

MÉTODOS CUANTITATIVOS EN LAS CONTRIBUCIONES A LOS SIMPOSIOS DE LA SEIEM EN 2001–2010

Wilhelmi, M. R., Lacasta, E.

Universidad Pública de Navarra / Nafarroako Unibertsitate Publikoa

Como señalaba [...] Henry G. Felsen [...] un tratamiento adecuado cura un resfriado en siete días, pero si se deja que se resuelva por sus propios medios, se arrastra durante una semana. Lo mismo ocurre con [...] promedios, relaciones, tendencias y gráficos. Puede haber más de lo que ven los ojos y puede haber mucho menos.

(How to lie with Statistics, Huff, 1954)

Resumen. *Se toma como campo de observación las contribuciones a los simposios de la Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática (SEIEM) en las que aparecen métodos cuantitativos. Se motiva la necesidad de un control previo a la recogida de datos y su tratamiento. Se justifica entonces la función que la ingeniería didáctica como método de investigación puede aquí cumplir. Asimismo, se realiza un análisis sistemático de una contribución de tipo experimental cuyo método privilegiado es cuantitativo.*

Palabras clave. Hechos y fenómenos, ingeniería didáctica, métodos cuantitativos, simposios SEIEM.

Abstract. *Quantitative methods used in papers presented in the symposia of the Spanish Society for Research in Mathematics Education in the decade 2001-2010 are analyzed. We justify the need for a previous control of data collection and data processing. Then, we reasoned what it is here the role of didactical engineering as a research method. Also, a systematic analysis of an experimental contribution, whose preferred method is quantitative, is carried out.*

Key words. Facts and phenomena, didactical engineering, SEIEM symposia, quantitative methods.

1. HECHOS, FENÓMENOS Y ECLECTICISMO

Los problemas propuestos en didáctica de las matemáticas son muy complejos, puesto que se trata de resolver cuestiones:

- *Científicas:* describir y explicar el comportamiento de los sistemas didácticos.
- *Técnicas:* desarrollar instrumentos para la mejora del funcionamiento y control de los sistemas didácticos.

- *Prácticas*: criterios concretos y eficaces para la acción, la toma de decisiones y la intervención en situaciones “en marcha”.

Estas necesidades (y la dificultad de abordarlas) explican en parte la existencia de diversos programas de investigación, que fundamentan sus propuestas según distintos enfoques teóricos y que realizan contrastes experimentales diversos en forma y fondo.

A este respecto, Kilpatrick (1994) mostró ya las barreras culturales y lingüísticas existentes entre los términos “Mathematics Education” y “Didactique des mathématiques”, referentes implícitos de dos formas diferentes —en ocasiones contrapuestas— de entender la investigación relativa a los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas.

Es en este contexto heterogéneo, en ocasiones escindido, donde debemos analizar los métodos cuantitativos utilizados en las investigaciones de los simposios de la Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática (SEIEM).

Los métodos cuantitativos se asocian en muchos contextos a la necesidad de inferir a partir de muestras significativas conocimiento fiable generalizable a una población. Johnson y Onwuegbuzie (2004) establecen una serie de fortalezas y debilidades de estos métodos que claramente apuntan en esta dirección (tabla 1).

Fortalezas	Debilidades
<ul style="list-style-type: none"> ▪ Contraste y validación de teorías elaboradas sobre cómo (y en menor medida, por qué) los fenómenos ocurren. ▪ Contraste de hipótesis. Generalización de resultados cuando las muestras son significativas (aleatorias y suficientemente grandes). ▪ Generalización de resultados obtenidos de manera reiterada en muchas poblaciones y subpoblaciones. ▪ Obtención de datos experimentales útiles que permitan predicciones de hechos cuantificables. ▪ El investigador puede construir situaciones para eliminar las interpretaciones confusas de ciertas variables, con el objetivo de establecer relaciones causa-efecto más plausibles. ▪ La obtención de datos cuantitativos según ciertos métodos puede ser relativamente rápida. ▪ Proporciona datos precisos (numéricos, cuantitativos). ▪ El análisis utilizando programas estadísticos es relativamente poco costoso (desde el punto de vista del tiempo necesario). ▪ Los resultados (intensidad del efecto, significación estadística, etc.) son relativamente independientes del investigador. ▪ Se puede tener mayor credibilidad con personas de contextos de decisión (administradores, políticos, etc.) ▪ Útil para estudios de muestras grandes. 	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Las categorías identificadas por los investigadores pueden no ser consensuadas. ▪ Las presunciones identificadas por los investigadores pueden no ser consensuadas. ▪ El investigador puede perderse en los fenómenos, porque focaliza su trabajo en el contraste o generación de hipótesis (sesgo de confirmación). ▪ El conocimiento producido puede ser demasiado abstracto y general para la aplicación directa a situaciones, contextos e individuos particulares.

Tabla 1. Fortalezas y debilidades de los métodos cuantitativos (Johnson y Onwuegbuzie, 2004, 19)

El trabajo de Johnson y Onwuegbuzie (2004) además de establecer como fortaleza de los métodos cuantitativos la “generalización de resultados cuando las muestras son significativas”, les atribuye otras características que podríamos calificar de “típicas”, por ser citadas reiteradamente en estudios sobre metodología. Por ejemplo: establecimiento de relaciones causa-efecto, obtención de datos precisos y objetivos (independientes del investigador), credibilidad en órganos decisorios, etc. Pero más aún, se atribuye una falta de “utilidad”, por cuanto “el conocimiento producido puede ser demasiado abstracto y general para la aplicación directa a situaciones, contextos e individuos particulares”. De hecho, lo cuantitativo es asociado abusivamente con lo inferencial: análisis de las relaciones entre variables (un número relativamente pequeño

de ellas) referidas a un conjunto de individuos (una muestra grande y representativa de ellos).

Esta identificación de lo cuantitativo con la búsqueda de leyes generales, tiene como trasfondo una ideología positivista-empirista que:

- Prima excesivamente la estadística inferencial paramétrica.
- Exige supuestos (en particular, normalidad de las variables y aleatoriedad de las muestras) difícilmente constatables en la mayoría de los casos.

Además, esta ideología es muchas veces entendida “en oposición” con un paradigma descriptivo-comprensivo. En breve, el debate cuantitativo-cualitativo que suele resumirse en una serie de descriptores exclusivos y excluyentes (tabla 2).

Paradigma cualitativo	Paradigma cuantitativo
<ul style="list-style-type: none"> ▪ Métodos cualitativos ▪ Fenomenología y comprensión ▪ Observación naturalista, sin control ▪ Subjetivo ▪ Dentro de los datos ▪ Exploratorio, inductivo, descriptivo ▪ Orientado al proceso ▪ Datos “ricos y profundos” ▪ No generalizable ▪ Holista ▪ Realidad dinámica 	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Métodos cuantitativos ▪ Positivismo lógico ▪ Medición penetrante y controlada ▪ Objetivo ▪ Desde fuera de los datos ▪ Confirmatorio, inferencial, deductivo ▪ Orientado al resultado ▪ Datos “sólidos y repetibles” ▪ Generalizable ▪ Particularista ▪ Realidad estática

Tabla 2. Reichardt y Cook (1986)

Sin embargo, los métodos cuantitativos pueden ser utilizados en otros contextos, con otras intenciones y bajo otra ideología científica. Mostraremos como la *ingeniería didáctica* (Lacasta, Pascual y Wilhelmi, 2009) permite realizar contrastes experimentales que incluyen estudios cuantitativos sin remitirse necesariamente a un paradigma positivista y sin buscar necesariamente la inferencia estadística.

El situar la ingeniería didáctica como referencia esencial de nuestro análisis de los métodos cuantitativos es evidentemente un *sesgo*, es decir, un “curso o rumbo que toma [el trabajo]” (www.rae.es), que consideramos inexcusable: no hay nada más contrario a la ciencia que el eclecticismo. Con otras palabras, cualquier intento de conciliar distintos enfoques debe garantizar un núcleo teórico y metodológico firme y bien definido, que garantice en particular que las aportaciones de diferentes perspectivas sean no sólo coherentes, sino que contribuyan a la consistencia de ese núcleo irrenunciable.

