

# EVALUACIÓN DE ERRORES DE FUTUROS PROFESORES EN LA CONSTRUCCIÓN DE GRÁFICOS ESTADÍSTICOS

Arteaga, P., Batanero, C.

*Universidad de Granada*

## **Resumen**

Se analizan los gráficos producidos por 207 futuros profesores de educación primaria al resolver una tarea abierta en la que tenían que comparar dos distribuciones. Los gráficos producidos se clasifican según su corrección y se describen los errores en la selección y construcción de gráficos. Los resultados muestran gran diversidad de errores, la mayoría relacionados con las escalas y otros, conceptuales o relacionados con convenios de construcción de los distintos gráficos. Se analiza también la influencia del uso del ordenador en los errores encontrados.

## **Abstract**

We analyze the graphs produced by 207 pre-service primary school teachers when solving and open-ended tasks when they should compare two distributions. The graphs produced are classified according its correction and errors in selecting and building graphs are described. Results suggest a great variety of errors, most of which are related to scales. There are also conceptual errors and other related to the rules to build the different graphs. The influence of using computers on the errors produced is also analyzed.

**Palabras clave:** gráficos estadísticos, errores de construcción, formación de profesores, ordenadores.

**Key words:** statistical graphs, errors in building graphs, teachers' training, computers.

## Introducción

En la actualidad se incrementan los contenidos de estadística en la escuela primaria, donde el trabajo con gráficos estadísticos se incluye desde el primer ciclo (MEC, 2006). Los Decretos de Enseñanzas Mínimas proponen un cambio de enfoque, presentando la estadística, no como un conjunto de técnicas descontextualizadas, sino como una herramienta para resolver problemas. Además, se sugiere que el trabajo con representaciones gráficas proporciona a los niños una herramienta valiosa para conocer y analizar mejor la realidad. Para que estas propuestas puedan llevarse a cabo, será necesario preparar a los futuros profesores, tanto en lo que respecta al conocimiento estadístico, como en el conocimiento pedagógico relacionado. Esta es una preocupación asumida por IASE (International Association for Statistical Education) e ICMI (International Commission on Mathematical Instruction) que han lanzado un estudio internacional enfocado en el tema ([www.ugr.es/~icmi/iase\\_study/](http://www.ugr.es/~icmi/iase_study/)).

Con objeto de fundamentar la formación de futuros profesores, continuamos una investigación previa sobre su competencia gráfica (Arteaga, Batanero y Ruiz, 2008), evaluando en este trabajo los errores que cometen en la construcción de gráficos estadísticos. En primer lugar se resume la investigación previa.

## Competencia en la realización de gráficos estadísticos

Son muchas las investigaciones que se han centrado en evaluar la construcción de gráficos estadísticos por parte de los estudiantes, analizando también la elección de un gráfico adecuado, tanto al tipo de variable, como al problema planteado. Li y Shen, (1992) encontraron alumnos que utilizan polígonos de frecuencias con variables cualitativas, o diagrama de barras para representar datos que debieran representarse en un diagrama de dispersión. Respecto a las escalas de los gráficos construidos Li y Shen (1992) encontraron los siguientes errores: a) Elegir una escala inadecuada, por ejemplo no se cubre el campo de variación de la variable representada; b) Omitir escalas en alguno de los ejes horizontal o vertical, o en ambos; c) No especificar el origen de coordenadas y d) No proporcionar suficientes divisiones en las escalas.

Lee y Meletiou (2003) nos alertan de cuatro categorías de razonamientos erróneos a la hora de construir, interpretar y aplicar los histogramas:

- i) Percepción de los histogramas como representación de datos aislados, suponiendo que cada rectángulo se refiere a una observación particular.
- ii) Observar el eje vertical y comparar las diferencias en las alturas de las barras al comparar dos histogramas.

- iii) Interpretación determinista sin apreciar que los datos representan un fenómeno aleatorio.
- iv) Interpretar los histogramas como gráficos de dos variables.

Bruno y Espinel (2005) analizan la forma en que futuros profesores construyen un histograma de frecuencias a partir de una lista de datos. Los errores cometidos incluyen intervalos mal representados, omisión de intervalos de frecuencia nula, o uso de rectángulos no adosados en variables continuas. En el polígono de frecuencias, no unen las marcas de clase, omiten el intervalo de frecuencia nula o confunden la frecuencia y el valor de la variable. Las autoras también compararon los errores de los futuros profesores con la evaluación, por parte de estos, de errores producidos por posibles estudiantes, observando falta de coherencia entre cómo construyen ellos los gráficos y la forma en que evaluaron las respuestas de estudiantes ficticios. Las autoras continúan la investigación utilizando un cuestionario que trata de evaluar la cultura y razonamiento estadístico de los futuros profesores por medio de su interpretación de gráficos, comparando los resultados con los de otros estudiantes universitarios americanos (Espinel, 2007). Aunque en ambos grupos de estudiantes las tareas fueron difíciles, la dificultad fue mayor para los futuros profesores españoles.

