right] - \left(\frac{4}{3} + \frac{2}{6}\right)$$

$$\text{d) } -\frac{3}{2} + \frac{1}{5} + \frac{\frac{2}{3} : \frac{-6}{4}}{\frac{3}{5} \cdot \frac{6}{4}}$$

$$\text{e) } \frac{\frac{1}{2} \cdot \left(\frac{5}{6} - \frac{1}{2}\right)}{\frac{1}{2} \cdot \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{3}\right)} + \left(\frac{2}{3} - \frac{1}{5}\right)$$

13. Copia y completa la tabla indicando las propiedades que se aplican:

$a$	$b$	$c$	$a+c$	$c+a$	$b+0$	$Op(c)$	$a+(b+c)$	$(a+b)+c$
$1/2$	$3/4$	$2/3$						
$-2/3$	$4/2$	$5/6$						
$-1/2$	$-4/3$	$1/3$						

14. Copia y completa la tabla indicando las propiedades que se aplican:

$a$	$b$	$c$	$a \cdot c$	$c \cdot a$	$b \cdot 0$	$b \cdot 1$	$Op(a)$	$Inv(a)$	$(a \cdot b) \cdot c$	$a \cdot (b \cdot c)$
$1/2$	$2/3$	$3/4$								
$-2/5$	$1/4$	$5/3$								
$-1/3$	$5/2$	$-4/5$								

15. Realiza de dos formas distintas cada una de las operaciones:

$$a) \left(\frac{2}{3}\right) \cdot \left(\frac{4}{5} + \frac{2}{3} - \frac{1}{2}\right) \quad b) \left(\frac{-3}{4}\right) \cdot \left[\left(\frac{-1}{2}\right) + \left(\frac{-5}{6}\right) - \left(\frac{1}{4}\right)\right]$$

16. Realiza de dos formas distintas cada una de las operaciones:

$$a) \frac{2}{3} \cdot \frac{3}{4} + \frac{2}{3} \cdot \frac{5}{6} - \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} \quad b) \left(\frac{-1}{2}\right) \cdot \left(\frac{4}{5}\right) - \left(\frac{5}{8}\right) \cdot \left(\frac{-1}{2}\right) + \left(\frac{-1}{2}\right) \cdot \left(\frac{-2}{3}\right)$$

17. A un concierto de rock asistieron 1.200 personas que representan los  $2/5$  del aforo de la discoteca. ¿Cuántas personas pueden estar en esa discoteca?

18. Una familia gasta  $1/2$  de sus ingresos mensuales en alimentación;  $1/3$  en vivienda y el resto en otros gastos. ¿Qué fracción emplea en otros gastos? Si en otros gastos ha empleado 40.000 pts., ¿a cuánto ascienden los ingresos?

19. En las elecciones municipales de un pueblo, el PP obtiene los  $3/8$  de los votos; el PSOE los  $2/5$  y el resto de los votos son para el partido Verde. Si el censo electoral es de 4.800 personas. ¿Cuántos votos ha obtenido el partido Verde?

20. Un depósito está lleno de agua. Se sacan los  $3/4$  de su contenido y más tarde los  $2/3$  de lo que quedaba con lo que todavía quedan en el depósito 200 litros. Averigua la capacidad del depósito.

21. Los  $3/4$  de los  $2/3$  del dinero de Pedro son 1.000 pts. ¿Cuánto dinero tiene Pedro?

22. El contenido de un bidón de agua es de 100 litros. Si se quiere embotellar en botellas de  $3/4$  de litro, ¿cuántas serán necesarias?

23. Expresa en forma decimal estas fracciones, escribiendo esos decimales adecuadamente:

$$\frac{5}{8}, \frac{-3}{9}, \frac{5}{6}, \frac{-7}{12}$$

24. Calcula la fracción generatriz de cada uno de estos decimales, después de escribirlos correctamente:

$$1,15 \quad 0,424242... \quad 0,3555... \quad 1,151515... \quad 1,1555...$$

25. Realiza estas operaciones con decimales

$$a) 2,25 + 0,555... - 0,1666... \quad b) (0,666...) \cdot 0,2555... \\ c) 2,5 : 0,444... \quad d) (0,25 - 0,1444...) : 0,444...$$

26. De un terreno de 852,4 ha, los  $\frac{2}{5}$  se cultivan de trigo; 37,25 ha de cebada y el resto se vende a 25.525,75 pts la ha. ¿Cuánto dinero se obtiene de la venta?

NIVEL III

1. Calcula los conjuntos de números que cumplan las condiciones que se indican, expresándolos por medio de intervalos:

a)  $X < \frac{2}{3}$     b)  $X \geq \frac{-6}{5}$     c)  $\frac{-2}{3} < X < \frac{4}{5}$     d)  $\frac{-2}{5} \leq X \leq \frac{5}{2}$

2. Simplifica estas fracciones descomponiendo sus términos en factores primos, previamente:

$$\frac{200}{450}, \frac{-180}{900}, \frac{-240}{-720}, -\frac{-480}{-320}$$

3. Copia y completa la tabla indicando las propiedades que se aplican:

$m$	$p$	$h$	$m+p$	$p+m$	$h+0$	$Op(m)$	$(m+p)+h$	$m+(p+h)$
a/b	c/d	e/f						

4. Copia y completa la tabla indicando las propiedades que se aplican:

$m$	$p$	$h$	$p.h$	$h.p$	$m.0$	$m.1$	$Op(m)$	$Inv(m)$	$(m.p).h$	$m.(p.h)$
a/b	c/d	e/f								

5. Calcula, simplificando los resultados que vayas obteniendo:

a) 
$$\frac{\frac{3}{4} - \left(\frac{4}{5} - \frac{2}{3}\right) \cdot \left(\frac{-1}{2}\right)}{2 - \frac{\frac{3}{2} : \left(\frac{5}{4} - 1\right)}{\frac{6}{3} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{4}{5}}}$$

b) 
$$2 - \frac{\frac{7}{2} \cdot \frac{\left(\frac{4}{3} - 1\right) : \frac{2}{3}}{\frac{3}{2} - \frac{5}{6} \cdot \frac{1}{5}}}{\frac{4}{3} - \left(\frac{2}{3} - 1\right) \cdot \left(\frac{3}{4}\right)} + \frac{\left(\frac{-3}{4} + \frac{1}{2}\right) \cdot \left(\frac{-6}{8} + 1\right)}{\frac{2}{3} : \left(1 - \frac{-3}{4}\right)}$$

$$\frac{5}{2} - \left(\frac{2}{3} : \frac{-4}{9}\right)$$

6. Completa los espacios en blanco para obtener el resultado indicado en cada caso:

$$\text{a) } \frac{3}{4} + \square - 2 + \frac{1}{4} = \frac{3}{2}$$

$$\text{b) } \frac{7}{3} - 3 + \frac{3}{2} - \square = \frac{5}{6}$$

$$\text{c) } \left(\frac{-2}{3}\right) \cdot \frac{1}{2} + \square + \left(\frac{5}{-6}\right) = \frac{-1}{12}$$

$$\text{d) } \frac{4}{9} : \left(\frac{-12}{18}\right) + \square - \left(\frac{-5}{4}\right) \cdot \left(\frac{8}{-10}\right) = -2$$

7. En las elecciones municipales de un pueblo, el PP obtiene los  $\frac{3}{8}$  de los votos; el PSOE los  $\frac{2}{5}$  y el resto de los votos son para el partido Verde. Si el censo electoral es de 4.800 personas y han votado los  $\frac{5}{6}$  del censo, ¿cuántos votos ha obtenido el partido Verde?
8. María tiene el depósito de su coche lleno solamente hasta los  $\frac{3}{4}$  de su capacidad. Comienza un viaje y consume  $\frac{1}{3}$  de la gasolina por la mañana y  $\frac{1}{4}$  de la que quedaba en el depósito por la tarde. ¿Cuánta gasolina ha gastado? ¿Qué fracción queda en el depósito?
9. Una pelota pierde en cada bote los  $\frac{2}{5}$  de la altura a la que llegó en el bote anterior. ¿Qué fracción de la altura inicial consigue después de 4 rebotes? Si se deja caer desde un balcón que está a 12,5 m de altura ¿cuánto subirá en el cuarto rebote?
10. Se hacen trozos de una cuerda. Juan corta la mitad; Pepe la mitad del resto; Alicia la mitad de lo que queda y Rosa los  $\frac{2}{5}$  de lo que seguía quedando, con lo que todavía sobran 30 cm de cuerda. ¿Cuál era la longitud de la cuerda?
11. María decide repartir su colección de sellos entre sus 4 amigas. A la primera le regala la mitad; a la segunda la sexta parte y al tercera también la sexta parte. Se sabe que la cuarta recibió 48 sellos menos que la primera. ¿Cuántos sellos tenía María? ¿Cuántos recibió cada una de sus amigas?
12. Un pintor trabajando solo, tarda 4 h en pintar una pared. Otro tardaría 6 h si también trabajase solo. ¿Cuánto tardarían si trabajasen los dos juntos?
13. Entre tres compañeros hacen un trabajo en 2 días. Si el primero hubiera trabajado solo habría tardado 8 días. El segundo hubiera empleado 12 días. ¿Cuánto le costaría al tercero solo?
14. Deduce la fracción generatriz irreducible correspondiente a cada uno de estos decimales:  
0,252525...; -0,2555...; 1,1888...; -2,151515...
15. Un empresario invirtió el 84,5% de su capital en comprar materiales para construir un chalé. El 50% de lo que le quedaba lo metió al banco, resultando que se ha quedado en casa con 3.100.000 pts. ¿Cuál era su capital?



Unidad n.º 3

Número entero  
y racional:  
potenciación y radicación

---



- Calcular potencias con números enteros y racionales, aplicando correctamente las propiedades y respetando la prioridad de las operaciones ..... (I-II-III)
- Asimilar el concepto de raíz cuadrada como operación inversa a elevar el cuadrado ... (I-II-III)
- Calcular raíces cuadradas por descomposición factorial, siendo estas cuadrados perfectos . (II-III)
- Dominar la notación científica para expresar cantidades muy grandes o muy pequeñas (II-III)
- Operar con notación científica utilizando la calculadora ..... (II-III)
- Resolver problemas aplicando la potenciación o radicación ..... (I-II-III)

## Contenidos

### CONCEPTOS

1. Potenciación:
  - 1.1. Concepto ..... (I-II-III)
  - 1.2. Elementos y significado de cada uno de ellos, siendo todos números naturales . (I-II-III)
  - 1.3. Potencia con base entera o racional y exponente natural ..... (I-II-III)
  - 1.4. Potencias con base entera o racional y exponente entero ..... (II-III)
2. Operaciones con potencias:
  - 2.1. Multiplicación de potencias de la misma base.
    - 2.1.1. Con exponente natural ..... (I-II-III)
    - 2.1.2. Con exponente entero ..... (II-III)
    - 2.1.3. Generalizar la operación por medio de letras ..... (III)
  - 2.2. Dividir potencias de la misma base.
    - 2.2.1. Con exponente natural ..... (I-II-III)
    - 2.2.2. Con exponente entero ..... (II-III)
    - 2.2.3. Generalizar la operación por medio de letras ..... (III)
    - 2.2.4. Comprobar las igualdades  $a^0 = 1$  y  $a^{-n} = 1/a^n$  ..... (III)
  - 2.3. Elevar una potencia a otra potencia.
    - 2.3.1. Con exponente natural ..... (I-II-III)
    - 2.3.2. Con exponente entero ..... (II-III)
    - 2.3.3. Generalizar la operación por medio de letras ..... (III)
  - 2.4. Multiplicar potencias del mismo exponente.
    - 2.4.1. Con exponente natural ..... (I-II-III)
    - 2.4.2. Con exponente entero ..... (II-III)
    - 2.4.3. Generalizar la operación por medio de letras ..... (III)
  - 2.5. Dividir potencias del mismo exponente.
    - 2.5.1. Con exponente natural ..... (I-II-III)
    - 2.5.2. Con exponente entero ..... (II-III)
    - 2.5.3. Generalizar la operación por medio de letras ..... (III)
  - 2.6. Potencia de un producto.
    - 2.6.1. Resolviendo sólo de una forma. Hacer primero el producto ..... (I-II-III)
    - 2.6.2. Resolviendo de dos formas ..... (II-III)
  - 2.7. Potencia de un cociente.
    - 2.7.1. Resolviendo de una forma. Hacer primero el cociente ..... (I-II-III)
    - 2.7.2. Resolviendo de dos formas ..... (II-III)

2.8. Suma y resta de potencias.	
2.8.1. Con exponente natural .....	(I-II-III)
2.8.2. Con exponente entero .....	(II-III)
2.9. Problemas de aplicación sobre potencias.	
2.9.1. Con números naturales y una sola operación .....	(I-II-III)
2.9.2. Con números naturales y dos operaciones .....	(II-III)
2.9.3. Con cualquier clase de números y varias operaciones .....	(III)
3. Radicación:	
3.1. Raíz cuadrada, concepto .....	(I-II-III)
3.2. Raíz cuadrada, elementos .....	(I-II-III)
3.3. Raíz cuadrada de un número positivo .....	(I-II-III)
3.4. Raíz cuadrada de un número negativo.(El Nivel I se ayuda de la calculadora) ...	(I-II-III)
3.5. Prioridad de operaciones:	
3.6. Paréntesis y términos naturales .....	(I-II-III)
3.7. Corchetes y términos enteros .....	(II-III)
3.8. Llaves y términos enteros .....	(III)
4. Notación científica:	
4.1. Concepto y utilidad .....	(I-II-III)
4.2. Con números enteros .....	(II-III)
4.3. Con números decimales .....	(II-III)

#### PROCEDIMIENTOS

– Interpretación de la potenciación como multiplicación de factores iguales .....	(I-II-III)
– Dominio de la lectura, escritura y elementos de una potencia .....	(I-II-III)
– Operaciones con potencias:	
• Realización de operaciones con potencias, siendo el exponente natural .....	(I-II-III)
• Realización de operaciones con potencias, siendo el exponente entero .....	(II-III)
– Comprobación numérica de que $a^0 = 1$ y que $a^{-n} = 1/a^n$ .....	(III)
– Reconocimiento exacto de los elementos, lectura y escritura de la raíz cuadrada .....	(I-II-III)
– Cálculo de raíces cuadradas de números positivos y negativos (Nivel I con la calculadora), para asimilar el número de raíces que se obtienen en cada caso .....	(I-II-III)
– Cálculo de raíces cuadradas, siendo el radicando cuadrado perfecto, por el método de descomposición factorial .....	(II-III)
– Realización de operaciones combinadas, respetando la prioridad .....	(I-II-III)
– Interpretación de la notación científica como medio para expresar cantidades muy grandes o muy pequeñas .....	(I-II-III)
– Escribir cantidades enteras con notación científica .....	(I-II-III)
– Escribir cantidades decimales con notación científica .....	(II-III)
– Realizar con la calculadora operaciones en notación científica .....	(II-III)
– Resolución de problemas por medio de potencias y raíces cuadradas .....	(I-II-III)

## Orientaciones metodológicas

---

- Al introducir la base entera o racional en una potencia debe recalcarse la necesidad de escribirla entre paréntesis porque, de no hacerlo así, en muchos casos la potencia no es la misma.
- El Nivel I trabajará con potencias de exponente natural y si algún resultado tiene exponente negativo, lo dejará como tal no explicando su valor.
- Los problemas que se resuelvan por medio de potencias deben explicarse a través de la multiplicación, que después se escribirán en forma de potencia al ser todos los factores iguales.
- En la raíz cuadrada hacer hincapié en que los números positivos tienen dos raíces (+,-) y los negativos no tiene ninguna (comprobarlo con la calculadora que dará error).
- No se dedicará tiempo alguno a resolver raíces cuadradas por el método aritmético, estudiado ya en Primero, sino que se resolverán por descomposición factorial en los cuadrados perfectos y con la calculadora en los que no lo sean.
- La prioridad es la que ya conocen, poniendo ahora en primer lugar las potencias y las raíces. La prioridad se aplica en el orden inverso a como se van aprendiendo las operaciones si no hay signos que la alteran (paréntesis, corchetes o llaves).
- Al Nivel I no es muy conveniente “liarle la cabeza” con la notación científica.
- La calculadora se utilizará únicamente para calcular potencias con exponentes grandes, para comprobar operaciones realizadas, y para resolver raíces cuadradas si aparecen en algún problema y no son cuadrados perfectos.