La identificación de este núcleo firme y bien definido es esencial para pasar del *hecho* al *fenómeno*. Wilhelmi, Font y Godino (2006) describen en qué sentido en este paso la teoría didáctica es determinante. Para estos autores, por un lado, un hecho puede describirse sucintamente como la parte de un fenómeno sobre la cual hay consenso; mientras que, por otro lado, un fenómeno sería la explicación del hecho dada por una teoría.

“Dos enfoques teóricos diferentes pueden coincidir en que determinadas variables están presentes en el fenómeno considerado [...], pero no

necesariamente en el papel que juegan las mismas. Las variables espaciales y temporales (dónde y cuándo se desarrolla un acontecimiento) o la edad de los protagonistas son características normalmente consideradas en cualquier marco teórico [con un carácter similar...] Otras características, como la complejidad semiótica, los significados personales (propios de cada estudiante individual) e institucionales (de la clase como institución) o el funcionamiento de los signos en el discurso matemático, representan descriptores explicativos relativos a una teoría específica.” (pp. 2–3).

Estos autores aportan ejemplos de cómo un mismo aspecto relativo a un proceso de enseñanza y aprendizaje es descrito según diversas teorías (APOS, TAD, EOS, TSDM¹⁰). Pero más aún, indagan en el tipo de explicación (*débil o fuerte* con relación al *modelo causal*¹¹) que cada una de las teorías intentan aportar a partir de los fenómenos que identifican y describen.

En resumen, el análisis de los métodos cuantitativos debe partir de un enfoque para la didáctica de las matemáticas, que debe, en particular, explicitar un núcleo metodológico firme. Situamos a la *ingeniería didáctica* (sección 3) en este núcleo y, por lo tanto, es para nosotros referencia obligada para, en concreto, los métodos cuantitativos.

En la sección 4, mostraremos un breve análisis de los trabajos cuantitativos presentados en la SEIEM en la última década 2001–2010. Uno de estos artículos será utilizado en la sección 5 para ejemplificar la ingeniería didáctica como método de investigación, así como para poner en funcionamiento la “guía metodológica”, que incluye indicadores para valorar la calidad de los métodos utilizados en trabajos de investigación (ver ponencia común de este mismo seminario de investigación). En la sección 6, y a modo de conclusión, haremos una breve síntesis y daremos alguna recomendación sobre el uso de estos métodos para la investigación en didáctica de las matemáticas.

Antes de todo ello, en la siguiente sección, damos una descripción de los trabajos presentados en los simposios de la SEIEM, donde el método privilegiado es cuantitativo.

2. LOS MÉTODOS CUANTITATIVOS EN LAS CONTRIBUCIONES DE LA SEIEM

En esta sección haremos una breve descripción de los trabajos cuantitativos presentados en los simposios de la SEIEM en 2001–2010¹², atendiendo a:

¹⁰ APOS: Acción, Proceso, Objeto y Esquema (del inglés, *Action - Process - Object - Schema*); TAD: Teoría Antropológica de lo Didáctico; EOS: Enfoque Ontosemiótico del conocimiento y de la instrucción matemáticos; TSDM: Teoría de Situaciones Didácticas en Matemáticas.

¹¹ Wilhelmi, Font y Godino (2006) señalan cómo, en todo caso, hay una “relajación” del modelo causal. Puesto que actualmente parece inviable determinar qué es una ley general en didáctica de las matemáticas, justifican dichos autores, el ideal causal de explicación es sustituido por un modelo más general: “Dado un fenómeno que se observa con cierta regularidad (1) hay que buscar las causas y (2) estas causas han de producir inevitablemente (o al menos en la mayoría de los casos) el fenómeno en cuestión” (p.4).

¹² Las actas de los simposios que incluyen todos los trabajos pueden descargarse de la Web de la Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática (<http://www.seiem.es/publicaciones/actas.htm>).

- El área de referencia.
- El nivel educativo.
- El grado de intervención del investigador en la observación.
- El carácter temporal del estudio: *puntual, lineal, transversal, longitudinal o secuencial*.
- La fuente o fuentes de donde proceden: alumnos, profesores, padres, materiales educativos, instituciones o documentos oficiales.

El primer simposio de la Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática data del año 1997. Sin embargo, hasta el año 2001 no se presenta ninguna contribución cuyo método cuantitativo sea explícito. Este hecho se justifica porque en el periodo 1997–2000 se presentaron únicamente contribuciones monográficas cuyo objetivo era describir “el estado de la cuestión” de diferentes tópicos en didáctica de las matemáticas.

Por ello, en este trabajo el periodo de referencia es la década pasada (2001–2010). En la figura 1 se puede ver el número de contribuciones cuyo método tiene un componente “cuantitativo” esencial, es decir, sea cual sea su naturaleza de las estadísticas (descriptiva, inferencial, paramétrica o no), hay un predominio de variables cuantitativas que aparecen en la comunicación de manera explícita.

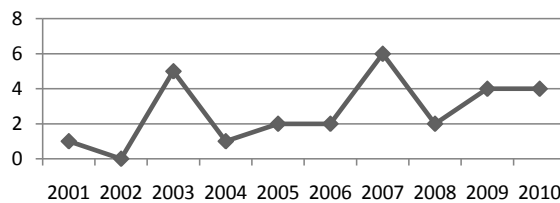


Figura 1. Frecuencias absolutas de contribuciones cuantitativas en 2001–2010

El restringir el estudio al periodo citado permite asimismo cuantificar de manera más justa el “peso” que los métodos cuantitativos tienen respecto al conjunto de las contribuciones. En la figura 2 se muestran las frecuencias absolutas y los porcentajes.

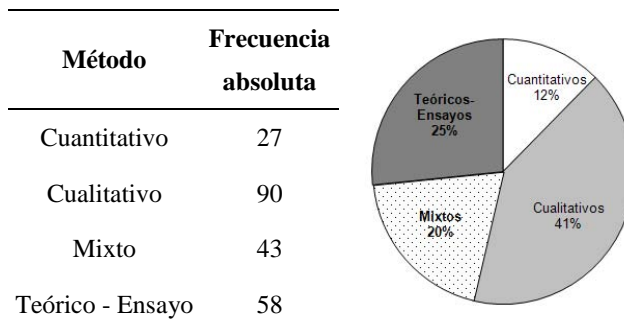


Figura 2. Frecuencias absolutas y porcentajes de métodos en 2001–2010

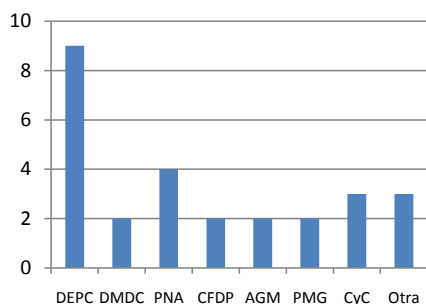
Métodos cuantitativos en las contribuciones a los simposios de la SEIEM en 2001-2010

Además, se observa en el último lustro un crecimiento considerable de las aportaciones basadas en métodos cuantitativos (tabla 3).

Año	Contribuciones	Cuantitativas	Tantos por ciento (%)	Media de % en los dos últimos lustros
2010	34	4	11,8	
2009	22	4	18,2	
2008	23	2	8,7	14,2
2007	28	6	21,4	
2006	19	2	10,5	
2005	25	2	8	
2004	18	1	5,6	
2003	26	5	19,2	8,2
2002	11	0	0	
2001	12	1	8,3	

Tabla 3. Evolución temporal del porcentaje de trabajos cuantitativos

En la figura 3 se muestran las áreas de referencia de los 27 trabajos cuantitativos presentados. En ella se observa que el área mayoritaria es “Didáctica de la Estadística, Probabilidad y Combinatoria” (9), seguida del “Pensamiento numérico y algebraico” (4) y, finalmente, una serie de áreas con 1 o 2 contribuciones presentadas.



DEPC: Didáctica de la Estadística, Probabilidad y Combinatoria

DMDC: Didáctica de las matemáticas como disciplina científica

PNA: Pensamiento numérico y algebraico

CFDP: Conocimiento, formación y desarrollo profesional

AGM: Aprendizaje de la Geometría y de la medida

PMG: Procesos matemáticos genéricos

CyC: Creencias y concepciones

Otra: Otras áreas con una sola comunicación presentada

Figura 3. Frecuencias absolutas según áreas

Además, como se puede ver en la tabla 4, el tanto por ciento de trabajos cuantitativos por áreas muestra que las de DEPC y CyC tienen los tanto por ciento más elevados, siendo el de la primera área el más representativo (dado el número de trabajos presentados).