El ordenador en ocasiones contribuye a empeorar los resultados. Ben-Zvi y Friedlander (1997) analizan los gráficos producidos por sus alumnos al trabajar con ayuda del ordenador, identificando cuatro categorías:

- *Uso acrítico*: los estudiantes construyen gráficos rutinariamente aceptando las opciones por defecto del software, aunque no sean adecuadas.
- *Uso significativo de una representación*: los estudiantes construyen correctamente un gráfico si se les indica cuál ha de utilizar; también lo pueden justificar en base al tipo de datos o al problema planteado.
- *Manejo significativo de representaciones múltiples*: Los alumnos toman decisiones en la selección de los gráficos más adecuados.
- *Uso creativo*: El alumno elabora un gráfico correcto, no habitual, para presentar y justificar sus ideas.

### **Estudio realizado**

Participaron en la investigación 207 futuros profesores de la especialidad de Educación Primaria de la Universidad de Granada, distribuidos en 6 grupos, cada uno de ellos, de entre 30 y 40 alumnos de dos cursos académicos diferentes (2007-2008 y 2008-2009). Los datos se tomaron a partir de los informes escritos realizados por los futuros profesores en el desarrollo de una tarea abierta, (descrita en Godino y colaboradores, 2008), en la cual tuvieron que comparar dos variables

estadísticas. Dicha tarea forma parte de una práctica de la asignatura Currículo de Matemáticas en Educación Primaria.

Dentro de cada una de las clases se realizó un experimento aleatorio consistente en la obtención de dos secuencias de 20 lanzamientos de una moneda equilibrada: la primera de ella inventada por los participantes (sin lanzar la moneda) y la segunda (secuencia real) obtenida al anotar los resultados lanzando 20 veces la moneda. Al finalizar el experimento realizado por cada uno de los futuros profesores, el formador de profesores proporcionó a los participantes una hoja de datos que contenía los resultados del conjunto de la clase obtenidos para la variable estadística número de caras en las secuencias real y simulada. Se pidió a los futuros profesores que analizaran los datos individualmente como tarea para casa, y produjeran un informe escrito comparando las dos variables, dándoles libertad para elegir los gráficos o resúmenes estadísticos o usar el ordenador.

Los informes llevados a cabo por los participantes fueron analizados cualitativamente. Aunque no se pidió específicamente hacer gráficos, 181 (87,44%) participantes realizaron alguno, lo que muestra que los futuros profesores consideran el gráfico una herramienta útil para comparar dos variables estadísticas. Observamos que la mayoría de los futuros profesores realizan gráficos de barras, 44,75%, seguidamente un 22,10% de los alumnos realiza polígonos de frecuencias y un 16,02% histogramas, el porcentaje restante se reparte entre alumnos que realizan gráficos de sectores, puntos, gráficos poco usuales y 15 alumnos que realizan varios gráficos de distintos tipos.

### **Clasificación de gráficos según los errores**

La mayoría de alumnos hace un solo gráfico o una pareja de gráficos para comparar las variables y en pocos casos y sólo 15 alumnos realizan varios tipos de gráficos. En primer lugar se clasificaron todos los gráficos producidos, clasificando a los estudiantes en tres categorías: (a) gráficos básicamente correctos, cuando todos los producidos lo son; (b) parcialmente correctos, e incorrectos si uno al menos de los gráficos lo es. Posteriormente, dentro de cada una de estas categorías, los gráficos se clasificaron en subcategorías que se describen a continuación.

C1. *Gráficos básicamente correctos*. Los gráficos, incluso aunque no perfectos, permiten la extracción de información relevante para el problema a resolver. Encontramos las siguientes subcategorías (Figura 1):

C1.1. Gráficos correctos, en su título, ejes, escalas y etiquetas, tipo de gráfico adecuado al problema y variables representadas.

C1.2. Básicamente correctos pero no comunes. Debido a falta de conocimiento de los convenios de construcción del gráfico, se realizan representaciones originales, pero correctas, para el problema planteado. En este sentido, Watson (2006) indica el interés de que los alumnos no tengan demasiadas res-

tricciones a la hora de construir gráficos, para permitirles crear gráficos originales e intuitivos.