## Criterios de evaluación

---

- Conocer los elementos, leer y escribir correctamente potencias y raíces cuadradas ..... (I-II-III)
- Realizar correctamente potencias y raíces cuadradas aplicando, en su caso, las propiedades correspondientes ..... (I-II-III)
- Realizar operaciones combinadas donde aparezcan todas las operaciones estudiadas, aplicando convenientemente las reglas y respetando la prioridad ..... (I-II-III)
- Utilizar la notación científica, con seguridad, cuando la situación lo requiera ..... (II-III)
- Resolver adecuadamente problemas aplicando las potencias y las raíces cuadradas .... (I-II-III)



1. Escribe en forma de potencia estos productos:

a)  $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 =$     b)  $(-3) \cdot (-3) \cdot (-3) \cdot (-3) =$     c)  $= \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} =$

2. Indica en cada caso cuál es la Base y cuál el Exponente:

$5^2$      $(-3)^5$      $\left(\frac{4}{5}\right)^5$      $\left(\frac{-1}{2}\right)^3$      $-4^2$      $-\left(\frac{2}{5}\right)^4$

3. Completa lo que falta para que las igualdades sean correctas:

a)  $\square^3 = 27$     b)  $(-5)^\square = -125$     c)  $(-5)^2 = \square$

d)  $\left(\frac{1}{3}\right)^\square = \frac{1}{27}$     e)  $\square^2 = \frac{4}{9}$

4. Calcula el valor de estas potencias, desarrollándolas antes (puedes utilizar la calculadora para hallar los resultados):

a)  $(-7)^3$     b)  $\left(\frac{4}{5}\right)^2$     c)  $\left(\frac{-2}{3}\right)^2$     d)  $-6^4$     e)  $\left(\frac{5}{6}\right)^1$

5. Realiza estas operaciones expresando el resultado en forma de potencia:

a)  $5^2 \cdot 5^5 \cdot 5^4$      $(-2)^3 \cdot (-2)^4 \cdot (-2)^5$ ;     $\left(\frac{1}{5}\right)^3 \cdot \left(\frac{1}{5}\right)^7 \cdot \left(\frac{1}{5}\right)^8$

b)  $8^6 : 8^4$ ;     $\left(\frac{4}{5}\right)^7 : \left(\frac{4}{5}\right)^3$ ;     $(-9)^5 : (-9)^2$

c)  $(5^2)^3$ ;     $[(-2)^3]^4$ ;     $\left[\left(\frac{2}{5}\right)^2\right]^6$

d)  $3^2 \cdot 2^2$ ;     $(-5)^3 \cdot (+2)^3$ ;     $\left(\frac{3}{5}\right)^2 \cdot \left(\frac{5}{4}\right)^2$

e)  $8^3 : 4^3$ ;     $\left(\frac{2}{3}\right)^3 : \left(\frac{4}{9}\right)^3$ ;     $(+6)^2 : (-3)^2$

6. Calcula el resultado de estas operaciones:

a)  $2^3 + 3^2 - 5^2$

b)  $\left(\frac{2}{3}\right)^3 - \left(\frac{1}{2}\right)^4 + \left(\frac{5}{6}\right)^2$

c)  $(-3)^2 - \left(\frac{2}{3}\right)^3 + \left(\frac{-1}{2}\right)^2$

7. Mira el ejemplo y calcula las demás raíces de la misma forma. Indica en cada caso por qué sale el resultado:

a)  $\sqrt{49} = +7$  y  $(-7)$ , porque  $(+7)^2 = 49$  y  $(-7)^2 = 49$

b)  $\sqrt{121}$     c)  $\sqrt{-25}$     d)  $\sqrt{\frac{4}{16}}$     e)  $\sqrt{\frac{-36}{4}}$

8. Calcula estas raíces, descomponiendo el radicando en factores primos:

a)  $\sqrt{36}$     b)  $\sqrt{196}$     c)  $\sqrt{225}$     d)  $\sqrt{\frac{4}{9}}$     e)  $\sqrt{\frac{25}{100}}$

9. Realiza estas operaciones, aplicando la prioridad adecuada:

a)  $2 \cdot 3 - 5 \cdot 3^2 + 16 : 2^2$

b)  $\sqrt{9} \cdot 4 - 6^2 : 9 + 2^3 \cdot 3$

c)  $(-2)^4 : \sqrt{4} - (+5)^2 \cdot (-1) + 3^2 \cdot 2$

d)  $\left(\frac{4}{3}\right)^2 : \left(\frac{2}{6}\right)^2 - \sqrt{\frac{9}{25}} \cdot \left(\frac{-1}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{4}\right)$

10. La célula se divide en 2 células hijas, cada cierto tiempo. A su vez cada una de éstas se vuelven a dividir en otras dos y así sucesivamente. ¿Cuántas células se producirán en la cuarta división celular?

11. Un número elevado al cuadrado vale 225. ¿Cuál es ese número?

12. La superficie de un cuadrado es de  $121 \text{ m}^2$ . ¿Cuánto mide su lado?

## NIVEL II

1. Indica en cada caso cuál es la base y el exponente:

$(-3)^4$ ,  $-3^2$ ,  $5^0$ ,  $(-8)$ ,  $\left(\frac{3}{4}\right)^3$ ,  $\frac{2^3}{6}$ ,  $\left(\frac{3}{5}\right)^{-2}$

2. Desarrolla y calcula el valor de estas potencias:

$(+5)^3$ ,  $(-7)^2$ ,  $-9^2$ ,  $\left(\frac{2}{3}\right)^2$ ,  $\left(\frac{-5}{4}\right)^3$ ,  $\frac{8^2}{9}$ ,  $\left(\frac{4}{2}\right)^2$ ,  $(-5)^{-2}$ ,  $\left(\frac{-7}{9}\right)^0$ ,  $\left(\frac{8}{15}\right)^1$

3. Realiza estas operaciones expresando el resultado en forma de potencia:

a)  $(-2)^2 \cdot (-2)^5 \cdot (-2)^4$ ;     $\left(\frac{2}{3}\right)^2 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^2 \cdot \left(\frac{2}{4}\right)^4$

b)  $(+8)^5 : (+8)^3$ ;     $4^5 : 4^8$ ;     $(-3)^6 : (-3)^6$ ;     $\left(\frac{-5}{2}\right)^4 : \left(\frac{-5}{2}\right)^6$



$$c) [(-5)^2]^3; \quad [(-2)^{-3}]^2; \quad \left[\left(\frac{5}{3}\right)^2\right]^2$$

$$d) (-6)^3 \cdot (+5)^3; \quad \left(\frac{-4}{6}\right)^3 \cdot \left(\frac{12}{8}\right)^3$$

$$e) (-8)^{-2} : (+4)^{-2}; \quad \left(\frac{1}{2}\right)^2 : \left(\frac{3}{4}\right)^2$$

4. Realiza estas operaciones, calculando el resultado final:

$$a) (-2)^3 + 5^2 - (-7)^1 + (-9)^0$$

$$b) \left(\frac{2}{3}\right)^2 - \left(\frac{4}{5}\right)^{-1} + \left(\frac{-1}{3}\right)^1 - \left(\frac{-7}{9}\right)^0$$

5. Calcula :

$$a) \frac{4^2 \cdot 4^3 \cdot 4^5}{4^{-1} \cdot 4^3 \cdot 4^2}$$

$$b) \frac{(-2)^3 \cdot (-2)^{-4} \cdot (-2)}{[(-2)^2]^3 \cdot (-2)^{-2}}$$

$$c) \frac{\left(\frac{1}{2}\right)^{-2} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^4 \cdot \left[\left(\frac{1}{2}\right)^{-1}\right]^{-2}}{\left(\frac{1}{2}\right)^{-3} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^0 \cdot \left[\left(\frac{1}{2}\right)^2\right]^{-2}}$$

6. Calcula y explica por qué se obtienen esos resultados:

$$\sqrt{81} = \pm 9, \text{ porque } (+9)^2 = 81 \text{ y } (-9)^2 = 81$$

$$a) \sqrt{169} \quad b) \sqrt{-49} \quad c) \sqrt{\frac{64}{121}} \quad d) \sqrt{\frac{576}{1024}}$$

7. Calcula estas raíces, descomponiendo el radicando en factores primos:

$$a) \sqrt{81} \quad b) \sqrt{625} \quad c) \sqrt{324} \quad d) \sqrt{\frac{64}{121}} \quad e) \sqrt{\frac{576}{1024}}$$

8. Realiza estas operaciones, teniendo en cuenta la prioridad:

$$a) (-2)^2 \cdot \sqrt{9} - 4^2 : 2^3 + 5^0 \cdot (-4)$$

$$b) \left(\frac{4}{3}\right)^2 : \left(\frac{-1}{2}\right)^2 + \sqrt{\frac{4}{25}} \cdot \left(\frac{-3}{4}\right)^0 - \left(\frac{2}{5}\right)^{-1} : \left(\frac{3}{2}\right)^{-2}$$

$$c) (4 - 5)^2 \cdot (+6 - 4)^0 - (-2 - 3)^2 : (+3 - 8)^2 + \sqrt{16} - 2^3 : (-2) =$$

$$d) \frac{4}{3} \cdot \left[\left(\frac{1}{2}\right)^2 - \frac{2}{8}\right] - \left(\frac{5}{2}\right)^{-1} : \left(\frac{-7}{6}\right)^0 \Big] + \left[\left(\frac{4}{3} - \frac{2}{5}\right)^{-1} : \left(\frac{3}{5}\right)\right]^{-1} \cdot \left(\frac{-1}{2}\right)$$

9. La célula se reproduce por bipartición, esto es cada cierto tiempo se divide en dos células hijas. ¿Cuántas células se formarán en la quinta división? ¿Cuántas células habrá al cabo de las 5 divisiones?
10. Una persona se entera de una noticia curiosa. Se la cuenta a 3 amigos y cada uno de estos a otros 3 y así sucesivamente. ¿Cuántas personas se enterarán la cuarta vez? ¿Cuántas personas conocerán la noticia después de la cuarta vez?
11. Un solar cuadrado mide  $3.025 \text{ m}^2$  y se quiere poner una valla para cercarlo. ¿Cuántos metros de valla se necesitan?
12. Indica, justificando tus respuestas, cuáles de los siguientes números están escritos con notación científica y cuáles no:  
 $1,5 \cdot 10^8$ ,  $25,34 \cdot 10^2$ ,  $0,46 \cdot 10^{-2}$ ,  $0,8 \cdot 10^{-7}$
13. Escribe en notación científica estos números:  
 $12000000$ ,  $0,0000327$ ,  $0,00001$ ,  $475200$ ,  $128$ ,  $2,578$ ,  $3467,5$
14. Escribe en notación decimal estos números:  
 $2,53 \cdot 10^3$ ,  $3,5 \cdot 10^{-2}$ ,  $4,234 \cdot 10^6$ ,  $4,12 \cdot 10^{-5}$

### NIVEL III

- Partiendo de ejemplos numéricos de cada una de las operaciones con potencias, generaliza los resultados por medio de letras.
- Comprueba, por medio de ejemplos numéricos, que  $a^0 = 1$
- Comprueba, por medio de ejemplos numéricos, que  $a^{-n} = 1/a^n$
- ¿Cuándo serán iguales dos potencias de bases opuestas? Compruébalo con un ejemplo.
- ¿Qué regla permite conocer el signo de una potencia sin necesidad de realizarla?
- ¿Son ciertas las igualdades siguientes? :
  - $(5+4)^2 = 5^2 + 4^2$
  - $(5 - 4)^2 = 5^2 - 4^2$

Comprueba tu respuesta realizando las operaciones. Si averiguas que no son iguales busca el número que falta a uno para valer lo mismo que el otro y luego generaliza la conclusión.
- Calcula aplicando las propiedades correspondientes:
  - $(-2)^3 \cdot 2^4 \cdot 2^{-3} \cdot (-2)^2$
  - $(-5)^3 : 5^{-2}$

$$c) \frac{\left(\frac{3}{5}\right)^{-2} \cdot \left(\frac{-3}{5}\right)^4 \cdot \left(\frac{3}{5}\right)^0 \cdot \left(\frac{-3}{5}\right)}{\left(\frac{3}{5}\right)^3 \cdot \left(\frac{3}{5}\right)^4 \cdot \left(\frac{-3}{5}\right)^0}$$

$$d) \frac{\frac{\left(\frac{1}{2}\right)^{-3} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^0 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^4}{\left[\left(\frac{1}{2}\right)^{-5}\right]^2 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{-4}} \cdot \left[\left(\frac{-1}{2}\right)^2\right]^3}{\left[\left(\frac{-1}{2}\right)^5 : \left(\frac{1}{2}\right)^3\right]^2 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{-5}}$$

8. Calcula

a)  $(-8 + 5)^4 : (4 - 1)^2 - [\sqrt{6 + 19} \cdot (-2 + 1)^{-1}]$

b)  $\left(\frac{4}{3} - 2\right)^{-1} - \left\{ \left[ \sqrt{\frac{49}{25}} \cdot \left(\frac{-1}{2} + 2\right)^3 \right] : \left(\frac{2}{5}\right) - \left(\frac{1}{4} + 1\right) \cdot (\sqrt{17})^0 \right\}$

9. Una bacteria se reproduce de forma que cada hora hay 10 veces más que la anterior.

- ¿Cuántas bacterias habrá al cabo de 1 hora?, ¿y dentro de 2?, ¿y dentro de 10?
- Si tenemos 10 millones de bacterias, ¿cuántas había la hora anterior?, ¿y 3 horas antes?
- ¿Cuántas horas son necesarias para que haya 1 millón de bacterias?

10. En España el papel reciclado evita que se talen cada año 30 millones de árboles.

- Expresa ese número en notación científica.
- Halla la raíz cuadrada del número de árboles talados en 30 años y expresa el resultado en notación científica.

11. Las potencias con exponentes muy grandes no caben en la calculadora. ¿Serías capaz de averiguar, sin calcular la potencia, cuál es la última cifra en cada caso?:

$$2^{25}, \quad 3^{34}, \quad 4^{125}, \quad 2^{157}$$

12. Sabiendo que  $2^{10} \cong 10^3$  contesta:

- ¿A qué potencia de 10 equivale  $2^{60}$ ?
- ¿A qué potencia de 2 equivale  $10^{81}$ ?
- ¿Qué es mayor  $2^{40}$  ó 100 millones? ¿Cuántas veces aproximadamente?

13. El Everest es el monte más alto del mundo. La raíz cuadrada entera de su altura en metros es 94 y si midiera 177 m más sería un cuadrado perfecto. ¿Cuál es la altura del Everest?



Unidad n.º 4

Proporcionalidad  
numérica



## Objetivos

- Diferenciar los distintos tipos de proporcionalidad ..... (I-II-III)
- Dominar el algoritmo de la Regla de Tres Simple y del % para resolver problemas sencillos de proporcionalidad ..... (I-II-III)
- Iniciación en el mundo de la “Matemática Comercial” y familiarización con la terminología empleada comúnmente ..... (I-II-III)
- Comprender la necesidad de la calculadora para agilizar las operaciones comerciales, una vez se dominan sus fundamentos ..... (I-II-III)
- Resolver con seguridad problemas de proporcionalidad compuesta, repartos directamente proporcionales y de interés simple ..... (II-III)
- Resolver correctamente problemas de repartos inversamente proporcionales ..... (III)

## Contenidos

### CONCEPTOS

*En este tema, el Nivel I, trabajará lo estudiado en primero para afianzarlo, los Niveles II y III, profundizarán nuevos conceptos, a la vez que repasarán lo trabajado en primero.*

1. Repaso de conceptos: razón, proporción, términos de ésta y propiedad fundamental .. (I-II-III)
2. Cálculo del término desconocido de una proporción:
  - 2.1. Con números naturales ..... (I-II-III)
  - 2.2. Con números decimales ..... (I-II-III)
  - 2.3. Con números racionales ..... (II-III)
  - 2.4. Media proporcional o geométrica ..... (III)
3. Magnitudes directamente proporcionales: concepto y reconocimiento ..... (I-II-III)
4. Magnitudes inversamente proporcionales: concepto y reconocimiento ..... (I-II-III)
5. Regla de tres simple:
  - 5.1. Problemas con números naturales y datos bien explicitados ..... (I-II-III)
  - 5.2. Con números racionales y datos no explicitados ..... (II-III)
6. Regla de tres compuesta:
  - 6.1. Con cantidades enteras o decimales ..... (II-III)
  - 6.2. Con cantidades racionales ..... (III)
7. Repartos proporcionales:
  - 7.1. Repartos directamente proporcionales a una sola magnitud:
    - 7.1.1. Método de proporciones ..... (I-II-III)
    - 7.1.2. Métodos de proporciones y de reducción a la unidad ..... (II-III)
  - 7.2. Repartos directamente proporcionales a dos magnitudes:
    - 7.2.1. Método de proporciones y de reducción a la unidad ..... (II-III)
  - 7.3. Repartos inversamente proporcionales a una sola magnitud ..... (III)
8. Tanto por ciento:
  - 8.1. Repaso de primero, tanto por ciento de una cantidad ..... (I-II-III)
  - 8.2. Repaso de primero, tanto por ciento que representa una fracción ..... (I-II-III)
  - 8.3. Problemas directos: rebajas, descuentos, I.V.A ..... (I-II-III)

8.4. Problemas inversos: calcular tanto por ciento, elecciones, impuestos...	(I-II-III)
8.5. Problemas con datos no especificados, pero implícitos	(II-III)
9. Interés simple:	
9.1. Reconocimiento y diferenciación de los elementos que intervienen	(I-II-III)
9.2. Calcular el I,R,C,T, por el método de las proporciones, con el tiempo en años ...	(I-II-III)
9.3. Calcular el I,R,C,T, con el tiempo en meses o días	(II-III)
9.4. Calcular el I,R,C,T, por el método de la regla de tres compuesta	(III)
9.5. Problemas donde aparezcan C + I juntos	(II-III)
9.6. Problemas de máxima dificultad, donde sea necesario el uso de una ecuación para resolverlos	(III)

## PROCEDIMIENTOS

- Reconocimiento de los términos, lectura y escritura de una proporción	(I-II-III)
- Cálculo del término desconocido de una proporción aplicando la propiedad fundamental ..	(I-II-III)
- Cálculo de la media proporcional o geométrica	(III)
- Distinción, en situaciones cotidianas, entre proporcionalidad directa e inversa	(I-II-III)
- Resolución de problemas sencillos de la vida diaria por medio de la proporcionalidad simple (regla de tres simple, repartos directamente proporcionales y tanto por ciento) ..	(I-II-III)
- Resolución de problemas que necesiten de la proporcionalidad compuesta (regla de tres compuesta, repartos directamente proporcionales, interés simple)	(II-III)
- Resolución de problemas de la vida cotidiana sobre proporcionalidad inversa (repartos inversamente proporcionales)	(III)

## Orientaciones metodológicas

- El repaso se centrará en la Proporción: elementos y propiedad fundamental como base para resolver este tipo de problemas.
- Para distinguir la proporcionalidad directa de la inversa se utilizarán siempre las palabras “doble” y “mitad”, nunca más y menos.
- El Nivel I simplificará únicamente cuando aparezcan factores iguales o ceros, el resto siempre.
- Regla de tres simple: No debe permitirse el uso de flechas sino colocar los datos en dos frases gramaticalmente correctas.
- Regla de tres compuesta: Explicar que se reduce a una regla de tres simple en la que la primera de las razones es la que contiene la incógnita y la segunda el producto de las demás, teniendo en cuenta si son directas o inversamente proporcionales.
- Repartos proporcionales: En los directamente proporcionales, el Nivel I utilizará siempre el método de las proporciones para que los identifique con la regla de tres simple.  
En los inversamente proporcionales explicar que equivalen a un reparto directamente proporcional a los inversos de esas cantidades.
- Tanto por ciento (%): Se comenzará escribiendo él % como una fracción con denominador 100 para calcular luego esa fracción de la cantidad deseada (“de” se identifica con la multiplicación).  
El Nivel I resolverá los problemas inversos por medio de la regla de tres simple.



- Interés simple: Al principio es necesario diferenciar bien los dos términos que se prestan a confusión que son Interés y Rédito.

El Nivel I trabajará con el tiempo en años para que asimile que cuando se da el rédito, si no se especifica otra cosa, es anual.