Área	DEP C	DMD C	PN A	CFD P	AG M	PM G	Cy C	Otr a	TOTA L
Frecuencia absoluta (Fa)	23	18	34	41	29	19	5	45	214
Fa (met. cuantitativo)	9	2	4	2	2	2	3	3	27
Tantos por ciento (%)	39,1	11,1	11,8	4,9	6,9	10,5	60	6,7	12,6

Tabla 4. Tantos por ciento de trabajos cuantitativos por áreas de conocimiento

En la figura 4 se muestra el nivel educativo de referencia en las muestras. Destacan dos: secundaria (15, incluyendo estudios transversales “primaria-secundaria” y “secundaria-universidad”) y universidad (8, incluyendo estudios transversales “secundaria-universidad”).

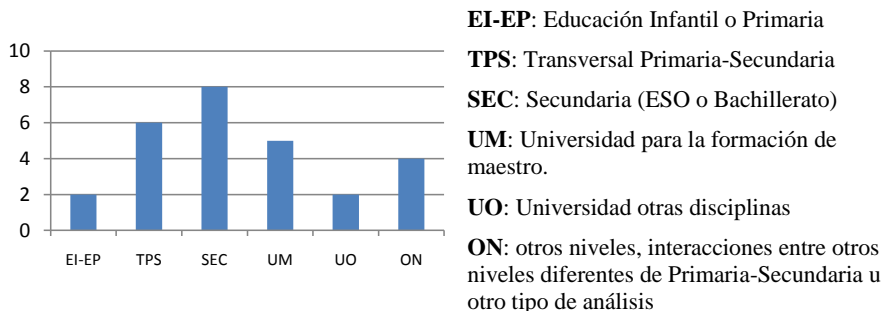


Figura 4. Frecuencias absolutas según nivel educativo

Excepto una, todas las muestras han sido obtenidas sin interacción, es decir, el investigador ha recogido los datos pero no ha participado, en tanto que observador implicado¹³, en el proceso de estudio anterior o posterior.

Como se puede deducir de la tabla 5, la recogida de datos es en 15 de los 17 casos *puntual*, esto es, en un momento concreto a un único grupo¹⁴. La recogida es transversal en 8 casos. Por otro lado, en esta misma tabla se recogen la fuente de los datos analizados. Cabe aquí destacar que 22 de los 27 se refieren a alumnos (17) o profesores (5), teniendo el resto de trabajos como fuente materiales educativos (2), documentos oficiales (1) o la interacción de diversas fuentes (2).

Tiempo		Fuente	
Puntual	15	Alumnos	17
Lineal	1	Profesores	5
Transversal	8	Materiales	2
Longitudinal	2	Documentos	1
Secuencial	0	Varios	2

Tabla 4. Permanencia del investigador y fuentes

3. INGENIERÍA DIDÁCTICA

Kilpatrick (1994) parte del descrédito en que ha caído el positivismo, el empirismo, para criticar los enfoques basados exclusivamente en métodos cualitativos, que limitan la

¹³ Puede suceder que un investigador sea a la vez profesor de los sujetos de su investigación, pero en el diseño del método no se hace referencia a cómo esto condiciona la investigación. Esto es, en tanto que investigador, únicamente interviene en el momento en que recoge los comportamientos de los estudiantes.

¹⁴ Puede darse la circunstancia de que sean varios grupos, pero entonces estos se suponen homogéneos entre sí; no pudiéndose por lo tanto asumir un análisis transversal o de comparación de grupos que tienen diferentes valores en la variable edad (*cohortes*).

toma en consideración de la fiabilidad de las observaciones y de la validez de los resultados.

“Nuestros investigadores evitan la ingeniería como metáfora de investigación; consideran la noción de variable como un residuo de un positivismo desacreditado; han abandonado no sólo todo contraste de hipótesis, sino también toda generación de hipótesis, incluso la propia formulación de hipótesis. Vagan por una especie de desierto donde el constructivismo radical, las matemáticas del niño y los métodos cualitativos tienen un poder encantador y donde las cuestiones de validez son obsoletas.” (Kilpatrick, 1994, 92)

Kilpatrick critica un enfoque en Educación Matemática que en los años noventa cumplía una suerte de discriminación positiva, para compensar el hecho de que en años precedentes la valoración de los trabajos de investigación se centrara en la “abundancia” (y no siempre en la pertinencia) de las estadísticas aportadas¹⁵. Lo esencial de la crítica de Kilpatrick, que aún sigue vigente, no es pues el método utilizado, sino la filosofía que lo sustenta. Creemos obsoleto centrar el debate metodológico en el enfrentamiento cuantitativo-cualitativo. Sin embargo, es necesario afrontar las cuestiones de validez, representatividad de una observación, estabilidad de una situación, reproducibilidad, transferencia de conocimiento, etc., si se quiere hacer progresar la didáctica sobre exigencias comunes.

La evolución de una teoría en didáctica de las matemáticas puede determinarse por el contraste entre un análisis *a priori* y un análisis *a posteriori*. La teoría busca validar las hipótesis que formula (*a priori*). Los hechos observados permiten (*a posteriori*) validar o refutar, total o parcialmente, las hipótesis enunciadas. Este modo de proceder en la evolución de la teoría didáctica es una de las características definitorias de las distintas perspectivas que comparten los presupuestos del programa epistemológico.

“Los didactas [...] recurren a análisis elaborados previamente a la experimentación en clase. Este paso del pensamiento a la acción ha sido característico en su trabajo en las dos últimas décadas [...] Es cierto que los trabajos aportados por diferentes didácticas varían en sus centros de interés, pero todos ellos parecen revelar una epistemología común y compartir la misma metodología.” (Kilpatrick, 1994, 89–90)

Así, la *ingeniería didáctica* (Artigue, 1989) permite abordar el contraste experimental necesario. Más aún, este método de investigación¹⁶ permite abrir el abanico de métodos estadísticos sin cortapisas. El análisis multivariante, el *análisis implicativo* (Gras, Suzuki, Guillet y Spagnolo, 2008), surgido desde la didáctica de las matemáticas, la

¹⁵ Es la época en que se publica, por ejemplo, el ya clásico *Radical constructivism in mathematics education* (Von Glasersfeld, 1995).

¹⁶ *Ingeniería didáctica como método de investigación*. La ingeniería didáctica tiene dos facetas: una, técnica o de producción de instrumentos específicos para la gestión de un proceso de construcción y comunicación de un saber matemático; otra, científica o de análisis de dichos procesos. Más aún, ni siquiera la “bondad” contrastada de una *ingeniería*, en tanto conjunto de reglas sobre el funcionamiento y control de una situación, supone necesariamente la asunción de su aplicabilidad generalizada. Un ejemplo paradigmático es la situación del puzle (Brousseau, 1981): “El éxito del proceso, experimentado en 5º de Educación Primaria [10-11 años] bajo condiciones favorables, ha llenado de esperanza y entusiasmo [a profesores e investigadores], a la vez que ha mostrado hasta que punto su generalización a todas las clases de 5º sería complejo” (Brousseau, 1998, 337).

estadística descriptiva, la estadística inferencial paramétrica y no paramétrica, todo ello encuentra su acomodo y mejor adaptación a las características de los datos recogidos.

La polémica cualitativo-cuantitativo en la que había desembocado la crítica al positivismo y al empirismo radical, coarta los métodos estadísticos utilizables. En concreto, en una perspectiva estrechamente cuantitativa, como ya hemos dicho, se prima excesivamente la estadística inferencial paramétrica, que exige supuestos difícilmente constatables en la mayoría de los casos. Por otro lado, en una perspectiva exclusivamente cualitativa, se descuidan las cuestiones de validez y de contraste de hipótesis. Sin embargo, el contraste entre el análisis *a priori* y *a posteriori* de la ingeniería didáctica permite evitar esta polarización y sus efectos.

Aunque la ingeniería didáctica no es un método exclusivo de la TSDM, es el marco de esta teoría donde más se ha desarrollado y utilizado. A continuación describimos de manera somera cómo la TSDM hace evolucionar el conocimiento sobre los procesos de construcción y comunicación del saber, en lo que estos procesos tienen de específico de las matemáticas; en breve, cómo hace evolucionar la Didáctica de las matemáticas.