C1.3 Gráficos con líneas innecesarias que dificultan su lectura o bien con líneas curvas. No contiene errores graves, pero se añaden elementos innecesarios o bien en los polígonos de frecuencias se usan líneas curvas en lugar de rectas.

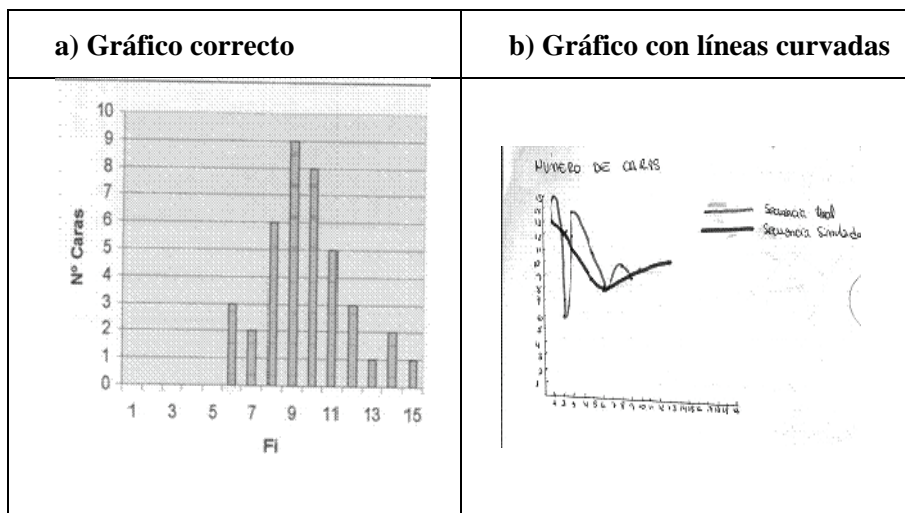


FIGURA 1. EJEMPLOS DE GRÁFICOS EN LA CATEGORÍA 1

C2. *Gráfico correcto con errores de escala (Parcialmente correcto)*. Un gráfico queda determinado por su título, los rótulos de los ejes y las etiquetas de las escalas (Curcio, 1987), por lo que Watson (2006) indica que hay que ser cuidadosos con las escalas, ya que la información que se quiere transmitir con el gráfico puede ser manipulada a través de ellas. En nuestro estudio, hemos encontrado los siguientes errores relacionados con las escalas:

C2.1. Representación errónea de números naturales en la recta real, omitiendo la representación de valores de frecuencia nula de la variable (Figura 2a).

C2.2. Rótulos confusos o inexistentes, valores en las escalas erróneos o falta de etiquetas. Según Curcio (1987) el título del gráfico, rótulos de los ejes y escalas proporcionan las claves necesarias para comprender el contexto, variables representadas y relaciones del gráfico, por lo que hay que tenerlos en cuenta. (Figura 2b).

C2.3. Barras no centradas, histogramas con rectángulos no centrados en la marca de clase del intervalo correspondiente, error ya detectado por Bruno y Espinel (2005).

C2.4. Intervalos mal representados. Representar intervalos con extremo común como si fuesen intervalos disjuntos, no entendiendo el significado de un intervalo ni el propósito del área en un histograma.

C2.6. Escala no apropiada, con insuficientes divisiones en los ejes, demasiado amplias o que no cubren el rango de variación de la variable.

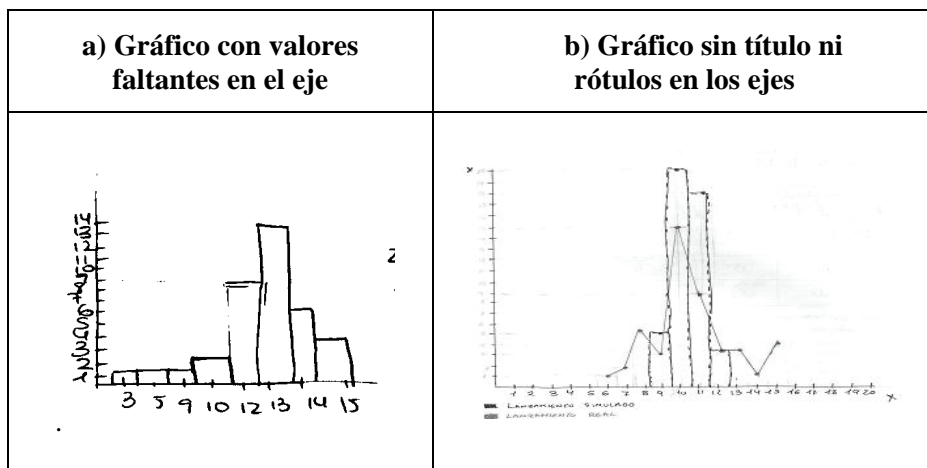


FIGURA 2. EJEMPLOS DE GRÁFICOS EN LA CATEGORÍA 2

C3. *Gráficos incorrectos, claramente inadecuados*, con las siguientes sub-categorías:

C3.1. Altura de la barra, o punto, o ángulo no proporcional a la frecuencia. No se tiene en cuenta los convenios de construcción de los distintos gráficos.