## Criterios de evaluación

---

- Diferenciar con seguridad la proporcionalidad directa de la inversa ..... (I-II-III)
- Resolver correctamente problemas que impliquen el dominio de la regla de tres simple y del tanto por ciento ..... (I-II-III)
- Dominar los diferentes términos que se utilizan en la matemática comercial, diferenciando aquellos que puedan llevar a confusión ..... (I-II-III)
- Resolver correctamente situaciones mediante el empleo de la regla de tres compuesta, repartos directamente proporcionales y del interés simple ..... (II-III)
- Resolver con seguridad problemas de repartos inversamente proporcionales ..... (III)
- Utilizar adecuadamente la calculadora en la resolución de estos problemas ..... (I-II-III)



1. Copia y completa la tabla:

Coca colas	1	2	3		
Pts	100			500	1000

¿Qué relación hay entre el número de coca-colas que se compran y las pts que se gastan?

¿Cómo son esas dos magnitudes?

2. Copia y completa la tabla:

Velocidad (km/h)	80	40	20	160		
Tiempo (h)	2				8	5

¿Qué relación hay entre la velocidad y el tiempo empleados en hacer un viaje?

¿Cómo son esas dos magnitudes?

3. Indica en cada caso si las magnitudes son directas o inversamente proporcionales o si no son proporcionales:

- Número de personas y número de entradas necesarias para el cine.
- Invitados a una fiesta y pasteles necesarios.
- La estatura de una persona y su peso.
- Número de pintores y horas que tardan en pintar una casa.
- Tiempo que tarda en llenarse un depósito y número de grifos que echan agua en él.

4. Escribe correctamente la proporción “8 es a 12 como 16 es a 24”.

- ¿Cuáles son los Medios?, ¿y los Extremos?
- Comprueba si la has escrito bien aplicando la propiedad fundamental de las proporciones.

5. Comprueba si estas proporciones son correctas o no:

$$a) \frac{5}{8} = \frac{15}{24} \quad b) \frac{16}{10} = \frac{8}{5} \quad c) \frac{15}{20} = \frac{45}{60}$$

6. Escribe tres proporciones con los números que tú quieras y comprueba que lo has hecho bien aplicando la propiedad fundamental.

7. Calcula el término desconocido de estas proporciones:

$$a) \frac{6}{15} = \frac{18}{x} \quad b) \frac{12}{h} = \frac{24}{20} \quad c) \frac{7,5}{7} = \frac{m}{21}$$

8. Con los números 2,5,6,15 escribe todas las proporciones que puedas.
9. Si una botella con 2 litros de coca cola vale 150 pts., ¿cuánto costarán 25 botellas?
10. Una cuadrilla de 5 amigos se va a comer a un restaurante y pagan por la comida 6.000 pts en total. ¿Cuántos amigos hubieran podido comer con 8.400 pts.?
11. Una expedición al Everest está formada por 8 alpinistas. Llevan alimentos para 20 días. ¿Cuántos días hubieran durado los alimentos si la expedición hubiera sido de 10 alpinistas?
12. El gas-oil de un depósito dura 24 días si se enciende la calefacción 4 horas diarias. ¿Cuánto duraría si se encendiera 6 horas diarias?
13. Contesta a estas preguntas:
- ¿Qué quiere decir que la subida de los sueldos va a ser del 5%?
  - ¿Qué significa que el descuento de unas rebajas es del 25%?
  - ¿Qué debe entenderse cuando se oye en televisión que el IVA es del 16%?
14. Escribe estos porcentajes (%) en forma de fracción:
- 27%,      52%,      5%,      150%
15. Calcula la cantidad que representa el tanto por ciento (%) en cada caso:
- El 20% de los 30 alumnos de una clase que han sacado insuficiente.
  - Me descuentan el 25% de las 8000 pts. que vale un jersey.
  - Tengo 500.000 pts. en acciones de Telefónica y han subido el 6%.
16. Calcula el tanto por ciento (%) que representa cada grupo:
- Los 8 alumnos enfermos de una clase de 40 alumnos.
  - Los 18 alumnos aprobados en un examen de los 25 que hay en una clase.
  - Las 200 pts que me descuentan al comprar un objeto de 1.500 pts.
17. En una tienda se anuncian las rebajas “*En todos los artículos el 25% de descuento*”. ¿Cuánto me descontarán por unos pantalones de 10.000 pts.? ¿Cuánto pagaré por ellos?
18. Al comprar una bicicleta el comerciante me dice que debe añadir el 16% de IVA. Si la bicicleta vale 40.000 pts., ¿cuánto me cobrará por el IVA? ¿Cuánto pagaré en total por la bicicleta?
19. En un fin de semana de octubre, de los 6000 habitantes de una población 2600 han ido a vendimiar. ¿Qué tanto por ciento (%) de los habitantes está vendimiando? ¿Qué tanto por ciento (%) de los habitantes no ha ido a vendimiar?
20. Llevo 600.000 pts al banco y me dice el empleado que el rédito, en esos momentos, es del 5%.¿Cuánto ganaré en 1 año?; ¿y en 4 años?; ¿y en 1 mes?; ¿y en 8 meses?
21. Pedro ingresó en un banco sus ahorros al 4% de rédito y al cabo de un año le comunica el banco que puede pasar a cobrar los intereses que ascienden a 4.000 pts. ¿Cuánto dinero llevó al banco?

22. Un padre de familia tiene tres hijos de 10, 8 y 4 años respectivamente. Quiere abrir a cada uno una cartilla de ahorros ingresando una cantidad directamente proporcional a la edad de cada uno. Si el padre tiene 220.000 pts., ¿con cuánto dinero abrirá cada cartilla?

## NIVEL II

1. Comprueba si estas proporciones están bien escritas:

$$\text{a) } \frac{2,5}{15} = \frac{7,5}{45} \quad \text{b) } \frac{6,4}{3,8} = \frac{19,2}{8,5} \quad \text{c) } \frac{\frac{4}{3}}{\frac{5}{2}} = \frac{\frac{12}{9}}{\frac{15}{6}}$$

2. Calcula el término desconocido de estas proporciones (cuarta proporcional):

$$\text{a) } \frac{2,75}{8} = \frac{7,25}{x} \quad \text{b) } \frac{18}{m} = \frac{5,6}{1,42} \quad \text{c) } \frac{\frac{3}{4}}{\frac{5}{8}} = \frac{h}{\frac{6}{4}}$$

3. La fotocopiadora de un instituto hace 40 copias por minuto. ¿Cuántas copias hará desde las 8 hasta las 12 y media?
4. Un grupo de 20 alpinistas va al Himalaya a escalar el Everest y lleva provisiones para 50 días. Al llegar al campamento base se unen al grupo 5 sherpas (guías). ¿Para cuántos días durará la comida al nuevo grupo?
5. Una sala de cine, dando 2 sesiones diarias, recibe a 18.000 personas en 30 días. ¿Cuántas personas podrá recibir en 45 días si amplía el número de sesiones diarias a 3?
6. Un ganadero puede alimentar con 750 kg de pienso a 50 vacas durante 10 días. ¿Durante cuántos días podrá alimentar a 40 vacas con 1.800 kg de pienso?
7. Un grupo de agricultores alquila una cosechadora de uva por 810.000 pts para que vendimie. Cada agricultor pagará proporcionalmente al tiempo que la utilice. El primero la utiliza durante 18 días trabajando 5 horas diarias; el segundo 20 días a 6 horas diarias y el tercero 15 días a 4 horas diarias. ¿Cuánto debe pagar cada uno?
8. Unos hermanos se han repartido la herencia en partes proporcionales al tiempo que han estado en casa de sus padres que son 25, 20 y 15 años respectivamente. Si al que más años ha permanecido le corresponden 5.000.000 pts ¿cuánto corresponde a cada uno de los otros dos? ¿A cuánto ascendía la herencia?
9. Expresa estas fracciones en forma de porcentaje:

$$\frac{5}{8}, \frac{4}{5}, \frac{8}{4}, \frac{25}{15}$$

10. En una tienda rebajan el 25% al comprar un artículo y luego cargan el 16% de IVA. En otra hacen al revés, primero cargan el 16 % de IVA y luego rebajan el 25%. ¿En cuál

de las dos sale más beneficiado el cliente? Si dudas en la respuesta realiza las operaciones con una compra de 100 pts.

11. En una clase de 40 alumnos, el 75% ha aprobado un control de Matemáticas. ¿Cuántos alumnos han suspendido?
12. En un comercio se anuncian “Grandes rebajas. En todos los artículos el 30% de descuento”. He comprado un jersey por 7.000 pts y un pantalón por 8.400 pts. ¿Cuánto valía cada prenda sin descuento? ¿Me han aplicado bien la rebaja?
13. ¿Qué interés producirán 2.400.000 pts al 6% durante 3 meses y 10 días?
14. ¿Qué capital tengo ingresado en el banco al 8% si en 9 meses me ha producido un interés de 60.000 pts?
15. ¿Cuántos días deben estar ingresadas 800.000 pts al 3% para producir unos intereses de 40.000 pts?

### NIVEL III

1. Calcula la media proporcional o geométrica a estos pares de números:

a) 25 y 16    b) 12,5 y 15,2    c)  $\frac{4}{3}$  y  $\frac{5}{8}$

2. Las velocidades de dos coches están en la razón  $5/8$ . Si el primero tarda 10 minutos en hacer un recorrido, ¿cuánto tardará el segundo?
3. Si 8 albañiles trabajando 6 horas diarias hacen una obra en 6 días, ¿cuántos más hubieran hecho falta para acabar la obra en 4 días, trabajando 5 horas diarias?
4. Un ganadero tiene 50 vacas que puede alimentar durante 20 días. ¿Cuántas tendrá que vender si pretende que el pienso le dure 10 días más, dando a cada vaca los  $3/4$  de la ración anterior?
5. Reparte 6.600 pts en partes inversamente proporcionales a 4, 8 y 12.
6. En una carrera los premios se reparten en partes inversamente proporcionales a los tiempos invertidos por los corredores. La cantidad a repartir es de 990.000 pts entre los tres primeros que han tardado 2, 4 y 6 minutos respectivamente. ¿Qué premio corresponde a cada uno?
7. Sabiendo que en una tienda descuentan el 20%, ¿cuál es el descuento que corresponde a cada peseta? ¿Cuándo debe pagarse por cada peseta? Si el objeto vale 1.200 pts, ¿cómo calcularás con una sola operación lo que debe pagarse?
8. Sabiendo que el IVA que suele cargarse normalmente en las compras es del 16%, ¿cuál es el IVA que corresponde a cada peseta? ¿Cuánto debe pagarse por cada peseta? Si tengo una factura de 20.000 pts ¿cómo calcularás con una sola operación lo que debe pagarse por la factura con el IVA incluido?

9. Un escritor recibe el 8% del precio de las copias que se venden de su novela como derechos de autor. Cada libro se vende a 2.000 pts. Si el escritor ha recibido 144.000 pts ¿cuántos libros se han vendido?
10. Un comerciante compra el café sin tostar a 80 pts el kg. Al tostarlo pierde el 20% de su peso. Cuando lo venda quiere ganar el 20%. ¿A qué precio debe venderlo?
11. Resuelve este problema aplicando la proporcionalidad compuesta.  
¿Qué interés producirán 900.000 pts al 5% si están ingresadas 8 meses?
12. Luis ingresa en el banco 1.000.000 pts. Al cabo de 40 días recibe 1.040.000 pts en concepto de capital e interés. ¿A qué rédito estaba colocado el dinero?
13. ¿En cuánto tiempo se duplicará un capital colocado al 5%?
14. Dos personas tienen el mismo capital. La primera lo coloca al 5% y la segunda al 3%. El interés obtenido por la primera supera en 40.000 pts al de la segunda. Calcula el capital de cada una.





Unidad n.º 5

Álgebra



- Utilización del “lenguaje literal” para representar números o magnitudes desconocidas (I-II-III)
- Adquisición de confianza en la realización de sumas, restas y multiplicaciones con expresiones algebraicas sencillas ..... (I-II-III)
- Traducción de lenguaje normal a lenguaje algebraico y viceversa ..... (I-II-III)
- Dominar la resolución de ecuaciones de primer grado con una incógnita ..... (I-II-III)
- Resolución de problemas por medio de ecuaciones de primer grado ..... (I-II-III)

### CONCEPTOS

1. Expresiones algebraicas. Concepto y elementos ..... (I-II-III)
2. Traducción de frases al lenguaje algebraico:
  - 2.1. Frases donde aparecen una o dos operaciones como máximo y una indeterminada (I-II-III)
  - 2.2. Frases donde aparecen varias operaciones e indeterminadas ..... (II-III)
3. Traducción al lenguaje ordinario de expresiones algebraicas:
  - 3.1. Expresiones con una o dos operaciones y con sólo una indeterminada ..... (I-II-III)
  - 3.2. Expresiones con varias operaciones e indeterminadas ..... (II-III)
4. Valor numérico de una expresión algebraica:
  - 4.1. Expresiones con sumas, restas y multiplicaciones con valores enteros ..... (I-II-III)
  - 4.2. Expresiones con cualquier operación y valores enteros ..... (II-III)
  - 4.3. Expresiones con cualquier operación y cualquier valor ..... (III)
5. Clases de expresiones algebraicas:
  - 5.1. Monomio. Concepto ..... (I-II-III)
  - 5.2. Elementos de un monomio: coeficiente, parte literal y grado ..... (I-II-III)
  - 5.3. Polinomio. Concepto ..... (I-II-III)
  - 5.4. Polinomio. Grado ..... (I-II-III)
  - 5.5. Clases de polinomios ..... (II-III)
6. Operaciones con expresiones algebraicas:
  - 6.1. Suma y resta:
    - 6.1.1. Concepto de monomio semejante ..... (I-II-III)
    - 6.1.2. Monomios con coeficientes enteros ..... (I-II-III)
    - 6.1.3. Monomios con coeficientes racionales ..... (III)
    - 6.1.4. Polinomios con paréntesis ..... (I-II-III)
    - 6.1.5. Polinomios con corchetes ..... (II-III)
    - 6.1.6. Polinomios con llaves ..... (III)
  - 6.2. Multiplicación:
    - 6.2.1. Monomios con coeficiente entero ..... (I-II-III)
    - 6.2.2. Monomios con coeficiente racional ..... (III)
    - 6.2.3. Polinomios con coeficientes enteros.
      - Multiplicar polinomio por número entero ..... (I-II-III)
      - Multiplicar dos polinomios ..... (II-III)
      - Potenciación ..... (II-III)
      - Expresiones notables ..... (III)
    - 6.2.4. Polinomios con coeficientes racionales:
      - Multiplicar dos o más polinomios ..... (III)

7. Identidad:	
7.1. Concepto y comprobación de ejemplos con números enteros .....	(I-II-III)
7.2. Concepto y comprobación de ejemplos con números racionales .....	(II-III)
8. Ecuación de primer grado con una incógnita:	
8.1. Concepto .....	(I-II-III)
8.2. Partes y elementos, reconocimiento .....	(I-II-III)
8.3. Ecuaciones equivalentes. Concepto .....	(I-II-III)
8.4. Modo de obtenerlas .....	(II-III)
8.5. Resolución con coeficientes enteros y paréntesis .....	(I-II-III)
8.6. Resolución con denominadores siendo el numerador un monomio .....	(I-II-III)
8.7. Resolución con denominadores siendo el numerador un polinomio .....	(II-III)
8.8. Resolución con denominadores siendo el numerador un polinomio y paréntesis .....	(III)
9. Problemas de ecuaciones de primer grado con una incógnita:	
9.1. Concepto de datos, pregunta, planteamiento, resolución .....	(I-II-III)
9.2. Problemas sencillos con pocos datos y una sola pregunta .....	(I-II-III)
9.3. Problemas sencillos con pocos datos y varias preguntas .....	(I-II-III)
9.4. Problemas con bastantes datos y varias preguntas con unidades iguales .....	(II-III)
9.5. Problemas con cualquier dificultad .....	(III)
9.6. Comprobación de problemas .....	(II-III)

#### PROCEDIMIENTOS

– Traducción de lenguaje ordinario a lenguaje algebraico .....	(I-II-III)
– Traducción de expresiones algebraicas a lenguaje ordinario .....	(I-II-III)
– Cálculo del valor numérico de una expresión algebraica .....	(I-II-III)
– Reconocimiento de los elementos de un monomio .....	(I-II-III)
– Reconocimiento del polinomio como suma de monomios y de su grado .....	(I-II-III)
– Reconocimiento de las clases de polinomios .....	(II-III)
– Realización de sumas y restas de monomios y polinomios y multiplicaciones de monomios, con coeficientes enteros .....	(I-II-III)
– Realización de multiplicaciones de polinomios, con coeficientes enteros .....	(II-III)
– Reconocimiento del concepto, de las partes y de los elementos de la ecuación de primer grado con una incógnita .....	(I-II-III)
– Resolución de la ecuación de primer grado con una incógnita con y sin denominadores, con y sin paréntesis, siendo los denominadores números naturales .....	(I-II-III)
– Resolución de problemas por medio de ecuaciones .....	(I-II-III)

## Orientaciones metodológicas

- Al ser una de las primeras veces que se enfrentan al trabajo con letras, es necesario hacerles comprender que las reglas para operar con letras son las mismas que las aplicadas a los números.
- Antes de comenzar la traducción de lenguaje ordinario a lenguaje algebraico y viceversa conviene recordar los nombres de los elementos de las distintas operaciones.
- Es importante trabajar mucho los conceptos de Monomio y Polinomio para que asimilen la diferencia entre ambos.

- Operaciones con expresiones algebraicas:  
 En la suma y en la resta explicar con detenimiento que para poder sumar o restar cantidades (expresiones algebraicas) tienen que ser “semejantes”, o sea referirse a la misma magnitud. Aquí la semejanza la da la parte literal.  
 Para la multiplicación conviene repasar las operaciones con potencias, sobre todo multiplicación de potencias de la misma base.
- Ecuaciones:  
 Antes de comenzar a resolverlas conviene que diferencien claramente los conceptos de términos y miembros.  
 En la resolución es fundamental que comprendan que “*el término no cambia nunca de signo sino de operación*”, aunque en la suma y en la resta no se aprecie esta diferencia.  
 Para quitar denominadores es muy conveniente que multipliquen todos los términos de la ecuación por el MCM de los denominadores, simplificando después pero sin hacer la multiplicación directamente, sino dejándola indicada y realizándola en el paso siguiente.
- En los problemas debe insistirse en este curso en los pasos a seguir: datos, pregunta, ecuación y comprobación. Es más importante asimilar bien el proceso que hacer muchos problemas, que tendrán tiempo de resolver en cursos posteriores.
- Agrupamientos: Para resolver ecuaciones y problemas será bastante útil colocar al alumnado por parejas formadas por uno que domine bien el tema y otro que encuentre dificultades para que el primero pueda ayudarle.