La *ingeniería didáctica* (Artigue, 1989) busca la estabilidad en el funcionamiento del “medio”, necesaria para la *reproducibilidad* de situaciones didácticas. Esto determina el progreso de la didáctica como instrumento técnico-práctico (*intervenciones críticas* en los sistemas didácticos) y como disciplina científica (*prueba de la contingencia*). De esta forma, según la TSDM, el progreso de la didáctica requiere la determinación de las condiciones que rigen las interacciones sujeto-medio.

La didáctica estudia entonces la sensibilidad del medio didáctico a « estímulos », esto es, modificaciones de los agentes, del medio material utilizado, de la institución en donde se desarrolla el proceso de estudio, etc. Se identifica un fenómeno cuando se establece una relación entre una intervención crítica sobre el medio y una respuesta que éste, en tanto *medio antagonista*, da a los sujetos.

En este sentido, las *variables didácticas* actúan de “contraste o reactivo” que permiten de manera controlada provocar en los sujetos modificaciones en sus estrategias de acción para adaptarlas al medio. De hecho, el estudio de la adecuación de las variables didácticas para determinar cambios en las estrategias de acción representa un instrumento de validación interna de las conclusiones que puedan extraerse de una observación concreta. En estas condiciones, se puede definir una situación *reproducible*; es decir, en condiciones similares, con un control del medio, la construcción del conocimiento pretendido será la misma.

La cuestión de la reproducibilidad de las situaciones incide sobre la fiabilidad de las observaciones y, sobre todo, sobre su validez. La fiabilidad presupone una estabilidad en el funcionamiento del sistema didáctico; el contraste repetido entre el análisis *a priori* y el análisis *a posteriori* permite hacer evolucionar las condiciones del medio (incluidas las intervenciones del profesor) que garanticen la construcción del saber pretendido, de tal manera que la situación devenga reproducible. Es entonces cuando su *validez* puede ser aceptada, puesto que la situación es exitosa y aplicable de manera estable¹⁷.

¹⁷ No obstante, hay que tener en cuenta que el fenómeno de la *obsolescencia* (Brousseau, 1998) de las situaciones didácticas es inevitable; obligando a su ulterior revisión y ajuste.

En la figura 6 se muestra a la izquierda el esquema genérico de la ingeniería didáctica y a la derecha su desarrollo en la TSDM.

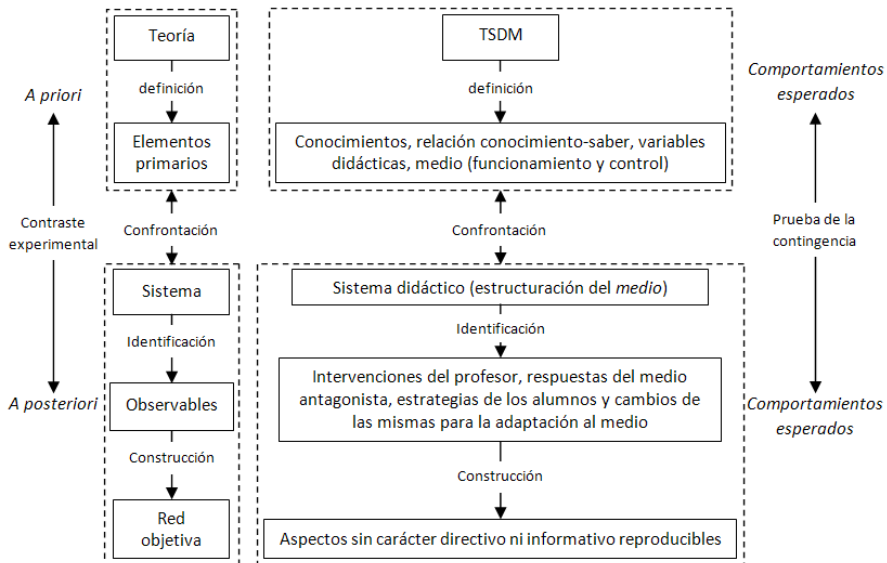


Figura 5. Evolución de la didáctica de las matemáticas según la TSDM

4. BREVE ANÁLISIS DE LOS TRABAJOS CUANTITATIVOS PRESENTADOS EN LA SEIEM

De los 27 trabajos analizados destacamos en esta sección el objetivo, el tamaño de la muestra, el tipo de estadísticas utilizadas y si se han explicitado o no las hipótesis que se desea contrastar.

1. *Objetivo.* Dos son los grandes objetivos pretendidos: uno, describir un grupo de individuos¹⁸; otro, prever su comportamiento¹⁹. Un trabajo puede compartir estos dos objetivos, que además no se identifican necesariamente con “estadística descriptiva” y “estadística inferencial” (que presuponen unos métodos más o menos estandarizados). Asimismo, la descripción puede identificarse con un estudio para la confirmación o refutación de un comportamiento previamente observado y descrito.

De los 27 trabajos analizados, 21 tienen por objetivo la descripción y 6 la previsión.

2. *Tamaño de la muestra.* Es muy heterogéneo: varía entre 16 y 1220, con una media de 337 y una desviación típica de 294,2. En la figura 5 se muestra un

¹⁸ Los individuos en muchas ocasiones son sujetos, pero podrían ser libros de texto, instituciones, materiales escolares, etc.

¹⁹ En general, la previsión suele hacerse pensando en una intervención posterior, que puede o no estar contemplada en el diseño del estudio que se esté llevando a cabo.

gráfico de dispersión del tamaño de las muestras de las 27 contribuciones cuantitativas.

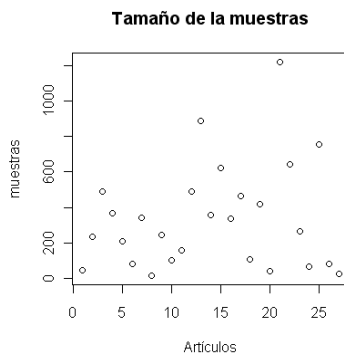


Figura 6. Heterogeneidad en el tamaño de las muestras

La técnica de muestreo es explícita y pertinente en el trabajo en 10 de los 27 trabajos. En estos 10 trabajos incluimos 4 cuyo análisis se refiere a toda la población²⁰.

3. *Técnicas utilizadas.* Todos los trabajos presentan una estadística descriptiva, es decir, presentan de manera organizada datos mediante frecuencias, porcentajes, alguna medida de centralización o dispersión, etc., y representaciones gráficas de los mismos. De hecho, en 11 trabajos es el único tipo de estadística que se presenta, aunque de manera profusa o con un número de variables numeroso (motivo por el cual se han clasificado como estudios cuantitativos²¹). El resto de métodos utilizados son muy heterogéneos. Destaca el uso de las pruebas χ^2 (5 trabajos) y Kruskal-Wallis (3 trabajos), α de Cronbach (3 trabajos), ANOVA (3 trabajos), escalas o índices seleccionados o diseñados *ex profeso* para el análisis de los datos (3 trabajos) y coeficiente de correlación de Pearson (2 trabajos).
4. *Hipótesis.* De los 27 trabajos analizados, 8 se refieren explícitamente a unas hipótesis que son contrastadas, esto es, refutadas, validadas o, de manera más propia, dada la sensibilidad del sistema didáctico, valoradas según la aportación de los datos experimentales recogidos que contribuyen a su apoyo, confortación, matización, rechazo o aceptación parcial, reformulación, etc.

Estos cuatro aspectos no son en sí mismos valorativos, es decir, objetivos, tamaño de la muestra, técnicas y explicitación o no de las hipótesis pueden estar relacionados con criterios diversos, de tal forma que las distintas decisiones tomadas por los investigadores puedan ser aceptables, incluso en el caso extremo de ser contrarias.

Así, por ejemplo, con relación a las hipótesis, su explicitación o no puede estar justificada. En efecto, hay que observar que la determinación de hipótesis necesita de

²⁰ Aquí se incluyen ensayos basados en estadísticas cuantitativas sobre la producción científica en Didáctica de las matemáticas o en alguna de sus áreas de conocimiento.

²¹ Ver la contribución común que sirve de presentación de este mismo *Seminario sobre métodos estadísticos (cualitativos, cuantitativos y mixtos)*.

una exposición previa de los aspectos teóricos relevantes. Este hecho, dados los distintos paradigmas presentes actualmente en Didáctica de las matemáticas, puede dificultar la difusión de los resultados de la investigación y por lo tanto su impacto. Contrariamente, se podría argüir que la ausencia de hipótesis tiene una connotación empirista o positivista que dista de ser pertinente para la didáctica, al menos en su estado actual en tanto rama de las Ciencias Humanas.

Más aún, debe tenerse en cuenta el contexto de referencia: análisis de contribuciones en congresos, simposios, seminarios y reuniones científicas en general, donde, por un lado, la limitación de espacio condiciona sobremanera los modos formales de difusión de los resultados y, por otro lado, el público al que va dirigido es heterogéneo, puesto que no comparte la misma ideología científica.

Mención aparte merece el tamaño de la muestra. De manera aislada, esta característica no permite valorar el estudio. Es necesario analizarla bajo una perspectiva más amplia, en la que al menos las técnicas de muestreo y de tratamiento de los datos, así como las nociones de *significatividad* y *representatividad* son esenciales.

- Técnicas de muestreo y de tratamiento de los datos. La normalidad de las variables, la aleatoriedad de las muestras, la igualdad de varianzas (*homocedasticidad*), etc., deben ser justificadas, no supuestas. En general, las restricciones temporales, materiales y de personal restringen el tipo de muestreo factible, siendo el más común el intencional con muestras reducidas.

Por ello, es esencial explicitar la técnica de muestreo, justificar su pertinencia y ajustar la técnica a los datos recogidos.

- *Significatividad vs. representatividad*. Dos muestras con una diferencia de medias no significativa (según un nivel de confianza) pueden mostrar medias “representativas” de una muy distinta situación real, si existe un criterio de decisión externo cuantitativo. Por ejemplo, en las adjudicaciones de vivienda VPO se exige que la renta supere un determinado valor: un céntimo por debajo de esa cantidad imposibilita ser beneficiario y, por lo tanto, a pesar de que no se pueda hablar de “significatividad estadística”, la diferencia de un céntimo es “representativa”.

El contraste entre el análisis *a priori* y el análisis *a posteriori* busca garantizar la valoración interna de la representatividad de los resultados, basándose en la técnica estadística o el método cualitativo adaptado a los datos empíricos.

De esta forma, la variedad de las técnicas utilizadas, no supone *a priori* menoscabo alguno de la validez o pertinencia de las mismas. Estas cualidades deben ser controladas por el investigador atendiendo a los datos, a la forma en que han sido obtenidos y al conocimiento previo de las condiciones en que se desarrolla la experimentación, que determinan la frontera entre lo esperado o previsible y lo que no lo es, así como los medios de control sobre las consecuencias admisibles que pueden extraerse de los datos.

Por último, la demanda clásica que pesa sobre la didáctica sobre la producción de respuestas técnicas y prácticas sigue vigente. En la muestra objeto de análisis, si bien 6 de los 27 trabajos tienen por objetivo la previsión, se echa en falta la presencia explícita de directrices para la gestión de procesos de estudio; esto es, la propuesta de medios de intervención fiables y reproducibles.

5. ESTUDIO DE CASO DE UNA INVESTIGACIÓN CUANTITATIVA

En este apartado realizamos un análisis más detallado de la metodología aplicada en la comunicación *Deslizamiento metadidáctico en profesores de secundaria. El caso del límite de funciones*, presentada por Lacasta y Wilhelmi en el XIV Simposio de la SEIEM de 2010 y que ha sido clasificada como “cuantitativa”. En esta sección, nos referiremos a este trabajo como “la comunicación”, “en este trabajo”, etc., es decir, sin necesidad de nombrar constantemente a los autores. La selección de un artículo nuestro está motivada por la necesidad de ser totalmente libres en la crítica inicial (en este caso, autocrítica), sin cortapisas para la descripción de sus puntos fuertes y débiles y su apertura al debate.

Una breve descripción de la comunicación en los términos de la sección 2 es:

- *Área*: Didáctica del análisis matemático.
- *Nivel*: educación secundaria, bachillerato.
- *Grado de intervención del investigador*: mera observación.
- *Carácter temporal del estudio*: *transversal* (diferentes grupos de diferente nacionalidad y constitución) y *longitudinal* (grupos supuestos equivalentes en dos periodos de tiempo muy distintos, 15 años de diferencia).
- *Fuente*: profesores.

En el anexo se da un esquema de la comunicación.

5.1. Fondo y forma

El trabajo seleccionado cumple ciertas premisas a nuestro juicio esenciales de una investigación en didáctica de las matemáticas: unas, relativas a la forma; otras, relativas al fondo y, en particular, a la experimentación y al análisis cuantitativo de los datos.

- I. *Aspectos de forma*. Parafraseando a Oscar Wilde, “no hay artículos buenos o malos, sino mal o bien escritos²²”. La difusión de un artículo exige una redacción cuidada, un esquema claro y el respeto de las normas APA sobre la estructura del texto y de cada una de las secciones particulares.

El artículo respeta los aspectos formales básicos relativos a: el título general y de encabezado de las páginas, el resumen, la propuesta de palabras clave para la indexación del trabajo, los nombres de las secciones (que no se denominan “introducción”, “método”, etc.), la citación y la sección “referencias”. Termina el artículo con el cuestionario como anexo, puesto que su inclusión detallada en el cuerpo del artículo hubiera dificultado su lectura

Sin embargo, formalmente la *estructura del texto* es mejorable. Por un lado, no se da un esquema del trabajo en la introducción. Además, la ausencia de una tipografía o una numeración específica de las secciones, subsecciones, etc., es un aspecto que dificulta la identificación de la estructura del texto. La distinta tabulación de los títulos según la jerarquía de los apartados no parece suficiente.

²² La popular cita atribuida a Oscar Wilde es textualmente: “There is no such thing as a moral or immoral book. Books are either well written or badly written. That is all”. (“No hay libros morales ni libros amorales. No hay más que libros bien escritos o mal escritos. Eso es todo”).

- II. *Aspectos de fondo.* Por la naturaleza del trabajo, nos centraremos en aquellos aspectos de fondo que hacen referencia al método. Es esencial resaltar que:
- Es una investigación “científica”, según la clasificación hecha en este documento, cuyo objetivo es la descripción de prácticas de enseñanza usuales en el bachillerato.
 - Los marcos teóricos de referencia son la TSDM (Brousseau, 1998) y el EOS (Godino, Batanero y Font, 2007).
 - La hipótesis es enunciada y justificada.
 - Las técnicas estadísticas utilizadas son justificadas, en particular se motiva la pertinencia del test no paramétrico W de Kendall.
 - La ingeniería didáctica es utilizada como método de investigación. En particular, se falsa la hipótesis, siendo los resultados estadísticamente significativos y representativos de la realidad educativa.
 - La experimentación puede ser replicada, puesto que tanto el instrumento como el método de análisis de los datos son dados explícitamente.

Sirva este somero análisis de la forma y el fondo como introducción. De hecho, en el análisis de un trabajo de investigación se puede tener en cuenta otros muchos aspectos. En la siguiente sección, intentamos mostrar un análisis más sistemático.

5.2. Valoración de la comunicación: indicadores de calidad metodológica

En el anexo de la ponencia común de este seminario se proponen unas orientaciones para la valoración de trabajos de investigación. Este instrumento ha sido elaborado a partir de diversos trabajos (Buela-Casals, 2003; Simon, 2004; Ramos-Álvarez y Catena, 2004; Bryman, Becker y Sempik, 2008; Schoenfeld, 2008; Hart, Swars y Smith, 2009; Creswell, 2009), para la reflexión metodológica de trabajos de investigación. La utilizamos aquí para valorar la comunicación cuantitativa elegida.

Siguiendo dicha guía, los aspectos de la comunicación que analizaremos son:

- h. Antecedentes y motivación de la investigación.
- i. Desarrollo teórico.
- j. Diseño metodológico relativo a trabajos cuantitativos.
- k. Datos, resultados y discusión.
- l. La comunicación de los resultados a la comunidad científica.
- m. Referencias.

5.2.1. Antecedentes y motivación de la investigación

- ¿Hay antecedentes que justifiquen la viabilidad y relevancia del trabajo?