## Criterios de evaluación

---

- Utilizar con soltura el lenguaje literal como expresión de situaciones abstractas ..... (I-II-III)
- Traducir con seguridad, expresiones algebraicas sencillas a lenguaje ordinario y viceversa .. (I-II-III)
- Realizar correctamente sumas, restas y multiplicaciones de monomios y polinomios con coeficientes enteros ..... (I-II-III)
- Resolver correctamente ecuaciones de primer grado con una incógnita ..... (I-II-III)
- Conocer con claridad las distintas fases de la resolución de un problema y aplicarlas . (I-II-III)
- Resolver correctamente problemas sencillos por medio de ecuaciones ..... (I-II-III)



1. Expresa, indicando las operaciones que debes hacer y calculando el resultado:

<i>Expresión</i>	<i>Resultado</i>	<i>Operación indicada</i>
El doble de 5 es...	10	$2 \cdot 5$
La mitad de 8 es...		
El triple de 9 es...		
El cuadrado de 7 es...		
La raíz cuadrada de 25 es...		
La suma de 8 y 5 es...		
La diferencia entre 10 y 7 es...		
El producto de 4 y 10 es...		
El cociente entre 24 y 8 es...		

2. Expresa en lenguaje algebraico estas expresiones:

- a) El doble de un número  $n$  es...
- b) El doble de un número cualquiera es...
- c) La mitad de un número  $p$  es...
- d) La mitad de un número cualquiera es...
- e) La suma de dos números  $a$  y  $b$  es...
- f) La suma de dos números cualesquiera es...
- g) La diferencia entre dos números  $m$  y  $h$  es...
- h) La diferencia entre dos números cualesquiera es...
- i) El producto de dos números  $c$  y  $d$  es...
- j) El producto de dos números cualesquiera es...
- k) El cociente entre los números  $x$  y  $m$  es...
- l) El cociente entre dos números cualesquiera es...
- m) El cuadrado de un número  $p$  es...
- n) El cuadrado de un número cualquiera es...
- o) La raíz cuadrada de un número  $h$  es...
- p) La raíz cuadrada de un número cualquiera es...

3. Expresa por medio de lenguaje algebraico estas expresiones:

- a) El cuadrado de un número disminuido en 25
- b) El siguiente número del número  $p$
- c) El número anterior al número  $p$
- d) El cuadrado de un número más el cuadrado de otro número
- e) La mitad de un número menos el tripe de otro número
- f) La diferencia entre el doble de un número y la mitad de otro número

4. Traduce a lenguaje ordinario estas expresiones algebraicas:

$$2.a / b : 2 / n^2 / a+b / m-p / a.b.c / 2x+3y / a^2+b^2 / 5c+2$$

5. Copia y completa la tabla:

<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	<i>Expresión algebraica</i>	<i>Valor numérico</i>
+2	+3	+4	$a+b-c$	
-1	+5	-2	$2.a + 3.b + 4.c$	
+6	-2	+3	$a : 2 + 5.b - c$	
-5	+4	-6	$-a - 3.b + c : 3$	
+1	-3	+7	$2. (a+b+c)$	

6. Contesta a estas preguntas:

- ¿A qué se llama expresión algebraica?
- ¿Qué es un monomio?
- ¿Cuáles son las partes de todo monomio?
- ¿A qué se llama Coeficiente?
- ¿Qué se entiende como Parte Literal?
- ¿Qué es el Grado?
- ¿Cuándo dos monomios son semejantes?

7. Copia y completa la tabla:

<i>Monomio</i>	<i>Coeficiente</i>	<i>Parte literal</i>	<i>Grado</i>
$2x^3$	2	x	3
$-5y^6$			
$7b^6$			
$-8m^5$			
$X^3$			

8. Agrupa y reduce los monomios semejantes:

- $2x + 5x - 7x + 8x$
- $6m^2 - 9m^2 + 7m^2 - m^2$
- $4y - 7y^2 + 8y - 5y^2 + 6y$
- $5b^2 - 6b + b^2 - b + 7b - 3b^2$

9. Realiza estas operaciones con monomios:

- $3x^2 \cdot 5x^3$
- $-4m^5 \cdot 5m^3$
- $-2m^2 \cdot (-3m^5)$
- $b^2 \cdot b^5$
- $(-c)^2 \cdot (-c)^4$
- $4 \cdot (2x^3)$
- $-5 \cdot (-3x^4)$



10. Copia y completa la tabla:

Polinomio	Términos del polinomio (monomios)	Grado
$3m^2 - 5m + 7$	$+3m^2 - 5m, +7$	2
$-2x^3 + 6x^2 - 5x + 3$		
$h^2 - 7 + 5h^6$		
$b^5 - 2 + 5b^4$		

11. Copia y completa la tabla, haciendo las operaciones fuera de ella:

A	B	A + B	A - B	2 · A	-3 · B
X + 5	X + 3				
$3x^2 + 2x + 5$	$2x^2 - 6x - 1$				
$-4m + 5m^2 + 6$	$-4 + 6m - m^2$				
$2b^3 - 3b + 5b^2 - 4$	$-2b + 5b^2 - b^3 + 3$				

12. Calcula el valor numérico de estas expresiones algebraicas, dando un valor positivo y otro negativo a las letras que aparecen ellas:

a)  $n + n = 2n$

b)  $b \cdot b = b^2$

¿Cómo son los resultados que se obtienen?

¿Serán estas expresiones algebraicas unas identidades? Justifica tu respuesta.

13. Copia y completa la tabla:

Ecuación	Primer miembro	Segundo miembro	Términos	Incógnita
$2x + 3 = 7$	$2x + 3$	7	$2x/+3/+7$	x
$4m - 5 = 9m$				
$3b - 2 = 3 - 5b$				
$2h + 5 - 4 = 3h - 8$				

14. Resuelve estas ecuaciones:

a)  $x + 5 = 8$        $x - 3 = 7$        $6 = 4 + x$        $-6 = \cdot - 2$

b)  $3b = 12$        $2b = -6$        $20 = 5b$        $-8 = -2b$

c)  $\frac{m}{2} = 1$        $\frac{3m}{4} = 3$        $\frac{m}{-5} = 8$        $\frac{-4m}{3} = -8$

d)  $2p + 3 = 7$        $6p - 5 = 7$        $4 = 2p - 2$        $10 = 3p + 1$

15. Resuelve estas ecuaciones:

a)  $4x + 5 = 2x + 9$        $3x - 1 = x + 5$        $3x - 2 + 4x = 6x - 5$

b)  $2 \cdot (x + 5) = 8$        $-2 \cdot (x - 4) = 3 \cdot (x - 6)$        $6 \cdot (3x - 2) = 12x + 3 \cdot (x - 10)$

$$c) 3m - 2 \cdot (m+1) = 3 \cdot (m - 1) - 1 \quad 5 \cdot (m+2) - 3 \cdot (m - 1) = 5 \cdot (m + 3)$$

$$d) \frac{b}{3} - \frac{b}{12} + \frac{1}{4} = 1 \quad \frac{1}{2} - \frac{3b}{10} - \frac{b}{5} + 30 = 0 \quad \frac{b}{4} + \frac{5}{2} - \frac{b}{6} = 5$$

16. ¿Qué número aumentado en 17 da 47?
17. La diferencia entre un número y 5 es 8. Calcula ese número.
18. Repartir 300 euros entre tres amigos de modo que cada uno reciba 5 euros más que el anterior.
19. Entre Luis y Antonio reúnen 840 euros. Sabiendo que Antonio tiene 125 euros más que Luis, calcular los euros que tiene cada uno.
20. Repartir 300 euros entre tres personas de modo que la segunda reciba 16 euros más que la primera y la tercera 28 euros más que la segunda.
21. Los  $\frac{7}{13}$  del valor de un balón más 45 pts suman 675 pts. ¿Cuánto vale el balón?
22. Un balón de reglamento y una bicicleta me han costado 40.000 pts. Si la bicicleta vale el cuádruplo que el balón, ¿cuánto vale cada uno?
23. Una persona gasta  $\frac{1}{2}$  de su sueldo en comida;  $\frac{1}{5}$  de su sueldo en vivienda y  $\frac{1}{6}$  de su sueldo en vestido. Si todavía le sobran 20.000 pts, ¿cuánto gana de sueldo?

## NIVEL II

1. Expresa por medio de lenguaje algebraico:
  - a) La suma de los cuadrados de dos números cualesquiera
  - b) El cuadrado de la suma de dos números cualesquiera
  - c) La diferencia de los cuadrados de dos números
  - d) El cuadrado de la diferencia de dos números
  - e) La suma de dos números multiplicada por su diferencia
  - f) La raíz cuadrada del producto de dos números
  - g) El triple de un número menos la mitad de ese número
  - h) El doble del cubo de un número más la quinta parte del cuadrado de ese número
2. Escribe con lenguaje algebraico:
  - a) El perímetro de un cuadrado, cuyo lado mide x cm es...
  - b) El área del cuadrado anterior es...
  - c) El valor de h kg de tomates a 80 pts el kg es...
  - d) La edad de una persona que ahora tiene m años, será dentro de 5 años...
  - e) La edad de una persona que ahora tiene m años, era hace 5 años...
  - f) El valor del lado de un cuadrado cuyo perímetro es p será...
  - g) El perímetro de un rectángulo cuya base mide b y cuya altura mide a es...
  - h) El dinero que me falta para tener 100 pts si tengo h pts es...

3. Si Juan tiene  $x$  pts y Luis tiene  $y$  pts, escribe estas igualdades algebraicas:

- Juan tiene doble dinero que Luis
- Entre los dos tienen 500 pts
- Luis tiene la mitad de dinero que Juan
- Juan tiene 20 pts más que Luis
- Luis tiene 20 pts menos que Juan

4. Escribe el significado de estas expresiones algebraicas:

$$(a+b)^2; \quad a^2+b^2; \quad a^2 - b^2; \quad (a - b)^2; \quad a^2 - b \cdot 2; \quad 3x^2 + 2b^3; \quad \sqrt{3a - 2b}; \quad a/5 + 2b^3$$

5. Copia y completa la tabla, haciendo las operaciones fuera de ella:

$a$	$b$	$c$	Expresión algebraica	Valor numérico
+2	+3	+4	$(a + b + c)^2$	
-5	+6	-2	$2a - \frac{b}{3} + c^2$	
+6	0	-4	$2(a - b) + \frac{b + c}{2}$	
-1	-2	-3	$-2(a - c) + 3(b - a)$	
+1	-8	+2	$a^2 - (b + c)^2$	

6. Copia y completa la tabla:

Monomio	Coficiente	Parte literal	Grado
$-a^5$			
+8			
$-m$			
$-\frac{4}{3}x^3$			

7. Copia y completa la tabla, señalando con una  $x$  las clases a que pertenece el polinomio:

Polinomio	Ordenado	Desordenado	Completo	Incompleto	Grado	Faltan grados
$2x^2 - 5x + 1$	X		X		2	
$-m + 6m^3 + 2$						
$h^5 - 2h$						
$b^4 - b^2$						

8. Dados los polinomios  $P = (2x^2 - 5x + 1)$ ;  $R = (-x^2 - 2 + 6x)$ ;  $T = (-4 + 6x^2 - 5x)$ , realiza con ellos las siguientes operaciones:

$$P - R; \quad 3R - 2P; \quad 3T - 2R; \quad 2 \cdot (P - T - R); \quad -4 \cdot (T + R - P); \quad P^2 + R^2; \quad R^2 - T^2$$

9. Escribe polinomios que tengan estas características:

- a)  $P(x)$ , que sea de grado 3, ordenado y completo
- b)  $M(a)$ , que sea de grado 4, desordenado e incompleto
- c)  $T(h)$ , que sea de grado 6 y que no tenga ni grado 2 ni término independiente
- d)  $M(b)$ , que sea de grado 5 y que sólo tenga dos términos

10. Resuelve estas ecuaciones:

a)  $10 - 4(m - 1) + 10 = 3(m - 1) - 2(m - 5)$

b)  $\frac{5x - 2}{9} + \frac{x + 10}{3} = -4$

c)  $\frac{6 + b}{2} - \frac{2b - 12}{3} = 2 - b$

d)  $\frac{3a - 3}{6} - \frac{2a + 4}{7} = \frac{a - 3}{2} + \frac{2a - 14}{4}$

e)  $\frac{x - 2}{3} + \frac{x - 20}{24} - \frac{2x - 3}{6} = 0$

f)  $\frac{y + 9}{2} - \frac{1 - 2y}{7} = \frac{11 - y}{14} - \frac{3y + 5}{4}$

11. Halla un número cuya mitad, tercera y cuarta parte sumen 39.

12. Calcula dos números impares consecutivos que sumen 24.

13. Un obrero y su mujer ganan entre los dos 10.000 pts diarias. Sabiendo que la mujer gana los  $\frac{2}{3}$  de lo que gana el marido, calcula lo que gana cada uno.

14. En una granja hay conejos y gallinas, contándose en total 39 cabezas y 126 patas. ¿Cuántos animales hay de cada clase?

15. La madre de Luis tiene triple edad que él y dentro de 14 años sólo tendrá el doble de la que entonces tenga Luis. Calcula la edad actual de cada uno.

16. Mezclamos 15 litros de agua a  $80^\circ\text{C}$  con 25 litros a  $60^\circ\text{C}$ . ¿A qué temperatura quedará la mezcla?

17. El perímetro de un triángulo isósceles es 15 cm y el lado desigual es la mitad de uno de los lados iguales. Calcula la longitud de cada uno de los lados.

1. Copia y completa la tabla, realizando las operaciones fuera de ella:

$a$	$b$	$c$	Expresión algebraica	Valor numérico
$\frac{3}{2}$	$\frac{3}{5}$	$\frac{-1}{4}$	$3a - 2b + c$	
+6	-8	-2	$a^2 - \frac{b}{4} + 2c$	
$\frac{-1}{2}$	$\frac{4}{6}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{3a + c^2}{2} - 4b$	

2. Realiza estas operaciones con monomios:

a)  $\frac{2x^2}{3} - \frac{5x}{2} + \frac{1}{3} - \frac{x^2}{6} + \frac{6x}{3} - \frac{4}{9}$

b)  $\frac{4a}{3} \cdot \frac{5a^2}{2} \cdot \left(\frac{-2a^3}{5}\right)$

c)  $\frac{2b^2}{3} \cdot \frac{3b^3}{2} + \frac{4b^3}{4} \cdot \frac{-2b^2}{3}$

3. Sean los polinomios  $A = (-2x^2 - 6x - 5)$ ;  $B = (x - 6x^2 + 2)$ ;  $C = (-x^2 + 1)$ ;  $D = (-5 + 2x^2 - 3x)$ .

Realiza con ellos las siguientes operaciones:

a)  $2A - 3B + C - D$

b)  $A \cdot B - C \cdot D$

c)  $C^2 + D^2$

d)  $A - (B + D) + C^2$

e)  $A \cdot B \cdot C$

f)  $A \cdot D - B \cdot C + A^2$

4. Desarrolla y halla el valor de estas expresiones notables:

a)  $(2x + 3y)^2$     b)  $(3a - 4b)^2$     c)  $(5m + 3p) \cdot (5m - 3p)$

5. Resuelve estas ecuaciones:

a)  $\frac{6 + x}{2} - \frac{2(x - 6)}{3} = 2 - x$

b)  $\frac{2(x - 2)}{4} - \frac{x - 4}{2} = \frac{x}{8}$

c)  $\frac{3(x - 1)}{6} - \frac{2(x + 2)}{7} = \frac{x - 3}{2} + \frac{2(x - 7)}{4}$

d)  $\frac{x}{6} - \frac{2x - 1}{6} - \frac{1}{3} \cdot \left(\frac{2}{5} - \frac{x}{3}\right) = 0$

e)  $\frac{x - 1}{4} - \frac{x - 9}{2} = \frac{1}{8} \cdot \left(\frac{x - 5}{4} - \frac{14 - 2x}{6}\right) + \frac{43}{24}$

6. Si a un número se le restan 2 unidades, resulta el triple del mismo disminuido en 10 unidades. Calcúlalo.
7. Halla tres números impares consecutivos tales que, 3 veces el primero más 4 veces el segundo, exceda en 26 unidades a 5 veces el último.
8. Un padre pone 16 problemas a su hijo con la condición de que por cada uno que resuelva recibirá 120 pts, pero por cada uno que no resuelva perderá 50 pts. Al final del trabajo recibió 730 pts. ¿Cuántos hizo bien?
9. Divide el número 53 en dos partes, tales que la diferencia de los cocientes obtenidos dividiendo una parte por 3 y la otra por 2 sea 11.
10. Un señor tiene 50 años y su hijo 15. ¿Cuántos años deben pasar para que la edad del padre sea doble que la del hijo?
11. La suma de dos números enteros es 496. Si se divide uno entre el otro el cociente es 14 y el resto 16. ¿Qué números son?
12. Pedro le dice a Juan: Tú tienes doble número de cromos que yo, pero si me dieses 15, yo tendría el triple que tú. ¿Cuántos tiene cada uno?