Sin contar los Reales Decretos de enseñanzas mínimas para la Educación Secundaria (ESO y Bachillerato) que sirven de telón de fondo de la dimensión de enseñanza, una única referencia bibliográfica sirve de antecedente. Es pues escasa la motivación científica, dificultando la transparencia de la originalidad y trascendencia;

máxime cuando el tópico (límite de funciones) ha sido abundantemente tratado en Didáctica de las matemáticas desde distintas perspectivas.

- ¿Está el problema adecuadamente formulado?

No. Por un lado, el lector debe esperar a la sección 3 para conocer el objetivo que se persigue con el cuestionario que se propone a profesores de secundaria; por otro lado, no se dice en qué este objetivo de la experimentación va a contribuir al “contexto” descrito en las dos primeras secciones.

El desarrollo del artículo contempla el método propio de la ingeniería didáctica de manera subyacente. Sin embargo, en ningún momento se explicita esta estructura, que hubiera facilitado la lectura y difusión del trabajo.

- ¿Se formulan las hipótesis de manera clara y precisa?

Sí, en relación con la experimentación y el resultado esperado del cuestionario. Sin embargo, no se establecen hipótesis sobre la relación con el saber de los profesores de matemáticas y la pertinencia de un contrato “grafista” o “de ostensión”.

5.2.2. Desarrollo teórico

- ¿Se describe adecuadamente el fundamento teórico?

Sí. Además, se introducen y describen únicamente las nociones teóricas usadas explícitamente, lo cual da consistencia al trabajo y agilidad a la lectura, puesto que se omiten desarrollos teóricos innecesarios.

- ¿Son adecuadas las referencias bibliográficas de la perspectiva teórica?

Sí, puesto que son específicas de las nociones teóricas utilizadas y no genéricas relativas a las teorías de referencia.

- ¿Se hace una aportación teórica?

Sí, ya que, por una parte, se muestra la utilidad e interés de las nociones y procedimientos propios de la didáctica utilizados; y, por otra parte, la contribución completa el conocimiento de la *epistemología espontánea del profesor* o, de manera más general, del *pensamiento del profesor*.

5.2.3. Diseño metodológico relativo a trabajos cuantitativos

- ¿Es pertinente para el problema de investigación el uso de métodos cuantitativos?

Sí, porque la cantidad, origen y dispersión de los datos experimentales no sugiere un estudio cualitativo de los mismos.

- ¿Son las hipótesis de investigación *falsables*²³?

Sí, se dan todos los valores obtenidos, incluso los intermedios, así como el estadístico y una referencia para su interpretación.

²³ *Falsable*: Dicho de una proposición: Que puede ponerse a prueba y ser desmentida por los hechos o por un experimento adverso. (www.rae.es).

- Si los datos son mostrados en primera instancia mediante una presentación sinóptica basada en una estadística descriptiva elemental, ¿es ésta pertinente y adecuada para la difusión de los resultados?

Sí, porque se presenta información suficiente y no sobreabundante. De hecho, únicamente se presenta un histograma resumen de cada uno de los tres sectores en que queda dividida la muestra. Este histograma representa el peso relativo (en tantos por ciento) de las respuestas en cada uno de los sectores; lo que da una escala común que permite la comparación de las respuestas según el sector.

- ¿Es adecuada la operativización general de *constructos*²⁴ en variables?

Sí, ya que la ordenación de las respuestas ha sido interpretada *a priori* y, por lo tanto, se garantiza su interpretación en términos del tipo de contrato privilegiado por los profesores (grafista, ostensivo) y sobre su consideración de las restricciones epistemológicas.

- ¿Son adecuadas las técnicas estadísticas utilizadas y se justifica su uso? ¿El método es adecuado al tamaño y a la naturaleza de la muestra?

Sí. No puede suponerse normalidad ni *homocedasticidad* de la muestra. Esto impide el uso de la estadística inferencial paramétrica, pero permite el uso de una “prueba de rango” no paramétrica para “distribuciones libres”: la prueba de significación del coeficiente de correlación W de Kendall.

- ¿Se aportan referencias específicas de los técnicas utilizas?

Sí, el clásico *Estadística no paramétrica. Aplicada a las ciencias de la conducta*, debido a Siegel (1990).

- ¿Se hace una interpretación correcta de los resultados del análisis estadístico? ¿Se atiende la fiabilidad, significatividad y representatividad de los resultados?

Sí. Se da un nivel de confianza (95%), que es aplicado para el contraste de la hipótesis nula y descrito en términos de la experimentación (aceptación de una ordenación no debida al azar de las representaciones de la noción de límite, según su interés didáctico dada por los profesores). Además, la representatividad está controlada *a priori* según la ingeniería didáctica.

- ¿Se aporta la información necesaria que permita replicar²⁵ la experimentación o reproducir una observación en contextos similares con resultados equiparables?

La experimentación puede ser replicada, porque está disponible el texto del cuestionario y se recogen las interpretaciones textuales de los participantes. Por lo tanto, el procedimiento podría repetirse completamente y así la comunidad científica podría testar su *validez externa*.

- ¿Mediante qué medios se controla la *validez interna*²⁶?

²⁴ *Constructo*: se dice de cualquier entidad no directamente observable o manipulable, de tal manera que su presencia debe ser detectada indirectamente. Ejemplos de constructos son la inteligencia o la competencia matemática.

²⁵ *Replicable*: que puede ser replicado, esto es, que puede reproducirse de manera exacta.

²⁶ *Validez interna*: a lo largo del estudio existe una coherencia de resultados obtenidos por métodos distintos, que aporta solidez a los resultados obtenidos.

Por medio de la ingeniería didáctica, que contempla tanto la ordenación dada por los profesores como la justificación textual de la misma.

- ¿Se controlan las variables extrañas²⁷ para descartar interpretaciones alternativas potenciales?

En todo cuestionario una de las dificultades esenciales son los matices lingüísticos. El cuestionario ha sido redactado en español y francés y con resultados comparables. Asimismo, las características de la muestra son diferentes por sectores: profesores en distintas fases de su formación inicial y profesores en ejercicio, con diferente cultura matemática de origen²⁸.

5.2.4. Datos, resultados y discusión

- ¿Los datos obtenidos permiten contrastar las hipótesis?

Sí, la refutación de la hipótesis está bien fundamentada. Sin embargo, no se ha establecido previamente su relación con el contexto de investigación. Por esto mismo, se dificulta su difusión y trascendencia en el seno de la comunidad científica. En concreto, la contribución limita su alcance en el problema original más vasto: el papel de la visualización en el cálculo.

- ¿Los resultados son enunciados de forma clara y concisa?

Sí, en particular es notable el esfuerzo por sintetizar en un solo histograma las respuestas recogidas y la aportación de la expresión matemática del test de contraste utilizado.

- ¿La discusión de los resultados se fundamenta en el marco teórico y remite a la revisión bibliográfica previa?

Sí. La ingeniería didáctica contribuye a la coherencia interna y una interrelación efectiva entre el marco teórico y los resultados obtenidos, a pesar de la revisión bibliográfica limitada.

- ¿Se realiza alguna aportación a modo de conclusión general del trabajo que sea directamente extraíble de la investigación?

Sí, relativa a las restricciones epistemológicas que eviten la sustitución de una noción matemática por un modelo explicativo de la misma (*deslizamiento metadidáctico*): en vez de enseñar la noción de límite de funciones, se muestra una

²⁷ *Variables extrañas*: variable independiente no relacionada con el estudio, pero que puede presentar efectos sobre la variable dependiente. Un ejemplo, podría ser: si se quiere valorar un proceso de enseñanza, marcado por unas intervenciones del profesor preestablecidas, se puede considerar la inteligencia como una variable extraña, puesto que la “sensibilidad” de los estudiantes a las intervenciones del profesor (el “efecto”) podría ser distinta según las capacidades cognitivas de dichos estudiantes. Evidentemente, puede haber variables externas no contempladas en el diseño y que afecten o que la experimentación las ponga de manifiesto. Por lo tanto, la “bondad” de un diseño con relación a este aspecto es únicamente teórica o apriorística.

²⁸ Lacasta, Wilhelmi y Montiel (2010) han replicado la experimentación con un grupo de profesores estadounidenses que han recibido el cuestionario en inglés y que tienen asimismo una formación matemática muy heterogénea. Allí se han observado unos comportamientos equiparables y, en todo caso, se debe aceptar que las variables extrañas “redacción-lenguaje” y “formación inicial” están controladas.

aproximación numérica en forma de tabla para un caso concreto. Este resultado establece una precisión esencial sobre la relación con el saber de los profesores.

- ¿Se formulan cuestiones abiertas²⁹ que sugieran la proyección del trabajo en investigaciones futuras sobre el mismo tópico?

No de manera explícita. A pesar de que las recomendaciones apuntadas en el caso anterior sugieren un determinado “modo de proceder”, no se hace referencia a: cómo podría lograrse éste, cómo validar una propuesta de enseñanza que lo tuviera en cuenta, etc. Es decir, no se sugiere explícitamente una investigación que tenga por objetivo la elaboración de medios técnicos específicos para la enseñanza del límite de función.

5.2.5. *La comunicación de los resultados a la comunidad científica*

- ¿Las secciones del informe siguen una secuencia lógica rigurosa?

Sí, pero hubiera sido útil, como se ha dicho en la sección 5.2, que un esquema del trabajo hubiera sido dado en la introducción del trabajo y que, además, se hubiera utilizado una tipografía o numeración diferenciada para secciones, subsecciones, etc., ya que la mera distinta tabulación de los títulos no parece suficiente. Esto puede dar al lector la impresión de una secuencia de secciones aisladas.

- ¿El informe es completo y autosuficiente?

Teniendo en cuenta las limitaciones de espacio propias de una reunión científica, podríamos aceptar que el documento es completo, porque se dispone del contexto, el desarrollo, los resultados y las implicaciones. Desde el punto de vista de la revisión bibliográfica ya hemos señalado sus limitaciones.

- ¿Se sigue las indicaciones de las normas APA sobre la forma (tipografía, denominación, orden, etc.) y composición de las distintas secciones?

Se respecta la estructura básica de un reporte de investigación, con las simplificaciones propias de un documento corto propio de un congreso. También la mayoría de las distintas secciones presenta sus características propias, salvo la sección “introducción”. Sin embargo, hubiera sido necesaria una distinta tipografía para los títulos de distinto nivel.

- ¿Son las tablas, figuras y gráficos claros y necesarios?

Sí, contribuyendo a la comprensión del texto. Además, para agilizar la lectura y, a la vez, facilitar el examen minucioso, se aporta en anexo el cuestionario utilizado.

5.2.6. *Referencias*

- ¿El formato de las referencias es homogéneo (por ejemplo, APA)?

Sí.

- ¿Las fuentes documentales específicas de la didáctica de las matemáticas son relevantes?

²⁹ *Cuestión abierta*: interrogante relevante suscitado en la investigación que no tiene respuesta en la misma por no estar relacionada directamente con las hipótesis planteadas.

La intención de fondo de la contribución está vinculada a la didáctica normativa. Por ello, hay una mezcla de documentos oficiales, libros de texto y artículos científicos. No obstante, a pesar del objetivo profesional, debieran haberse usado otras fuentes que ayudaran tanto a la contextualización y motivación científica como a las implicaciones tecnológicas que pudieran derivarse.

- ¿Están actualizadas las fuentes documentales?

Sí, sobre todo teniendo en cuenta que se trata de un estudio longitudinal que abarca 15 años. Las referencias al marco teórico están actualizadas, se considera el currículo vigente y las citas no provenientes de los últimos 5 años están justificadas. Por último, las referencias científicas son específicas de aquellos aspectos que se movilizan en la fundamentación, el marco teórico, la discusión de los resultados y las implicaciones que se han extraído.

6. A MODO DE CONCLUSIÓN: UNA PUERTA ABIERTA AL DEBATE

En los simposios de la SEIEM la proporción de contribuciones cuantitativas ha aumentado en la última década, situándose en torno al 14%. Dicho de otro modo, en alrededor del 85% de trabajos se presentan otros métodos. Al mismo tiempo, no hay una correspondencia entre esta proporción y las orientaciones teóricas subyacentes. Por otro lado, *Didáctica de la Estadística, Probabilidad y Combinatoria* (DEPC) es el área de trabajo que recurre a los métodos cuantitativos con mayor frecuencia; esto se puede explicar por su afinidad epistemológica.

Así pues, no sólo los trabajos que presentan métodos no cuantitativos son claramente mayoritarios, sino que, fuera del área DEPC, su presencia general efectiva en las contribuciones supera el 90%. ¿A qué puede deberse este hecho? ¿Está justificado? ¿Cuáles son sus efectos? ¿Qué implicaciones tiene en la producción y difusión de nuestras investigaciones? ¿Qué papel deben jugar los métodos cuantitativos en la formación inicial de investigadores?

Sólo en 2 de los 27 trabajos donde se han utilizado métodos cuantitativos, la muestra procede de la Educación Infantil (EI) o Primaria (EP). Además, si se consideran el total de trabajos (218), únicamente en 25 (11,5%) las etapas educativas de referencia son éstas. Por otro lado, se refieren a la población universitaria 7 de los trabajos cuantitativos y 77 del total de trabajos (35,3%). Estos porcentajes no reflejan el peso de cada etapa en el conjunto del sistema educativo, que tiene estructura piramidal, en cuya base está la EI, EP y la ESO, y en cuyo vértice está la formación universitaria.

La investigación didáctica tiene por fin último la mejora de las condiciones de construcción y comunicación de conocimientos matemáticos en contextos educativos. Por lo tanto, esos datos reflejan un sesgo deficitario con relación a la EI y EP, que no se observa en la Educación Secundaria (32,2%). Una explicación a este hecho es la accesibilidad de los investigadores al contexto universitario y de la Educación Secundaria. ¿Qué efectos tiene este sesgo en la formación de maestros? ¿Cómo afrontar la relación teoría-práctica en este contexto? ¿Qué objetivos debiera abordar la comunidad de investigadores?

Se ha observado una falta de contribuciones donde se propongan medios de intervención fiables y reproducibles, es decir, propuestas de enseñanza normalizadas y listas para su aplicación. ¿Este hecho obedece únicamente al coste de diseño, puesta en

marcha y valoración de un proceso de estudio concreto? ¿Cuáles son los requerimientos de difusión de las fases, medios de control e intervención, indicadores de pertinencia, pautas de reproducibilidad, etc.? ¿Son estos requerimientos abordables según las restricciones formales de los canales de difusión científica? ¿Son estos requerimientos visibles y aceptados por la comunidad científica? ¿En qué tipo de revistas se pueden difundir propuestas de enseñanza? ¿Qué valoración se hace de estas publicaciones? Las investigaciones en didáctica de las matemáticas, ¿qué reflejo tienen en los textos y materiales escolares? ¿Qué relación existe entre los investigadores y los redactores de libros de texto y diseñadores de materiales escolares?

El contraste entre el análisis *a priori* y *a posteriori* que propone la ingeniería como método permite eludir el debate cualitativo-cuantitativo (y sus efectos) fundamentado en dicotomías. El control *a priori* de la situación permite utilizar en un mismo estudio métodos cualitativos y cuantitativos inferenciales o descriptivos, tanto elementales (medidas de centralización y dispersión, gráficos) como Análisis Factorial, Implicativo, etc.

Esta flexibilidad encuentra acomodo bajo una teoría que permita el paso del hecho al fenómeno y, de esta forma, el progreso de la didáctica. Progreso que se fundamentará en el contraste (independientemente del método elegido) de hipótesis “representativas” antes que “significativas”. ¿De qué herramientas dispone la didáctica para valorar la representatividad de los resultados obtenidos en una experimentación? ¿Es posible valorar *a priori* qué tipo de resultados serían pertinentes para el contraste de una hipótesis de investigación en contexto determinado? ¿Qué significa que dos contextos son *similares* y que dos resultados de dos observaciones son *equiparables*?

La valoración de una investigación experimental cuantitativa puede orientarse mediante la guía metodológica que ha sido utilizada en la sección anterior. Esta guía hace un barrido sobre cuestiones muy diversas, tales como la falsabilidad de las hipótesis, la significatividad y la representatividad de los resultados, la reproducibilidad de las observaciones, el diseño experimental, la muestra y la pertinencia de las técnicas estadísticas, el control de la validez interna, los medios que faciliten la validez externa efectiva o potencial, etc. Si se desea que los métodos cuantitativos contribuyan al avance de la didáctica, ¿cuáles de los aspectos contemplados en la guía metodológica son irrenunciables en este tipo de investigaciones?