Unidad n.º 6

Funciones  
y  
gráficas





- Adquirir los conocimientos necesarios para representar gráficamente una función ..... (I-II-III)
- Saber interpretar una gráfica y conocer sus características fundamentales ..... (I-II-III)
- Estudiar con más profundidad la función de primer grado ..... (II-III)
- Resolver problemas utilizando gráficas ..... (II-III)

### CONCEPTOS

1. Concepto de función ..... (I-II-III)
2. Tipos de variables (independiente, dependiente). Definición y notación ..... (I-II-III)
3. Expresión numérica: Ecuación de la función,  $y=f(x)$  ..... (I-II-III)
4. Representación gráfica:
  - 4.1. Ejes de coordenadas. Nombre, situación y variable que se representa en cada uno (I-II-III)
  - 4.2. Coordenadas de un punto. Nombre y eje donde se representa ..... (I-II-III)
  - 4.3. Representación de puntos con coordenadas enteras ..... (I-II-III)
  - 4.4. Representación de puntos con coordenadas racionales ..... (III)
5. Tablas de valores:
  - 5.1. Cálculo de los puntos:
    - 5.1.1. Función  $y = mx$  con coeficientes enteros ..... (I-II-III)
    - 5.1.2. Función  $y = mx + b$  con coeficientes enteros ..... (I-II-III)
    - 5.1.3. Función  $y = mx$  con coeficientes racionales ..... (III)
    - 5.1.4. Función  $y = mx + b$  con coeficientes racionales ..... (III)
  - 5.2. Representación gráfica:
    - 5.2.1. Construcción de la gráfica correspondiente con números enteros ..... (I-II-III)
    - 5.2.2. Construcción de la gráfica correspondiente con números racionales ..... (III)
6. Características de una función: Interpretación de gráficas:
  - 6.1. Crecimiento y decrecimiento ..... (I-II-III)
  - 6.2. Máximos y mínimos relativos ..... (I-II-III)
  - 6.3. Reconocer datos sacados de la gráfica ..... (I-II-III)
7. Cálculo de la ecuación de la función, distinguiendo previamente las dos variables, de de una situación concreta ..... (II-III)
8. Funciones de primer grado:
  - 8.1. Función lineal. ( $y = mx$ ):
    - 8.1.1. Características ..... (II-III)
    - 8.1.2. Pendiente: significado y representación ..... (II-III)
    - 8.1.3. Representación por medio de la pendiente ..... (II-III)
  - 8.2. Función afín. ( $y = mx + b$ ):
    - 8.2.1. Características ..... (II-III)
    - 8.2.2. Ordenada en el origen: concepto y valor numérico ..... (II-III)
    - 8.2.3. Representar por medio de la pendiente y ordenada en el origen ..... (II-III)
    - 8.2.4. Rectas paralelas, reconocimiento ..... (III)
  - 8.3. Función constante. ( $y = b$ ):
    - 8.3.1. Características ..... (II-III)
    - 8.3.2. Representación gráfica ..... (II-III)

## PROCEDIMIENTOS

- Reconocimiento de las condiciones que definen una función en situaciones normales (I-II-III)
- Reconocimiento de los elementos de una función: variables y ecuación ..... (I-II-III)
- Construcción de la tabla de valores, realizando las operaciones necesarias ..... (I-II-III)
- Representación gráfica: dominio de la representación de puntos ..... (I-II-III)
- Reconocimiento de las características de una función (crecimiento, decrecimiento, máximos y mínimos) mediante la interpretación de la gráfica ..... (I-II-III)
- Cálculo de la ecuación de una función partiendo de una situación concreta, identificando y diferenciando antes las dos variables ..... (II-III)
- Reconocimiento de las características de las funciones de primer grado ..... (II-III)
- Cálculo de la pendiente de una recta, a través de su gráfica ..... (II-III)
- Representación de una gráfica conocidos un punto y la pendiente ..... (II-III)

## Orientaciones metodológicas

---

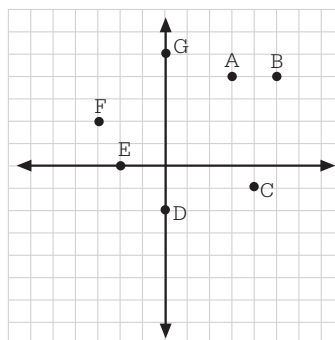
- Al explicar el concepto de función es importante que comprendan que la palabra clave es “depende”, poniendo ejemplos cercanos que ellos conozcan.
- Antes de comenzar la representación gráfica deben hacerse bastantes ejercicios de obtención de tablas de valores, insistiendo en el Nivel I, en que hagan las operaciones indicadas, no de memoria. No deben limitarse a poner el resultado.
- Cuando se vaya a representar, conviene repasar el nombre de los ejes y las variables que se representan en cada uno de ellos. El Nivel I lo podrá asimilar bien con el ejemplo del “ascensor”: si se encuentra en un hotel y quiere salir a la calle o ir a otra planta diferente, lo primero que se hace es buscar el ascensor a derecha o izquierda en la misma planta y cuando lo ha cogido sube o baja, nunca retrocede.
- Para interpretar correctamente una gráfica debe estar bien representada y para ello es necesario utilizar la regla, ya que se trabajan funciones de primer grado cuya representación gráfica es una recta.

## Criterios de evaluación

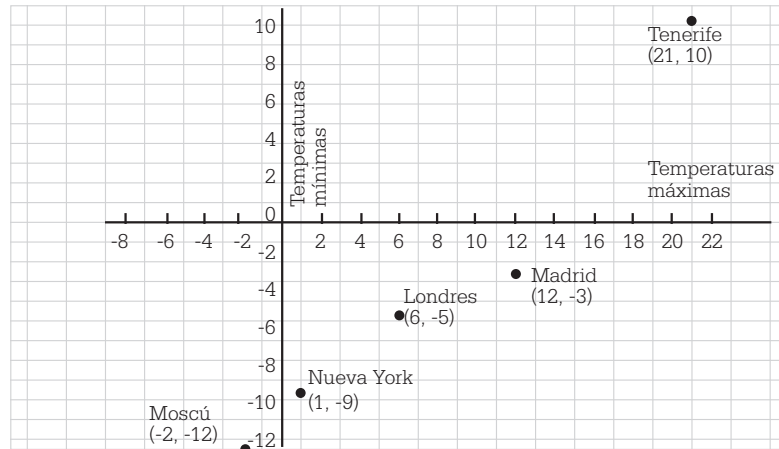
---

- Reconocer con seguridad los elementos de una función ..... (I-II-III)
- Construir correctamente la tabla de valores, realizando las operaciones oportunas ..... (I-II-III)
- Representar adecuadamente los puntos necesarios para la obtención de una gráfica, siendo sus coordenadas números enteros ..... (I-II-III)
- Reconocimiento intuitivo del crecimiento, decrecimiento, máximos y mínimos ..... (I-II-III)
- Obtención de datos a través del estudio de una gráfica ..... (I-II-III)
- Cálculo de la ecuación de una función partiendo de una situación concreta ..... (II-III)
- Reconocimiento y diferenciación de las características de las funciones de primer grado (II-III)
- Resolución de problemas de la vida cotidiana por medio de las gráficas ..... (II-III)

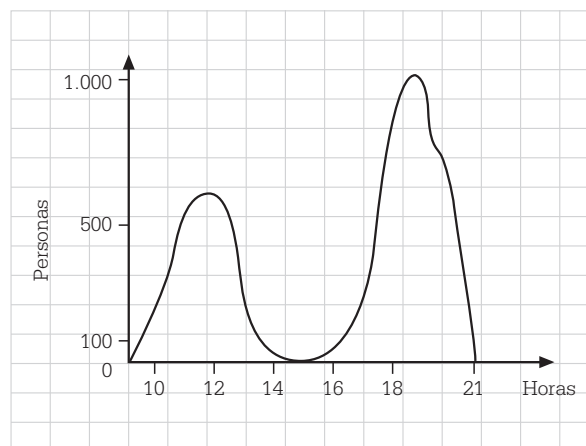
1. Indica en cada caso las variables que se comparan y si se trata de una función o no:
  - a) Las horas del día con el calor que hace en una ciudad.
  - b) Los años de una persona y los cm que mide.
  - c) Los km que se recorren en un coche y los litros de gasolina que se gastan.
  - d) Las coca-colas que compro y las pts que gasto.
  
2. Contesta a estas preguntas:
  - a) ¿A qué se llama variable independiente? ¿Con qué letra se denomina? ¿En qué eje se representa?
  - b) ¿A qué se llama variable dependiente? ¿Con qué letra se denomina? ¿En qué eje se representa?
  - c) ¿Cómo se llama el conjunto de ejes donde se representan los puntos?
  - d) ¿Cómo se llama el punto donde se cortan los dos ejes? ¿Qué coordenadas tiene?
  - e) ¿Cómo se llaman los dos números necesarios para representar o localizar un punto?
  
3. Prepara una cuadrícula de 8 cuadros por cada lado. Coloca sobre ella varios tipos distintos de "barcos". Escribe las coordenadas de los puntos que componen cada barco y juega con uno de tus compañeros a "hundir barcos" (recuerda que primero debes decir la abscisa y después la ordenada).
  
4. Representa en unos ejes de coordenadas estos puntos:
  - a) A (2,3), B (-5,1), C (-4,-2), D (+6,-3)  
Representa ahora otros puntos que tengan las coordenadas en el orden inverso.
  - b) M (6,0), P (-2,0), Q (0,-5), R (2,2)  
Representa ahora otros puntos que tengan las coordenadas en el orden inverso.  
¿Resultan los mismos puntos aunque las coordenadas estén en orden inverso? Saca la conclusión de esta observación.
  
5. Indica las coordenadas de los puntos marcados en el gráfico



6. El diagrama siguiente muestra las temperaturas máxima y mínima de unas ciudades en un día de invierno.
- ¿Qué ciudad tuvo la temperatura mínima más baja? ¿Y la mínima más alta?
  - ¿Qué ciudad tuvo la temperatura máxima más alta? ¿Y la máxima más baja?
  - ¿Qué ciudad tuvo mayor diferencia entre su temperatura máxima y mínima?



7. El precio del bote de refresco es de 80 pts. Una máquina vende durante varios días este número de refrescos: 0, 1, 2, 3, 4, 5, y 6.
- Construye la tabla de valores.
  - Representa gráficamente esos puntos.
8. El supermercado “EROSKI” no cierra el medio día y quiere saber si eso es rentable. Para ello, ha realizado la gráfica que representa la afluencia de público un día de la semana, resultando esta:



- Construye la tabla que recoja los datos que muestra la gráfica y contesta:
- ¿Es rentable para Eroski abrir al mediodía?
  - ¿Cuáles son las horas de más afluencia de personas (máximos)?
  - ¿Cuáles son las horas de menos afluencia de personas (mínimos)?
  - ¿En qué tramos la gráfica es creciente? ¿Y decreciente?

9. Construye las tablas de valores correspondientes a estas funciones, dando dos valores positivos y otros dos negativos:

a)  $y = 3x$    b)  $y = -2x$    c)  $y = 2x+1$    d)  $y = 3x - 2$    e)  $y = 4+x$    f)  $y = 2 - x$

10. Representa gráficamente las funciones del ejercicio anterior.

### NIVEL II

1. De las siguientes tablas de valores, indica cuál de ellas corresponde a una función y cuáles no, explicando tu respuesta:

a)

x	1	2	3	4
y	1	4	9	16

b)

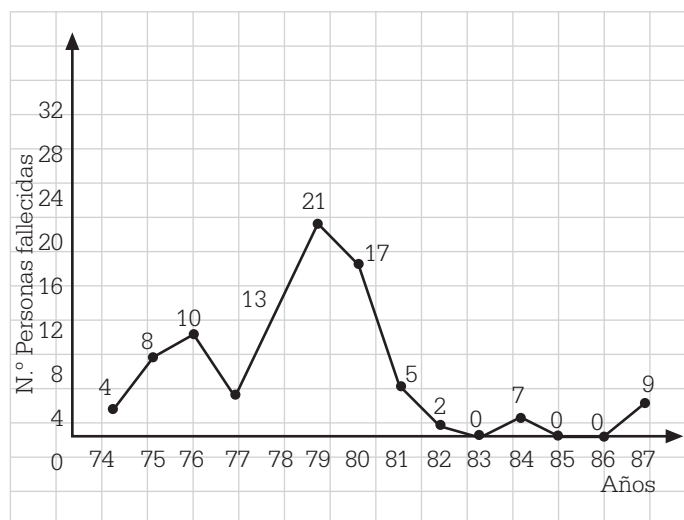
x	1	2	3	4
y	7	7	7	7

c)

x	1	1	2	3
y	5	9	4	3

2. Antonio sale de casa a las 7 de la mañana para ir al instituto. Llega a las 8 de la mañana y está allí hasta las 2 de la tarde (las 14 horas), que es el momento en que finalizan sus clases. Regresa a casa a las 3 de la tarde (las 15 horas). Dibuja una gráfica del recorrido que hace Antonio.

3. El número de personas fallecidas en accidente de ferrocarril durante el período 1974-1987 lo refleja este gráfico:



Construye la tabla de valores y contesta:

- ¿Qué año fallecieron más personas? ¿Qué otros años representan también unos máximos?
- ¿En qué años no falleció nadie? ¿Qué otros años representan también unos mínimos?
- ¿En qué tramos es la gráfica creciente? ¿En cuáles decreciente? ¿Hay algún tramo que sea constante?
- A la vista de la gráfica ¿podríamos decir si en los últimos años se han tomado medidas para prevenir los accidentes?

4. Construye las tablas de valores que corresponden a estas funciones, buscando valores de  $x$  que originen valores enteros en la  $y$  (da dos positivos y otros dos negativos):

a)  $y = 3 - 2x$     b)  $y = -1 + 3x$     c)  $y = x : 2$     d)  $y = \frac{x + 1}{2}$

5. Representa gráficamente las funciones del ejercicio anterior.

6. Halla la ecuación que representa cada una de las situaciones siguientes, indicando antes cuál es cada una de las variables:

- El valor de los tomates que compramos en la tienda a 90 pts/kg.
- Lo que cuesta una llamada telefónica, sabiendo que sólo por llamar cobran 20 pts y además a 10 pts el minuto que se hable.
- Cuando nació mi hermano yo tenía 10 años. ¿Cómo variará mi edad al ir variando la de mi hermano?
- Cuando se toma un taxi debe pagarse 200 pts por la bajada de bandera (por ocuparlo) y además a 80 pts/km. ¿Qué ecuación indica lo que debe pagarse?

7. En el instituto hay una fotocopiadora donde cada fotocopia sale a 5pts. También hay una multicopista que necesita un cliché electrónico para poder hacer las copias, que vale 100 pts; el papel para cada copia cuesta 1 pta. Resuelve estas cuestiones:

- Halla la ecuación que permite calcular el valor de las copias que hacemos en cada máquina.
- Construye las tablas de valores del coste de 10, 20, 30 y 50 copias en cada una.
- Representálas gráficamente.
- ¿Cuándo es más rentable la multicopista? ¿Cuándo da igual utilizar una que otra porque cuesta el mismo dinero?

8. La función lineal tiene como ecuación  $y = mx$ . ¿Qué representa la letra  $m$ ? ¿Qué significa?

En las ecuaciones siguientes indica cuál es la pendiente y que significa en cada uno de los casos:

a)  $y = 3x$     b)  $y = -2x$     c)  $y = \frac{1}{2}x$     d)  $y = -\frac{3}{4}x$

9. Halla la pendiente de estas rectas, después de representarlas gráficamente:

- Recta que pasa por el punto  $P(3,1)$  y por el Origen de coordenadas.
- Recta que pasa por los puntos  $A(4,6)$  y  $B(3,-2)$ .

- 10.** La función afín tiene como ecuación  $y = mx + b$ . ¿Qué representa la letra b? ¿Qué significa?

En las ecuaciones siguientes indica cuál es la pendiente y la ordenada en el origen, explicando que significan en cada caso:

a)  $y = 2x + 3$     b)  $y = 3x - 1$     c)  $y = -4x + 1$     d)  $y = -x - 3$

- 11.** Representa gráficamente las rectas que cumplan estas condiciones:

- a) Pasa por el origen y tiene de pendiente 2.
- b) Pasa por el punto P(2,3) y tiene de pendiente 3.
- c) Tiene de pendiente -2 y su ordenada en el origen es 3.
- d) Tiene de pendiente +3 y su ordenada en el origen es -2.

- 12.** Escribe las ecuaciones de las rectas que has representado en el ejercicio anterior.

- 13.** Representa estas gráficas en los mismos ejes:

a)  $y = 2x$     b)  $y = 2x + 5$     c)  $y = 2x - 6$

¿Qué observas? ¿Qué se puede deducir de esa observación?

- 14.** Representa estas funciones

a)  $y = 5$     b)  $y = -6$

¿Qué observas? ¿Por qué se llamará a esta función, constante?

- 15.** La cuota de abono mensual de Telefónica es de 1.200 pts y cada paso cuesta 4,5 pts. Encuentra la ecuación que permita calcular el gasto del teléfono y represéntala gráficamente.

### NIVEL III

- 1.** Representa en unos ejes de coordenadas los siguientes puntos:

$A\left(3, \frac{1}{2}\right)$ ,  $B\left(\frac{-1}{2}, 2\right)$ ,  $C\left(\frac{1}{3}, \frac{5}{3}\right)$ ,  $D\left(\frac{-3}{4}, \frac{-5}{4}\right)$ ,  $E\left(\frac{-5}{3}, 0\right)$ ,  $F\left(0, \frac{6}{4}\right)$ ,  $G\left(\frac{-1}{3}, \frac{-2}{5}\right)$ ,

- 2.** El precio del kg de chorizo es de 1500 pts.

- a) Construye la tabla de valores si se compran estos kg de chorizo:  
 $2, 1/2, 3/4, 2 + 1/2, 1/4$
- b) Encuentra la ecuación correspondiente.
- c) Representa gráficamente la función.

- 3.** Copia y completa esta tabla de valores:

Horas	2		3,5	3/4		
Nº tornillos	1600	1200			2000	3500

4. Construye las tablas de valores correspondientes a estas funciones dando dos valores positivos y dos negativos:

$$\text{a) } y = \frac{x + 2}{2} \quad \text{b) } y = \frac{x - 1}{3} \quad \text{c) } y = \frac{4 - x}{2} \quad \text{d) } y = \frac{x}{2} + 1$$

5. Representa gráficamente las funciones anteriores.

6. Dadas estas rectas:

$$\text{a) } y = -6x + 2 \quad \text{b) } y = x + 3 \quad \text{c) } y = 2x - 1 \quad \text{d) } y = 2x + 4$$

Indica sin representarlas cuáles son paralelas y cuáles no.

7. Para pasar de km a millas se multiplica el número de km por  $\frac{5}{8}$  Calcula:

- Las millas correspondientes a 40, 120 y 600 km.
- Los km correspondientes a 30, 75 y 90 millas.
- Juan corre 2 millas en 12 minutos y Pedro 3 km en 12 minutos. ¿Cuál de los dos es más rápido?

8. A nivel del mar el agua hierve a  $100^\circ\text{C}$ . Cuando se comienza a ascender una montaña el punto de ebullición va cambiando en función de la altura, según esta fórmula  $t = 100 - 0,001h$ , siendo  $t$  la temperatura en  $^\circ\text{C}$  y  $h$  la altura en metros.

- ¿A qué temperatura hierve el agua a 1500 m de altitud?
- ¿A qué temperatura hierve el agua en la cima del Everest (8848 m)?
- ¿A qué altitud hierve el agua a  $95^\circ\text{C}$ ?
- Representa esta función gráficamente.

9. Cuando se pincha una rueda del coche se utiliza el “gato” para poder cambiarla. La altura que alcanza el gato cambia con arreglo a esta ecuación:  $h = 27 + n/5$ , siendo  $h$  la altura que alcanza el gato y  $n$  el número de vueltas de la manivela.

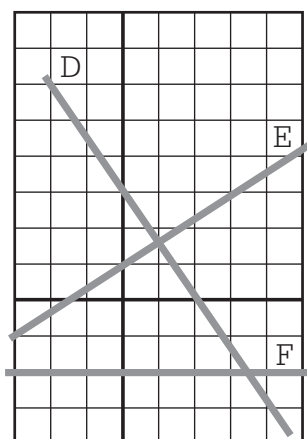
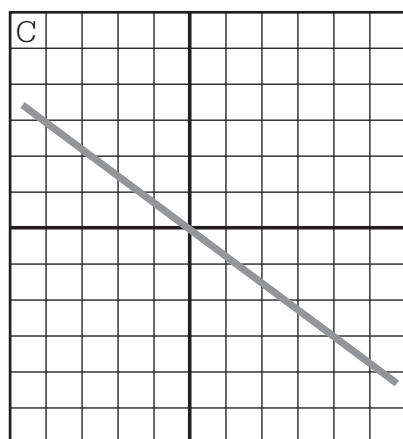
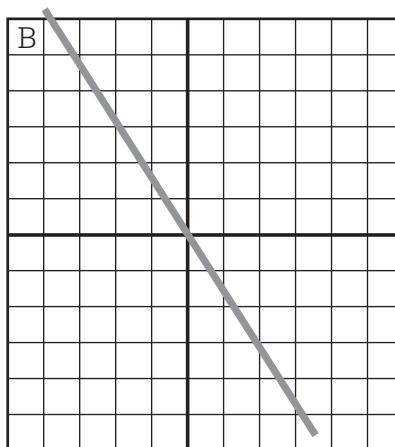
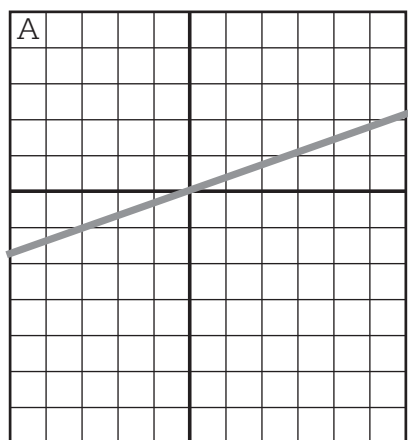
- Construye la tabla de valores cuando se dan 5, 15, 32 y 47 vueltas.
- Representala gráficamente.
- Calcula el número de vueltas que hay que dar al gato para que suba 32, 41 y 54 cm.

10. Dada la ecuación  $y = -5x - 2$

- Escribe las ecuaciones de dos rectas paralelas a la dada.
- Escribe las ecuaciones de dos rectas no paralelas a la dada.
- Escribe las ecuaciones de dos rectas que tengan la misma ordenada en el origen que la dada.
- Representa todas juntas en unos ejes de coordenadas.



11. Escribe la ecuación de cada una de las siguientes rectas:





Unidad n.º 7

Geometría



- Reconocer y diferenciar las distintas figuras planas y sus elementos ..... (I-II-III)
- Dominar el Teorema de Pitágoras, para calcular elementos geométricos desconocidos . (I-II-III)
- Reconocer y diferenciar los distintos cuerpos geométricos asociándolos a objetos cotidianos (I-II-III)
- Iniciación a la “Tercera dimensión”, mediante el dibujo de cuerpos geométricos ..... (I-II-III)
- Dominar el paso de 3 dimensiones a 2 (dibujo del desarrollo de los cuerpos geométricos) (I-II-III)

## CONCEPTOS

1. Repaso de lo estudiado en primero:
  - 1.1. Unidades de medida: longitud, capacidad, masa, superficie ..... (I-II-III)
  - 1.2. Ángulos:
    - 1.2.1. Elementos, notación, clases ..... (I-II-III)
    - 1.2.2. Operaciones en forma compleja (equivalentes a la de tiempo) ..... (I-II-III)
  - 1.3. Figuras planas:
    - 1.3.1. Elementos, áreas y perímetros ..... (I-II-III)
    - 1.3.2. Líneas y puntos notables del triángulo ..... (I-II-III)
2. Teorema de Pitágoras:
  - 2.1. Elementos de todo triángulo rectángulo: nombre y concepto ..... (I-II-III)
  - 2.2. Enunciado del teorema:  $a^2 = b^2 + c^2$  ..... (I-II-III)
  - 2.3. Necesidad del teorema ..... (I-II-III)
  - 2.4. Problemas de aplicación:
    - 2.4.1. En el triángulo rectángulo o en cualquier tipo de triángulo ..... (I-II-III)
    - 2.4.2. En otras figuras planas ..... (II-III)
    - 2.4.3. Con mezcla de varias figuras planas ..... (III)
3. Cuerpos geométricos:
  - 3.1. Generalidades:
    - 3.1.1. Concepto de volumen ..... (I-II-III)
    - 3.1.2. Unidades de volumen: notación y equivalencias ..... (I-II-III)
    - 3.1.3. Relación capacidad-volumen para líquidos:
      - $1 \text{ dm}^3 = 1 \text{ litro}$  ..... (II-III)
      - Otros cambios de unidades ..... (II-III)
    - 3.1.4. Elementos:
      - Caras, aristas, vértices, ángulos diedros y poliedros, altura ..... (I-II-III)
      - Diagonal, apotema lateral ..... (II-III)
  - 3.2. Poliedros:
    - 3.2.1. Concepto ..... (I-II-III)
    - 3.2.2. Clasificación:
      - Poliedros regulares: nombre, número y clases de caras ..... (I-II-III)
      - Prismas:
        - Concepto y elementos ..... (I-II-III)
        - Clasificación según la base ..... (I-II-III)
        - Dibujo y desarrollo de cubos y prismas con caras laterales iguales .... (I-II-III)
        - Dibujo y desarrollo de cualquier tipo de prisma ..... (II-III)

– Pirámides:	
– Concepto y elementos .....	(I-II-III)
– Clasificación según la base .....	(I-II-III)
– Dibujo y desarrollo cuando la base es triangular, cuadrangular, exagonal..	(I-II-III)
– Dibujo y desarrollo de cualquier tipo de pirámide .....	(II-III)
– Troncos de pirámides:	
– Concepto, dibujo y desarrollo .....	(III)
3.2.3. Teorema de Euler .....	(III)
3.3. Cuerpos redondos:	
3.3.1. Concepto .....	(I-II-III)
3.3.2. Elementos .....	(I-II-III)
3.3.3. Clasificación:	
– Cilindro: Concepto y elementos. Dibujo y desarrollo .....	(I-II-III)
– Cono: Concepto y elementos. Dibujo y desarrollo .....	(I-II-III)
– Tronco de cono: concepto, dibujo y desarrollo .....	(III)
– Esfera: concepto, elementos y dibujo .....	(I-II-III)

## PROCEDIMIENTOS

– Elaboración de un cuadro resumen de las unidades de las diferentes magnitudes .....	(I-II-III)
– Realización de actividades de repaso sobre equivalencias entre unidades .....	(I-II-III)
– Dibujo de ángulos con el transportador .....	(I-II-III)
– Realización de sumas, restas y multiplicaciones de ángulos en el sistema sexagesimal	(I-II-III)
– Realización de divisiones de ángulos en el sistema sexagesimal .....	(II-III)
– Confección de un esquema sobre figuras planas (forma, elementos, clases y área .....	(II-III)
– Dibujo de triángulos rectángulos en distintas posiciones, medición de sus lados y comprobación de que en ellos se cumple el Teorema de Pitágoras .....	(I-II-III)
– Resolución de problemas aplicando el Teorema de Pitágoras .....	(I-II-III)
– Iniciación al concepto de volumen mediante la manipulación de cuerpos, geométricos o no ...	(I-II-III)
– Confección de un cuadro sinóptico de los cuerpos geométricos (elementos y formas) .	(I-II-III)
– Construcción de cuerpos geométricos en cartulina .....	(I-II-III)
– Dibujo y desarrollo de los cuerpos geométricos .....	(I-II-III)
– Comprobación del Teorema de Euler .....	(III)

## Orientaciones metodológicas

- Se comenzará repasando lo estudiado en Primero, que es todo lo referente a figuras planas.
- Conviene insistir mucho en la medida de ángulos con el transportador, porque les resulta difícil al principio.
- Para repasar más rápidamente las figuras planas se entregará un esquema ya elaborado por el profesor donde aparezcan los elementos, dibujos, clasificación y áreas.

- En este curso se trabajará con detenimiento el Teorema de Pitágoras:  
El Nivel I, directamente sobre triángulos rectángulos, utilizando la forma que más convenga de la ecuación para que la incógnita siempre quede a la izquierda.  
Los Niveles II y III, aplicándolo a cualquier figura plana.
- Para trabajar los cuerpos geométricos:  
Se manipularán los cuerpos geométricos de que dispone el Centro para estudiar sus elementos y características.  
Es de una gran ayuda para el alumno construirlos en cartulina porque aprecia las superficies planas (caras) que luego encierran un espacio (volumen) al plegarlas.  
El desarrollo de la pirámide conviene hacerlo en forma de estrella.

## Criterios de evaluación

---

- Reconocer y diferenciar con seguridad las distintas figuras planas y sus elementos ..... (I-II-III)
- Reconocer y aplicar la ecuación que expresa el área de cada figura para resolver problemas.... (I-II-III)
- Dominar el Teorema de Pitágoras para resolver correctamente problemas ..... (I-II-III)
- Reconocer y diferenciar los elementos de los cuerpos geométricos de los que corresponden a las figuras planas ..... (I-II-III)
- Realizar correctamente dibujos y desarrollos de los cuerpos geométricos ..... (I-II-III)





1. Elabora un cuadro resumen de las medidas de longitud, capacidad, masa y superficie destacando la unidad fundamental de cada una de las magnitudes.
2. Transforma las unidades en las que se indican:
 

a) 43 km en m	75 cm en hm
82,45 m en mm	278,23 dam en km
b) 6,42 l en hl	8296 dl en kl
8,43 dal en cl	728,64 cl en l.
c) 4275 kg en g	8291 dag en hg
782,49 g en dag	2,475 hg en mg
d) 4 m <sup>2</sup> en cm <sup>2</sup>	8745 dm <sup>2</sup> en hm <sup>2</sup>
56 ha en m <sup>2</sup>	83567 dm <sup>2</sup> en ha
3. Realiza estas operaciones:
 

a) 2876 · 100	b) 927543 : 1000
c) 482,56 · 10000	d) 58275,3 : 1000000
4. Una carretera mide 58 km, 275 hm y 89 m. ¿Cuántos m mide en total?
5. En un depósito hay 385 hl, 296 l y 857 dl. ¿Cuántos l caben en ese depósito?
6. Un agricultor ha cosechado 56 tm, 589 kg y 678 hg de trigo. ¿Cuántos kg ha cosechado?
7. Una finca mide 4 hm<sup>2</sup>, 58 dam<sup>2</sup> y 75 m<sup>2</sup>. ¿Cuántos m<sup>2</sup> mide la finca?
8. Una finca rectangular mide 875 m de larga y 46 dam de ancha. ¿Cuántos m mide su perímetro?
9. Dibuja con el transportador en posiciones distintas y mídelos para comprobar que están bien:
 

a) 4 ángulos agudos	b) 4 rectos
c) 4 obtusos	d) 4 llanos.
10. Dibuja ángulos de 47°, 85°, 120°, 140°, 90° y 180° e indica a qué clase pertenecen.
11. Expresa estas unidades en las que se indican:
 

a) 75° en minutos (')	b) 32 minutos (') en segundos (")
c) 270 segundos (") en minutos (')	d) 460 minutos (') en grados (°)

12. Realiza estas operaciones con ángulos:

- a)  $42^{\circ} 25' 36'' + 53^{\circ} 52' 50''$
- b)  $57^{\circ} 25' - 42^{\circ} 45'$
- c)  $36^{\circ} 28' 30'' - 12^{\circ} 40' 50''$

13. Dibuja un Rectángulo, un Cuadrado y un Triángulo, mide sus lados y calcula:

- a) El perímetro de cada uno.
- b) El área del cuadrado y del rectángulo.
- c) Dibuja y mide la altura del triángulo y calcula su área.

14. Dibuja una Circunferencia de 3 cm de radio y calcula:

- a) Su longitud.
- b) El área del Círculo comprendido dentro de ella.

15. Dibuja un Rombo, un Paraleleogramo y un Pentágono regular y realiza:

- a) Mide los lados y diagonales del rombo y calcula su perímetro y su área.
- b) Mide los lados y la altura del paraleleogramo y calcula su perímetro y su área.
- c) Mide los lados del pentágono, dibuja y mide su apotema y calcula su perímetro y su área.

16. Dibuja 3 triángulos rectángulos en diferentes posiciones. Indica en cada uno dónde está el ángulo recto, cuáles son los catetos y la hipotenusa. Mídelos y comprueba que se cumple en todos ellos el Teorema de Pitágoras (puedes hacer las operaciones con la calculadora).

17. Calcula el lado desconocido de estos triángulos rectángulos, haciendo las operaciones fuera de la tabla, utilizando la calculadora si es necesario

<i>Cateto b</i>	<i>Cateto c</i>	<i>Hipotenusa a</i>
12		13
	12	20
9	12	

18. Un electricista apoya una escalera en una pared para cambiar una lámpara fundida que está a 6 m del suelo. Si la base de la escalera está separada 2m de la pared, ¿cuál es la longitud de la escalera?

19. Un anuncio publicitario está sujeto por un cable de 20 m. Si la base del cable se amarra en el suelo a una distancia de 8 m del anuncio, ¿cuál es la altura del anuncio?

20. Expresa en las unidades que se indican:

- a)  $87 \text{ hm}^3$  en  $\text{m}^3$
- b)  $2834569 \text{ dam}^3$  en  $\text{hm}^3$
- c)  $8275,32 \text{ m}^3$  en  $\text{cm}^3$

21. Construye en cartulina un Cubo, un Ortoedro y un Tetraedro.

- 22.** Dibuja un Ortoedro (caja de zapatos) y una Pirámide Cuadrangular de la misma altura y sitúa en cada uno de ellos estos elementos: Arista básica, arista lateral, base, cara lateral y vértice.  
¿Qué diferencias encuentras entre los dos?
- 23.** Dibuja y haz el desarrollo de : Prisma triangular, pentagonal y hexagonal.
- 24.** Dibuja y haz el desarrollo de: Pirámide cuadrangular, triangular y pentagonal.
- 25.** Escribe 3 objetos que tengan forma de prisma y otros 3 con forma de pirámide.
- 26.** Copia y completa la tabla:

<i>Cuerpo</i>	<i>Bases(forma)</i>	<i>Caras(forma)</i>	<i>Aristas</i>	<i>Vértices</i>
Cubo				
Prisma triangular				

- 27.** Dibuja un Cilindro y un Cono de la misma altura y del mismo diámetro y coloca sobre cada uno de ellos estos elementos: Base, altura, generatriz y radio.  
¿Qué diferencias encuentras entre los dos?
- 28.** Haz el dibujo y el desarrollo de un Cilindro y de un Cono.
- 29.** Escribe 3 objetos que tengan forma de cilindro y otros 3 que la tengan de cono.
- 30.** Dibuja una esfera y sitúa sobre ella estos elementos: Radio, diámetro y círculo máximo.
- 31.** Escribe 3 objetos que tengan forma de esfera.

## NIVEL II

- 1.** Transforma estas unidades en las que se indican:
- |  |  |                            |
|--|--|----------------------------|
| a) 8,75 hm en mam                              | 0,000582 dam en cm                         | 7,8569 mm en m             |
| b) 25,78 tm en kg                              | 32592 kg en qm                             | 0,000827 mag en g          |
| c) 275,62 dam <sup>2</sup> en mam <sup>2</sup> | 587392,4 mm <sup>2</sup> en m <sup>2</sup> | 48,53 m <sup>2</sup> en ha |
- 2.** Un tendido eléctrico mide 25,6 hm, 87,5 dm y 82 cm. ¿Cuánto valdrá si el hilo se compra a 850 pts el m?
- 3.** Hemos vendido la mitad del vino de un depósito que contenía 0,25 kl, 8,3 dal y 28 l a 25 pts el dl. ¿Cuánto obtendremos de esa venta?
- 4.** Los  $\frac{3}{4}$  de una finca de 2,5 ha, 823 dam<sup>2</sup> y 7,5 m<sup>2</sup> se siembran de trigo. ¿Cuántos m<sup>2</sup> quedan para sembrar cebada?
- 5.** Los agricultores franceses volcaron 3 camiones de fresas de Almería que contenían 3,5 tm y 93 kg cada uno. ¿Cuántos kg de fresas se estropearon?

6. Dibuja y mide estos ángulos, escribiendo en cada uno su medida: Agudo, recto, obtuso, llano, cóncavo, nulo y completo.

7. Sean los ángulos  $A = 45^\circ 27' 58''$ ;  $B = 95^\circ 18' 37''$ ;  $C = 12^\circ 45' 20''$ . Realiza con ellos las siguientes operaciones:

$$A + B + C \quad A + B - C \quad 2 \cdot A \quad B : 4$$

8. Dibuja estas figuras planas:

Triángulo isósceles, trapecio, triángulo obtusángulo, sector circular y corona circular.

9. Completa esta tabla con las distintas clases de triángulos:

	Nombre (dibujo)	Nombre (dibujo)	Nombre (dibujo)
Según sus lados			
Según sus ángulos			

10. Haz un esquema de la clasificación de los cuadriláteros en el que aparezcan el nombre, el dibujo y la fórmula del área de cada uno.