Referencias

- Artigue, M. (1989). Ingénierie didactique. Recherches en Didactique des Mathématiques, 9(3), 282–307.
- Brousseau, G. (1998). Théorie des Situations Didactiques. Grenoble : La Pensée Sauvage.
- Brousseau, G. (1981). Problèmes des didactique des décimaux. Recherches en didactique des mathématiques, 2(1), 37–59.
- Bryman, A., Becker, S., Sempik, J. (2008). Quality criteria for quantitative, qualitative and mixed methods research: The view from social policy. International Journal of Social Research Methodology, 11(4), 261–276.

- Buela-Casal, G. (2003). Evaluación de la calidad de los artículos y de las revistas científicas: propuesta del factor de impacto ponderado y de un índice de calidad. *Psicothema*, 15(1), 23–35.
- Cook, T. D., Reichardt, Ch. S. (1986). *Métodos cualitativos y cuantitativos en investigación evaluativa*. Madrid: Morata.
- Creswell, J. W. (2003). *Research design: Qualitative, quantitative, and mixed methods approaches*. New York: Sage.
- Godino, J. D., Batanero, C. y Font, V. (2007). The onto-semiotic approach to research in mathematics education. *ZDM. The International Journal on Mathematics Education*, 39 (1-2), 127–135.
- Gras, R., Suzuki, E., Guillet, F., Spagnolo, F. (Eds.) (2008). *Statistical implicative analysis. Theory and applications*. Berlin: Springer-Verlag.
- Hart, L. C., Swars, S. L., Smith, M. E. (2009). An examination of research methods in mathematics education (1995–2005). *Journal of Mixed Methods Research* 3(1), 26–41.
- Huff, D. (1954). *How to lie with statistics*. New York: Norton & Company Inc.
[Versión en castellano disponible en:
<http://www.ebooksbrasil.org/adobeebook/estadistica.pdf>]
- Johnson, R. B., Onwuegbuzie, A. J. (2004). Mixed Methods Research: A Research Paradigm Whose Time Has Come. *Educational Researcher*, 33(7), 14–26.
- Kilpatrick J. (1994). Vingt ans de didactique française depuis les USA. En M. Artigue, R. Gras, C. Laborde y P. Tavinot, *Vingt ans de didactique des mathématiques en France*. (pp. 84–96) Grenoble : La Pensée Sauvage.
- Lacasta, E., Wilhelmi, M. R. (2010). Deslizamiento metadidáctico en profesores de secundaria. El caso del límite de funciones. En M. M. Moreno, A. Estrada, J. Carrillo y T.A. Sierra (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XIV*. (pp. 379–394) Lleida: SEIEM. [Disponible en:
<http://www.seiem.es/publicaciones/actas.htm>]
- Lacasta, E., Wilhelmi, M. R., Montiel, M. (2010). Ostension et rapport des professeurs du secondaire à la limite de fonctions. *Quaderni di Ricerca in Didattica (Mathematics)*, 20(sup. 1), 305–328 [Disponible en:
http://math.unipa.it/~grim/menu_quaderni_mat.htm].
- Lacasta, E., Pascual, J. R., Wilhelmi, M. R. (2009). Qu'est-ce qui permet le contraste entre l'analyse a priori et l'analyse a posteriori ? *Quaderni di Ricerca in Didattica* 19, 284–297. [Disponible en:
http://math.unipa.it/~grim/Quad19_LaCasta_09.pdf].
- Ramos-Álvarez, M. M., Catena, A. (2004). Normas para la elaboración y revisión de artículos originales experimentales en Ciencias del Comportamiento. *International Journal of Clinical and Health Psychology*, 4(1), 173–189.
- Schoenfeld, A. H. (2008). Research methods in (mathematics) education. En Lyn English (Ed.), *Handbook of international research in mathematics education*, second edition. (pp. 467-519) New York: Routledge.

- Siegel, S. (1990). Estadística no paramétrica. Aplicada a las ciencias de la conducta. México DF: Trillas.
- Simon, M. A. (2004). Raising, issues of quality in Mathematics Education research. *Journal for Research in Mathematics Education*, 35(3), 157–163.
- Von Glasersfeld, E. (ed.) (1995). *Radical constructivism in mathematics education*. Dordrech, HOL: Kluwer.
- Wilhelmi, M. R., Font, V., Godino, J. D. (2006). Bases empiriques de modèles théoriques en didactique des mathématiques: réflexions sur la théorie de situations didactiques et le point de vue ontologique et sémiotique. En A. Rouchier (Ed.), *Didactiques : Quelles Références Épistémologiques ?* (CD-ROM). Bordeaux: IUFM d'Aquitaine et AFIRSE. [Versión española disponible en:
<http://www.webpersonal.net/vfont/Burdeos.pdf>].

ANEXO: ESQUEMA DE LA COMUNICACIÓN (LACASTA Y WILHELMI, 2010)

1. *Resumen*. Una muestra de profesores de matemáticas de secundaria, compuesta por profesores españoles y franceses, ordena cuatro maneras de exponer el límite de una función en un punto, extraídas de cuatro manuales distintos. Existe un orden predominante de manera significativa, según el cual los profesores prefieren primero una presentación ostensiva epistemológicamente incorrecta y luego las otras en orden decreciente de utilización de recursos gráficos.
2. *Análisis a priori y marco teórico*
 - 2.1. *Restricciones cognitivas y de enseñanza*. Se presentan en esta sección algunas restricciones cognitivas (relativas a las capacidades de los estudiantes) y de enseñanza (relacionadas con el currículo vigente y la presentación de los objetos matemáticos) relativas al límite funcional.
 - 2.1.1. El paso del álgebra al análisis
 - 2.1.2. Tratamiento curricular: presencia nominal y efectiva
 - 2.2. *Idoneidad didáctica y fenómenos didácticos*. Se describe cada uno de los aspectos según el marco teórico de referencia.
 - 2.2.1. Idoneidad didáctica.
 - 2.2.2. Epistemología espontánea del profesor.
 - 2.2.3. Deslizamiento metacognitivo y deslizamiento metadidáctico.
 - 2.2.4. Ilusión de la transparencia y ostensión.
3. *Experimentación*
 - 3.1. Cuestionario. Se trata de la clasificación de cuatro presentaciones del límite de funciones: a) dos con una presencia diferenciada de elementos gráficos, b) tabla de valores y, finalmente, c) representación ostensiva.

- 3.2. Comportamientos esperados e hipótesis. La hipótesis supone la aceptación de que los profesores preferirán las presentaciones de la noción de función según la carga gráfica que comportan.
- 3.3. Muestra. Se indica: 1) cómo ha sido obtenida (intencional, no probabilística), 2) la naturaleza de la misma (3 sectores, homogéneos intragrupo y heterogéneos intergrupo), 3) el tipo de información que puede extraerse (dada la naturaleza de los sectores, *longitudinal* y *transversal*) y, por último, 4) el carácter de la explicación (descriptiva – interpretativa).
- 3.4. Resultados. Se señala tanto los resultados como el método para su obtención. Se explicita el test no paramétrico utilizado (W de Kendall) y la pertinencia de su uso (no se puede suponer ni normalidad ni homocedasticidad). Se aportan los valores numéricos del estadístico de contraste y los valores y coeficientes intermedios que lo generan (facilitando la revisión externa de los mismos). Se termina con una interpretación del test en términos de la hipótesis de investigación formulada y sobre la *intensidad* con que la hipótesis nula³⁰ debe ser rechazada (“la preferencia por una presentación se sigue de la posibilidad de hacer una presentación ostensiva con la misma, más que por la información gráfica que ella incluye”) y la *significatividad* de la tesis (“concordancia de la preferencia por las presentaciones ostensivas en el conjunto de los profesores”). Asimismo, se tienen en cuenta algunas justificaciones explícitas dadas por los profesores que apoyan la tesis identificada.
4. *Análisis a posteriori*, que supone el contraste con el análisis *a priori* basándose en el marco teórico de referencia.
5. *Referencias*. Según normativa APA.
 - 5.1. *Anexo*. Cuestionario

³⁰ Se distingue entre *hipótesis de investigación* e *hipótesis nula* propia del método estadístico.