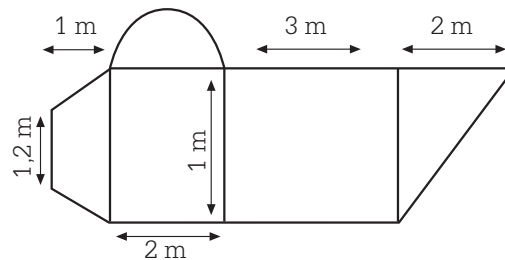
11. Dibuja, ayudándote de la regla y del compás, un triángulo cuyos lados midan 4, 5 y 6 cm respectivamente. Traza sus bisectrices, mediatrices, medianas y alturas y busca los puntos donde se cortan (utiliza un triángulo distinto para cada una).

12. Calcula el área de un trapecio cuyas bases miden 12 y 15 cm, siendo su altura de 10 cm.

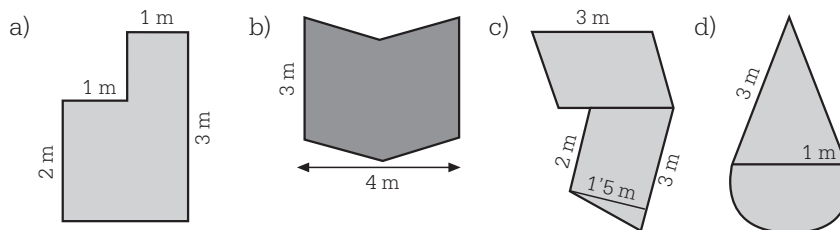
13. Calcula la superficie de un Sector circular de  $80^\circ$  en un círculo de 5 cm de radio.

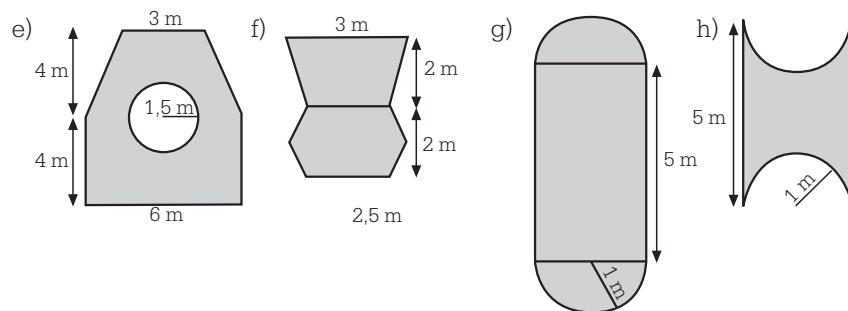
14. Calcula la superficie de una Corona circular cuyos radios miden 6 y 10 cm.

15. ¿Cuántos  $m^2$  mide el piso de Mónica?



16. Calcula el área de la parte sombreada:





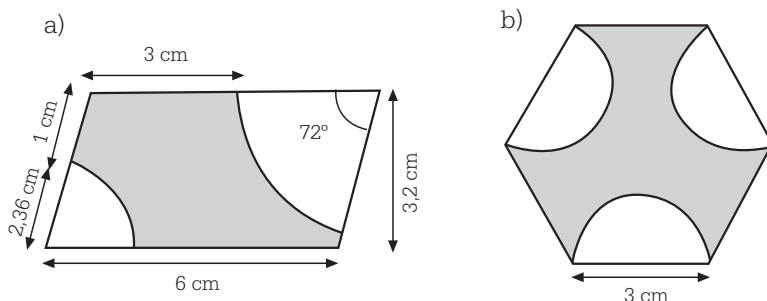
17. Calcula la altura de un triángulo equilátero de 18 m de lado.
18. Calcula la diagonal de un cuadrado de 9 cm de lado
19. Calcula el lado oblicuo de un trapecio rectángulo cuyas bases miden 10 y 18 m y su altura 12 m.
20. Calcula el lado de un rombo cuyas diagonales miden 18 y 22 cm.
21. En un pantano hay  $2,75 \text{ hm}^3$  y  $87586 \text{ dm}^3$  de agua. ¿Cuántos  $\text{m}^3$  de agua contiene?
22. Expresa en las unidades que se indican:
  - a)  $25 \text{ m}^3$  en litros
  - b)  $47,56 \text{ dm}^3$  en kl
  - c)  $732,89 \text{ cm}^3$  en litros.
23. ¿Cuántos litros caben en un depósito de  $0,27 \text{ m}^3$ ,  $83 \text{ dm}^3$  y  $4785 \text{ cm}^3$ ?
24. Dibuja un prisma y una pirámide y sitúa en cada uno de ellos estos elementos: Apotema lateral, altura, arista básica, arista lateral y apotema básica. ¿Encuentras alguna diferencia entre los dos?
25. Haz el dibujo y el desarrollo de: Ortoedro, prisma trapecial y pirámide rectangular.
26. Completa este cuadro sobre Poliedros Regulares:

<i>Poliedro regular</i>	<i>Caras (forma)</i>	<i>Aristas</i>	<i>Vértices</i>
Tetraedro			
	6 – Cuadrados		
		12	

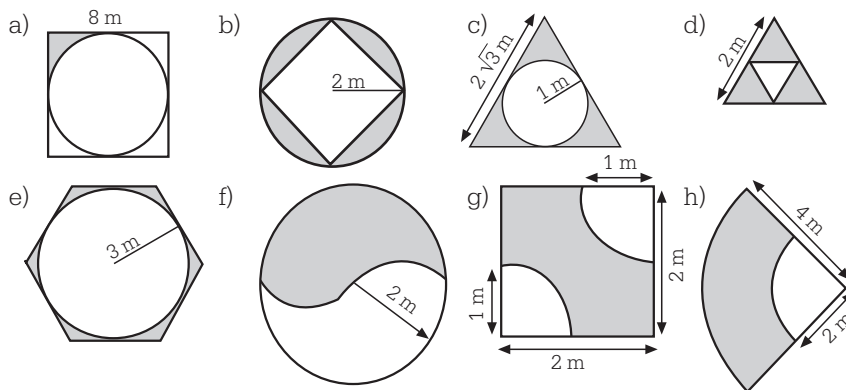
27. Construye en cartulina un prisma triangular, un cilindro y un cono.

NIVEL III

1. Se han construido los  $\frac{2}{5}$  de una autopista que son 15,25 km, 82,75 hm y 46 m. ¿Cuánto valdrá la autopista completa si se contrató a 12.500 pts el m?
2. En un solar de 5 ha y 25 ca se van a construir viviendas que ocupan  $2,5 \text{ dam}^2$  y  $425 \text{ dm}^2$  cada una. ¿Cuántas se podrán construir?
3. Dibuja ángulos de  $380^\circ$ ,  $1500^\circ$  y  $840^\circ$  e indica a qué clase pertenece cada uno.
4. En el triángulo ABC, el ángulo A =  $57^\circ 25' 50''$  y el B =  $42^\circ 45' 30''$ , ¿Cuánto medirá el C?
5. Calcula el complementario y el suplementario de  $M = 58^\circ 42' 37''$ .
6. Sobre un triángulo cuyos lados miden 5, 6 y 7 cm respectivamente, localiza el bari-centro, el ortocentro, el incentro y el circuncentro. ¿Cómo se halla cada uno de ellos?
7. Calcula el área de la parte sombreada:



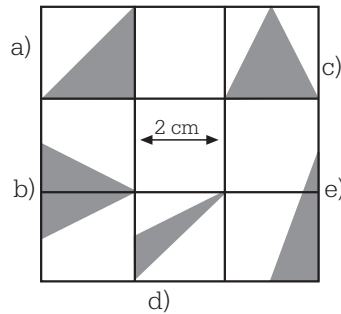
8. Calcula la superficie sombreada:



9. ¿Cuánto mide un círculo limitado por una circunferencia de 62,8 cm?
10. ¿Cuántas vueltas tienen que dar las ruedas de un coche de 30 cm de radio para recorrer 1 km?
11. Calcula el perímetro de un cuadrado de 20 cm de diagonal.

12. ¿Cuánto medirá el perímetro de un trapecio isósceles cuyas bases miden 20 y 16 cm y su altura 8 cm.
13. Calcula el área de un hexágono regular de 8 m de lado.
14. Calcula el lado de un cuadrado inscrito en una circunferencia de 24 cm de radio.
15. Calcula la diagonal interior de una caja de zapatos de 10 cm de larga, 6 cm de ancha y 8 cm de alta.

16. Entre los triángulos sombreados, ¿cuál tiene mayor perímetro?



17. Un jugador se encuentra perpendicularmente a 20 m del palo izquierdo de la portería y lanza el balón, situado en el suelo, a la escuadra del poste derecho marcando un espectacular gol. Si las dimensiones oficiales de la portería son 7,32 m de ancha y 2,44 m de alta, ¿cuánto mide el recorrido efectuado por el balón después de que el jugador tire la falta?
18. Convierte las unidades en las que se indican:
- 5,8 dm<sup>3</sup> en hl
  - 47582 m<sup>3</sup> en litros
  - 475 dal en cm<sup>3</sup>
  - 82753425 mm<sup>3</sup> en cl
19. Expresa en forma compleja
- 43047,200532 dm<sup>3</sup>
  - 0,0005021 dam<sup>3</sup>
20. Se vacía parcialmente una piscina que contiene 630 kl de agua para revisar el sistema de depuración. Queda en ella 1/3 del contenido. Una vez reparado se vuelve a llenar hasta la misma altura que tenía antes de la avería. ¿Cuántos dm<sup>3</sup> han sido necesarios? Si el litro de agua vale a 0,5 pts, ¿cuánto costará llenar la piscina estando vacía?
21. Si se corta un cono por un plano paralelo a la base, ¿qué cuerpo geométrico resulta? Dibújalo y haz su desarrollo.
22. El tronco de pirámide resulta al cortar una pirámide por un plano paralelo a la base.
- ¿Cómo son sus bases?
  - ¿Cómo son sus caras laterales?
23. Dibuja y haz el desarrollo de troncos de pirámide cuadrangular, triangular y pentagonal.





Unidad n.º 8

Iniciación  
a la  
probabilidad



## Objetivos

- Descubrir el azar en la vida cotidiana ..... (I-II-III)
- Distinguir los fenómenos aleatorios de los no aleatorios ..... (I-II-III)
- Asimilar el concepto de probabilidad, como “posibilidad” de que ocurra algo ..... (I-II-III)
- Resolver situaciones aleatorias sencillas, intuitivamente, o aplicando la regla de Laplace .. (I-II-III)
- Familiarizarse con la nueva terminología ..... (I-II-III)

## Contenidos

### CONCEPTOS

1. Fenómenos aleatorios: concepto ..... (I-II-III)
2. Suceso: concepto ..... (I-II-III)
3. Espacio muestral, concepto.. (*Diagramas en árbol*) ..... (I-II-III)
4. Clases de sucesos: seguro, imposible, contrario, incompatibles: concepto ..... (I-II-III)
5. Probabilidad: concepto ..... (I-II-III)
6. Fórmula de Laplace: como fracción (casos favorables/casos posibles) ..... (I-II-III)
7. Problemas de aplicación:
  - 7.1. Con dificultad pequeña ..... (I-II-III)
  - 7.2. Con dificultad media ..... (II-III)
  - 7.3. Con dificultad mayor ..... (III)

### PROCEDIMIENTOS

- Reconocimiento de fenómenos aleatorios en la vida cotidiana, mediante ejemplos cercanos al alumno: loterías, quinielas, sorteos.. ..... (I-II-III)
- Formulación y comprobación de conjeturas sobre los fenómenos aleatorios sencillos ..... (I-II-III)
- Manipulación de objetos que originan fenómenos aleatorios (Bingo, dados, barajas...) .. (I-II-III)
- Reconocimiento de un suceso como parte elemental de un fenómeno aleatorio ..... (I-II-III)
- Asimilación del concepto de Espacio Muestral como conjunto de sucesos posibles ..... (I-II-III)
- Diferenciación de las distintas clases de sucesos mediante ejemplos cercanos al alumno (dados, barajas) ..... (I-II-III)
- Utilización de informaciones recibidas de los medios de comunicación para asimilar el concepto de probabilidad ..... (I-II-III)
- Realización de experiencias sencillas para calcular intuitivamente la probabilidad de que ocurra algún suceso ..... (I-II-III)
- Cálculo de probabilidades sencillas aplicando la regla de Laplace ..... (I-II-III)
- Expresión de la probabilidad como tanto por ciento ..... (II-III)
- Resolución de problemas sencillos sobre probabilidad ..... (I-II-III)

## Orientaciones metodológicas

---

- Al estudiar este tema debe tenerse en cuenta que es una simple iniciación a los conceptos más elementales sobre probabilidad.
- Es fundamental inculcarles la idea de que el azar es “imprevisible”.
- El objetivo que se desea conseguir es la familiarización del alumno con las denominaciones específicas de estos nuevos conceptos.
- Es importante que comprendan que la suma de todos los sucesos que pueden ocurrir en un fenómeno aleatorio es siempre uno, porque a veces puede resultar más sencillo calcular intuitivamente la probabilidad del suceso contrario al que se pide para luego obtener el deseado restando de uno.
- En los problemas debe procurarse calcular la probabilidad de que ocurra un solo suceso (una carta de la baraja, una bola de la urna...).
- La fórmula de Laplace, debe tratarse igual que una fracción donde el denominador indica el número total de posibilidades y el numerador las que son favorables.
- Para que asimilen bien estos conceptos es preciso que trabajen en clase produciendo ellos mismos fenómenos aleatorios con objetos o juegos de los que disponen. (Dados, barajas, bingo...).
- Este tema es muy apropiado para trabajar en grupo porque los experimentos se trabajan a través de juegos.

## Criterios de evaluación

---

- Distinción clara entre suceso aleatorio y no aleatorio ..... (I-II-III)
- Asimilación de la terminología propia de la probabilidad ..... (I-II-III)
- Diferenciación segura de las diferentes clases de sucesos, en situaciones concretas ..... (I-II-III)
- Resolución de problemas intuitivamente ..... (I-II-III)
- Resolución de problemas aplicando la Regla de Laplace ..... (I-II-III)

1. Busca en el diccionario la palabra “aleatorio” y escribe su significado. Explica después, con palabras propias tu idea de aleatorio.
2. Indica cuáles de estas experiencias son aleatorias y cuáles no:
  - a) Tirar una moneda al aire y fijarse en lo que ha salido.
  - b) Sacar una bola de una bolsa en la que hay de varios colores y fijarse en su color
  - c) Mirar en la calculadora el resultado de una operación.
  - d) Fijarse en lo que pasa cuando se echa mucha sal en la comida.
  - e) Sacar una carta de una baraja y fijarse de qué palo es.
3. Escribe 4 experimentos aleatorios (dependen del azar).
4. Escribe 4 experimentos no aleatorios.
5. Contesta:
  - a) Tiras una moneda 3 veces y las 3 sale cara. ¿Qué es más probable que salga si la tiras otra vez?
  - b) Un partido entre dos equipos ha terminado con empate, las 5 últimas temporadas. ¿Qué resultado es más probable en el próximo enfrentamiento?
6. Se llama espacio muestral al conjunto de sucesos que se pueden dar al hacer un experimento aleatorio. Calcula el espacio muestral en estos experimentos:
  - a) Lanzar una moneda
  - b) Tirar un dado.
  - c) Sacar una bola de bingo de la bolsa.
  - d) Hacer una quiniela.
7. En la lotería hay números que la gente no suele comprar nunca, como el 00001, porque dicen que son “feos”. ¿Crees que tienen razón? ¿Tienen estos números más o menos probabilidad de salir premiados que los demás?
8. Si lanzamos un dado:
  - a) ¿Qué suceso es seguro?
  - b) ¿Qué suceso es imposible?
  - c) ¿Cuál será el suceso contrario de salir un 4?

9. Calcula la probabilidad de que ocurran estos sucesos al lanzar un dado:
- a) Que salga 6
  - b) Que salga par
  - c) Que salga impar
  - d) Que salga mayor que 4
  - e) Que salga menor o igual a 5
  - f) Que salga número primo.
  - g) Que salga múltiplo de 3.
10. Se rifa una moto y se venden 1000 boletos. Calcula la probabilidad de que te toque si llevas:
- a) 1 boleto
  - b) 5 boletos
  - c) 20 boletos
  - d) 100 boletos
  - e) 500 boletos
11. En una bolsa hay 4 bolas blancas y 6 negras. Al sacar una bola ¿Cuál es la probabilidad de que sea blanca? ¿Y de que sea negra?

## NIVEL II

1. Si tiramos dos monedas al aire, calcula:
- a) El espacio muestral, por medio del diagrama del árbol.
  - b) Probabilidad de obtener 2 caras.
  - c) Probabilidad de obtener 2 cruces.
  - d) Probabilidad de obtener una cara y una cruz.
2. Sacamos una carta de la baraja. Calcula la probabilidad de que sea:
- a) Oros
  - b) rey
  - c) rey de oros
  - d) figura
  - e) no obtener figura.
3. Tenemos en una urna 4 bolas rojas, 5 negras y 1 blanca. Calcula la probabilidad de que al sacar una bola:
- a) Sea roja
  - b) sea negra
  - c) sea blanca
  - d) no sea roja
  - e) sea negra o blanca.

4. Dos amigos van a comprar un décimo de lotería. Uno dice: "Déme un décimo que acabe en 3". El otro replica: "Es mejor que acabe en 9". ¿Cuál de ellos tiene razón? ¿Por qué?
5. Se lanza un dado y se anota el número que sale. Calcula la probabilidad de que:
  - a) Sea par
  - b) no sea múltiplo de 2
  - c) salga 7
  - d) sea menor o igual a que 6.
6. El profesor dice que el 70% de los alumnos de una clase de 2º de ESO ha aprobado un control. ¿Cuál es la probabilidad de que estés tú entre los aprobados?

### NIVEL III

*Nota: En todos los ejercicios se expresará la probabilidad en forma de fracción y de %*

1. Se lanzan dos dados a la vez y se restan los números que salen. Calcula la probabilidad de:
  - a) Obtener 1
  - b) Obtener 4
  - c) Obtener 0
2. Se lanzan 3 monedas al aire. Calcula:
  - a) El espacio muestral, por medio del diagrama del árbol.
  - b) La probabilidad de obtener 3 caras.
  - c) La probabilidad de obtener 2 caras.
  - d) La probabilidad de obtener 1 cara.
  - e) La probabilidad de obtener ninguna cara.
  - f) La probabilidad de obtener 2 caras ó 2 cruces.
3. En una bolsa hay 30 bolas numeradas del 1 al 30 y se extrae una de ellas. Calcula la probabilidad de:
  - a) Que el número acabe en cero.
  - b) Que sea múltiplo de 5.
  - c) Que contenga un 3.
4. En una urna hay 6 bolas blancas, 5 amarillas, 3 negras y una roja. Al sacar una bola, calcula la probabilidad de que:
  - a) Sea amarilla
  - b) No sea negra
  - c) Sea blanca o roja
  - d) No sea ni blanca ni negra.

5. Disponemos de un conjunto de nombres de pila, otro de primeros apellidos y otro de segundos apellidos. Se trata de formar todos los nombres completos posibles (nombre y dos apellidos). Los nombres y apellidos están contenidos en esta tabla:

<i>Nombre</i>	<i>Primer apellido</i>	<i>Segundo apellido</i>
Clara	Marín	Ruiz
Elisa	Cobo	Cánovas
Mateo	Pérez	Cuevas

- a) Construye el diagrama del árbol.
  - b) Calcula la probabilidad de que los 3 empiecen por C.
  - c) Calcula la probabilidad de que el primer apellido sea Marín.
  - d) Calcula la probabilidad de que el segundo apellido sea Cuevas.
  - e) Calcula la probabilidad de que el nombre acabe en vocal.
6. Se tiene una ruleta con 10 caras numeradas del 1 al 10. Decir si son compatibles o incompatibles estos sucesos, o sea, si se pueden dar a la vez o no:
- a) Salir par y múltiplo de 6.
  - b) Salir múltiplo de 5 y múltiplo de 3.
  - c) Salir impar y múltiplo de 7.
7. Ana, María y Raquel están, realizando una prueba de natación:
- a) Averigua, por medio del diagrama del árbol, todos los resultados posibles de la prueba.
  - b) Calcula la probabilidad de que gane Ana.
  - c) Calcula la probabilidad de que Raquel sea la última.
8. Se saca una carta de una baraja española. Calcula la probabilidad de que:
- a) Sea oro o copa
  - b) Sea as o basto
  - c) Sea rey o figura.
9. En una rifa se han vendido 500 boletos numerados. Calcula la probabilidad de que el premio sea:
- a) Número de una cifra
  - b) Número de dos cifras
  - c) Número que empiece por 3.



Anexo



1º ESO	2º ESO
<p><b>Número natural:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Operaciones elementales.</li> <li>Descomposición numérica.</li> <li>Potenciación. Radicación.</li> <li>Divisibilidad: M.C.D. y M.C.M.</li> </ul>	
<p><b>Número racional:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Fracciones con términos naturales.</li> <li>Comparación y ordenación.</li> <li>Operaciones.</li> </ul>	<p><b>Número racional:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Fracciones con términos enteros. Operaciones.</li> <li>Potencias con exponente entero (N. 2 y 3).</li> <li>Raíces cuadradas exactas por descomposición factorial (N. 2 y 3).</li> <li>Introducción a la notación científica (N. 2 y 3).</li> </ul>
<p><b>Número decimal:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Fracción decimal.</li> <li>Comparación y ordenación.</li> <li>Operaciones.</li> </ul>	<p><b>Número decimal:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Periódicos. Fracción generatriz (N. 2 y 3).</li> <li>Operaciones con decimales periódicos (N. 2 y 3).</li> </ul>
<p><b>Proporcionalidad numérica:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Regla de tres simple.</li> <li>Repartos directamente proporcionales.</li> <li>Interés simple.</li> <li>Tanto por ciento (%).</li> </ul>	<p><b>Proporcionalidad numérica:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Repaso de contenidos básicos y regla de tres simple.</li> <li>Regla de tres compuesta (N. 2 y 3).</li> <li>Repartos inversamente proporcionales (N. 3).</li> <li>Tanto por ciento (%). Interés simple.</li> </ul>
<p><b>Número entero:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Iniciación.</li> <li>Suma y resta.</li> </ul>	<p><b>Número entero:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Estudio completo de operaciones y propiedades. Prioridad.</li> <li>P. Distributiva y Sacar Factor Común (N. 2 y 3).</li> <li>Idea básica de intervalo para ordenar (N. 3).</li> </ul>
<p><b>Medida:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Unidades de longitud, masa, capacidad y superficie.</li> <li>Medidas agrarias y tradicionales.</li> </ul>	<p><b>Medida:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Repaso de Longitud, Capacidad, Masa y Superficie.</li> <li>Unidades de volumen. Relación entre Volumen y Capacidad (N. 2 y 3).</li> </ul>
<p><b>Ángulos y tiempo:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Operaciones en el sistema sexagesimal.</li> </ul>	
<p><b>Geometría:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Figuras planas: elementos, perímetro y áreas.</li> <li>Introducción al Teorema de Pitágoras.</li> </ul>	<p><b>Geometría:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Repaso de figuras planas: elementos, perímetros y áreas.</li> <li>Teorema de Pitágoras.</li> <li>Cuerpos geométricos: formas, elementos, dibujo, desarrollo y construcción.</li> </ul>
<p><b>Funciones y gráficas:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Interpretación de gráficas.</li> </ul>	<p><b>Funciones y gráficas:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Generalidades.</li> <li>Representación gráfica: tabla de valores.</li> <li>Interpretación y reconocimiento intuitivo de las características elementales.</li> <li>Introducción a la función de primer grado: pendiente y ordenada en el origen (N. 2 y 3).</li> </ul>
	<p><b>Álgebra:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Introducción al lenguaje algebraico.</li> <li>Introducción a los polinomios: suma y resta. Multiplicación (N. 2 y 3).</li> <li>Introducción a la ecuación de primer grado.</li> </ul>
	<p><b>Introducción a la Probabilidad.</b></p>

# Contenidos 2.º Ciclo

3.º ESO	4.º ESO ( Opción A)	4.º ESO (Opción B)
<ul style="list-style-type: none"> <li>Número racional: Operaciones, potencias de exponente entero y base racional</li> <li>Notación científica (N. 2 y 3)</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Número irracional. Radicales</li> <li>Racionalización (N. 2 y 3)</li> <li>Potencias de exponente racional</li> <li>El número real.</li> <li>Notación científica (N. 2 y 3)</li> <li>Estimación y errores.</li> <li>Error absoluto y relativo (N. 2 y 3)</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Número irracional. Radicales</li> <li>Racionalización (N. 2 y 3)</li> <li>Potencias de exponente racional</li> <li>El número real</li> <li>Notación científica (N. 2 y 3)</li> <li>Estimación y errores.</li> <li>Error absoluto y relativo (N. 2 y 3)</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>Proporcionalidad numérica</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Polinomios. Cociente. Divisibilidad de polinomios</li> <li>Teorema del resto (N. 2 y 3)</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Polinomios. Cociente. Divisibilidad de polinomios</li> <li>Teorema del resto</li> <li>Factorización de polinomios</li> <li>Fracciones algebraicas (N. 2 y 3)</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>Introducción a los polinomios. Suma, resta y producto</li> <li>Cociente de polinomios (N. 2 y 3)</li> <li>Productos notables.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Polinomios. Cociente. Divisibilidad de polinomios</li> <li>Teorema del resto (N. 2 y 3)</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Polinomios. Cociente. Divisibilidad de polinomios</li> <li>Teorema del resto</li> <li>Factorización de polinomios</li> <li>Fracciones algebraicas (N. 2 y 3)</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>Ecuación de primer grado</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Polinomios. Cociente. Divisibilidad de polinomios</li> <li>Teorema del resto (N. 2 y 3)</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Polinomios. Cociente. Divisibilidad de polinomios</li> <li>Teorema del resto</li> <li>Factorización de polinomios</li> <li>Fracciones algebraicas (N. 2 y 3)</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>Introducción a la ecuación de 2º grado</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Ecuación de 2º grado</li> <li>Ecuaciones bicuadradas, racionales e irracionales (N. 2 y 3)</li> <li>Suma y producto de las soluciones (N. 3)</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Ecuación de 2º grado</li> <li>Ecuaciones bicuadradas, racionales e irracionales (N. 2 y 3)</li> <li>Suma y producto de las soluciones (N. 2 y 3)</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>Sistemas de ecuaciones lineales 2 x 2</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Sistemas de una ecuación lineal y otra de segundo grado</li> <li>Sistemas de dos ecuaciones de segundo grado (N. 2 y 3)</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Sistemas de una ecuación lineal y otra de segundo grado</li> <li>Sistemas de dos ecuaciones de segundo grado (N. 2 y 3)</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>Teorema de Pitágoras</li> <li>Teorema del cateto y de la altura (N. 2 y 3)</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Inecuaciones y sistemas de primer grado con una incógnita</li> <li>Inecuaciones y sistemas de dos inecuaciones lineales con dos incógnitas (N. 2 y 3)</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Inecuaciones y sistemas de primer grado con una incógnita</li> <li>Inecuaciones y sistemas de dos inecuaciones lineales con dos incógnitas (N. 2 y 3)</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>Ángulos. Triángulos. Cuadriláteros. Circunferencia</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Vectores en el plano. Ángulo Orientado</li> <li>Movimientos en el plano: Traslaciones, simetrías y giros</li> <li>Teleselación del plano (N. 2 y 3) Frisos y mosaicos (N. 2 y 3)</li> <li> semejanza.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Vectores en el plano. Ángulo orientado</li> <li>Movimientos en el plano: Traslaciones, simetrías y giros</li> <li>Homotecias (N. 2 y 3)</li> <li>Semejanza</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>Semejanza. Escalas y mapas</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Trigonometría</li> <li>El radian. Razones de un ángulo agudo.</li> <li>Resolución de triángulos rectángulos. Aplicaciones de la Trigonometría a problemas de la vida real</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Trigonometría</li> <li>El radian. Razones de un ángulo cualquiera</li> <li>Reducción al primer cuadrante (N. 2 y 3)</li> <li>Resolución de triángulos rectángulos. Aplicaciones de la Trigonometría a problemas de la vida real</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>Funciones. Generalidades</li> <li>Interpretación de gráficas</li> <li>Función lineal y afín</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Funciones. Generalidades</li> <li>Interpretación de gráficas</li> <li>Funciones a trozos.</li> <li>Funciones cuadrática, valor absoluto, de proporcionalidad inversa, raíz cuadrada</li> <li>Introducción a la función exponencial</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Funciones. Generalidades</li> <li>Interpretación de gráficas</li> <li>Funciones a trozos</li> <li>Funciones cuadrática, valor absoluto, de proporcionalidad inversa, raíz cuadrada, <math>x^n</math>, raíz <math>n</math>-ésima</li> <li>Funciones racionales</li> <li>Idea intuitiva de límites y continuidad. Interpretación gráfica. Notación de límite (N. 2 y 3)</li> <li>Familias de funciones (N. 2 y 3).</li> <li>Función exponencial</li> <li>Logaritmos. Propiedades</li> <li>Función logarítmica (N. 2 y 3)</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>Estadística unidimensional</li> <li>Gráficos y parámetros estadísticos</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Técnicas de recuento. Combinatoria</li> <li>Números combinatorios (N. 3)</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Técnicas de recuento. Combinatoria</li> <li>Números combinatorios (N. 2 y 3)</li> <li>Binomio de Newton (N. 2 y 3)</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>Probabilidad. Sucesos. Operaciones. Ley de Laplace</li> <li>Frecuencia relativa de un suceso</li> <li>Experimentos compuestos (N. 2 y 3)</li> <li>Probabilidad condicionada (N. 2 y 3)</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Probabilidad. Sucesos. Operaciones. Ley de Laplace</li> <li>Frecuencia relativa de un suceso</li> <li>Experimentos compuestos (N. 2 y 3)</li> <li>Probabilidad condicionada (N. 2 y 3)</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Probabilidad. Sucesos. Operaciones. Ley de Laplace</li> <li>Frecuencia relativa de un suceso.</li> <li>Experimentos compuestos (N. 2 y 3)</li> <li>Probabilidad condicionada (N. 2 y 3)</li> </ul>

## Bibliografía

---



*Matemáticas 1º ESO "Orbita 2000"*, José A. ALMODÓVAR y otros, Ed. Santillana.

- Distribuye el currículo en 14 unidades que se ajustan bastante bien a las adoptadas por nuestro grupo. Es un poco extenso. Un tema dedica a la Introducción al Álgebra que nosotros no contemplamos y no habla nada de Gráficas.
- Es muy denso y poco atractivo
- Tiene muchas actividades para los Niveles I y II pero pocas para el Nivel III.

*Matemáticas 1º ESO "Fractal 1"*, Fernando ÁLVAREZ y otros, Ed. Vicens Vives.

- Distribuye el currículo en 15 unidades que se ajustan exactamente a las adoptadas por nuestro grupo. Alguna unidad la divide en 2 y por eso salen más en este libro de texto.
- Es agradable a la vista y fácil de manejar.
- Tiene abundantes actividades para los Niveles I y II y el "Para profundizar" se puede adaptar el Nivel III.

*Matemáticas 1º ESO "Proyecto Adara"*, Ignacio LAZCANO y otro, Ed. Vicens Vives.

- Distribuye el currículo en 12 unidades que no se ajustan, algunas de ellas, con las adoptadas por nuestro grupo. Introduce Iniciación al Álgebra, Poliedros, Estadística y Probabilidad y no toca para nada los Nº Decimales y Proporcionalidad.
- Es muy denso y extenso para poder estudiarlo completo en un solo curso escolar.
- Tiene muchas y buenas actividades para los Niveles I y II pero escasas para el Nivel III.

*Matemáticas 1º ESO*, J. COLERA y otros, Ed. Anaya.

- Distribuye el currículo en 14 unidades que se ajustan en general a las adoptadas por nuestro grupo. Tratan unidades como Ecuaciones que nosotros no tocamos y en cambio no tocan nada de gráficas
- Es ameno y agradable a la vista ya que goza de buenos dibujos.
- Tiene muchas y buenas actividades para los niveles I y II, pero pocas del Nivel III.

*Matemáticas 1º ESO "Aritmos"*, José R. VIZMANOS y otro, Ed. S.M.

- Distribuye el currículo en 16 unidades que se ajustan, en general, a las adoptadas por nuestro grupo. Trata temas como Estadística, Azar y Probabilidad, Semejanzas y Vo-

lúmenes que nosotros no tocamos. Sin embargo no toca el Sistema Sexagesimal de Medidas.

- Es un texto claro pero muy amplio y difícil de poder estudiarlo completo en un curso escolar.
- Tiene muchas actividades para los Niveles I y II y un apartado de “problemas para pensar más” que se adaptan bastante bien para el Nivel III.

*Matemáticas 1º ESO “Números 2001”, M<sup>a</sup> Paz BUJANDA y otro, Ed. S.M.*

- Distribuye el currículo en 16 unidades que se ajustan bastante bien a las adoptadas por nuestro grupo. Trata temas como Estadística y Probabilidad, Ecuaciones Semejanzas y Volúmenes que nosotros no tocamos. En cambio trabaja muy poco el N<sup>a</sup> Natural y La Medida tanto en S.M.D. como en el Sistema Sexagesimal.
- Nos parece interesante los problemas síntesis que introduce después de los bloques de Números, Tratamiento de la Información y Geometría.
- El contenido lo consideramos extenso y difícil de dar en un curso escolar.
- Tiene buenas actividades para los Niveles I y II y unas Actividades de Ampliación que encajan perfectamente para el Nivel III.

*Matemáticas 1º ESO, Fernando GARCÍA y otros, Ed. Alhambra Longman.*

- Distribuye el currículo en 12 unidades que coinciden en bastantes unidades con las adoptadas por nuestro grupo. No toca el n.º Natural ni la Medida pero si que lo hace con la Introducción al Azar.
- Es muy denso, extenso y poco atractivo a la vista y los contenidos amplios y difíciles de dar en un curso escolar.
- Tiene bastantes actividades para los tres niveles.

*Matemáticas 1º ESO “Miríada XXI”, M. ÁLVAREZ y otros, Ed. Mc. Graw Hill.*

- Distribuye el currículo en 12 unidades que coinciden casi íntegramente con las adoptadas por nuestro grupo.
- Es un texto muy bien secuenciado y fácil de seguir, se puede dar todo el contenido en un curso escolar.
- Tiene variadas actividades par los Niveles I y II y al final de cada tema tiene el apartado “Para Ampliar” que se adapta muy bien al alumnado del Nivel III.
- No toca la Introducción a las gráficas y sin embargo trabaja el tema de Azar y Probabilidad.

## 2º ESO

*Matemáticas 2º ESO, “Miríada XXI”, M. ALVAREZ y otros, Ed. McGraw Hill*

- Distribuye el currículo en 11 unidades que no coinciden con las adoptadas por nuestro grupo.
- Es un texto bien secuenciado pero tiene escasez de actividades para el Nivel 3.
- Es apropiado para el manejo del alumno y tiene variedad de actividades para los Niveles 1 y 2.
- Se echa muy en falta los temas sobre Proporcionalidad numérica y sobre Funciones.



*Matemáticas 2º ESO, "Órbita 2000"*, José A. ALMODÓVAR y otros, Ed. Santillana

- Distribuye el currículo en 14 unidades, que se ajustan a las adoptadas por nuestro grupo, pero es demasiado extenso para poder estudiarlo completo en un curso escolar.
- Es poco atractivo a la vista y muy denso en cantidad de texto, que dificulta su manejo.
- Tiene bastantes actividades, pero escasas para el Nivel 3.

*Matemáticas 2º ESO, "Fractal 2"*, Fernando ALVAREZ y otros, Ed. Vicens Vives

- Distribuye el currículo en 15 unidades, que se ajustan a las adoptadas por nuestro grupo. Hay muchas porque alguno de los temas ocupa varias unidades.
- Es agradable a la vista y fácil de manejar, pero mezcla conceptos de diversas unidades.
- Tiene cantidad y variedad de actividades, sobre todo de Nivel 1. Al final de cada unidad aparecen unas pocas para el Nivel 3.

*Matemáticas 2º ESO, J. COLERA y otros, Ed. Anaya*

- Distribuye el currículo en 12 unidades, que se ajustan a las adoptadas por nuestro grupo, pero no trata un tema fundamental como es El Número Entero.
- Es llamativo y tiene gran cantidad de actividades para los tres niveles.

*Matemáticas 2º ESO, "Aritmos"*, José R. VIZMANOS y otros, Ed. SM

- Distribuye el currículo en 15 unidades, que coinciden con las adoptadas por nuestro grupo, pero introduce temas propios de otros niveles.
- Tiene gran cantidad de actividades para los tres niveles y unos resúmenes plastificados muy útiles para el alumnado.