C3.2. Intercambia frecuencia y valor de la variable en los ejes, es decir las variables independiente (número de caras) y dependiente (frecuencias absolutas) de la distribución de frecuencias Este conflicto ya fue detectado por Ruiz (2006). (Figura 3b).

C3.3. Representa valor de la variable junto con su frecuencia. Realizan gráficos de barras representando el valor de la variable, junto con su frecuencia en dos barras adosadas, debido a falta de manejo de la hoja Excel, software que utilizan para realizar sus gráficos. Los participantes realizan un uso acrítico del

software (Ben-Zvi y Friedlander, 1997), aceptando las opciones por defecto de Excel sin valorar si son adecuadas (Figura 3a)

C3.4. Representan valor de la variable multiplicado por su frecuencia. Este valor ha sido obtenido de la tabla de frecuencias.

C3.5. Gráfico no apropiado al tipo de variable o al problema planteado. Por ejemplo, representando caso a caso en un gráfico de barras adosado las dos variables, con lo que el gran número de barras impide visualizar la variabilidad de los datos.

C3.6. Variables no relacionadas en el mismo gráfico. Se representan en el mismo variables cuya comparación no tiene sentido.

C3.7. Representación de distintos promedios y estadísticos de dispersión en un mismo gráfico, que como el caso anterior no tiene sentido comparar.

C3.8. Varios de los errores descritos.

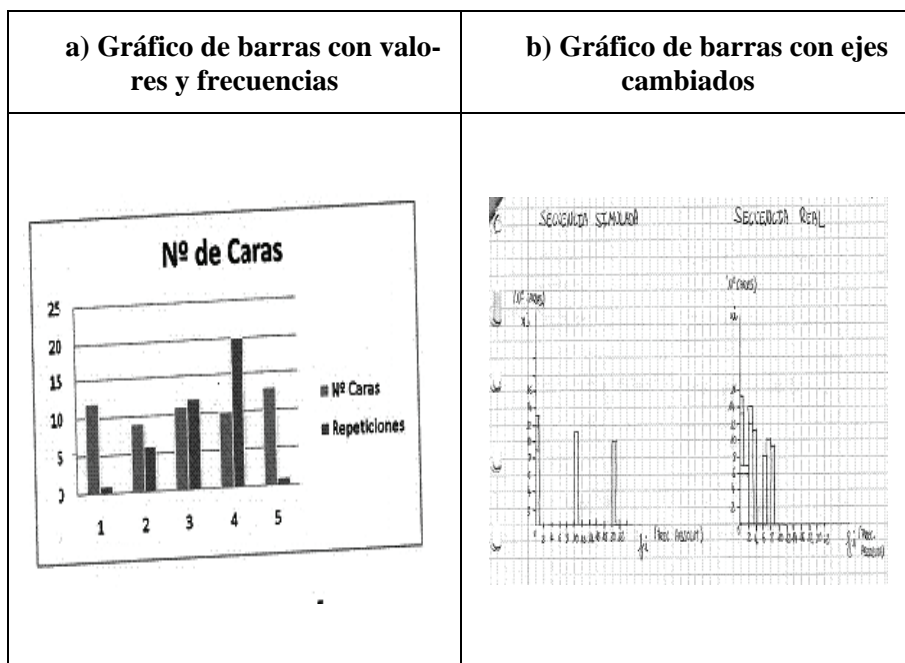


FIGURA 3. EJEMPLOS DE GRÁFICOS EN LA CATEGORÍA 3

<b>Corrección del gráfico</b>	<b>Frecuencias (porcentajes)</b>
C.1.1. Correctos	78 (43,1)
C.1.2. Correctos, no estándar	3(1,66)
C.1.3. Correctos, líneas innecesarias	4(2,21)
C.2.1. Representación errónea números en la recta	4(2,21)
C.2.2. Rótulos o valores de escala confusos	6(3,31)
C.2.3. Barras no centradas	8(4,42)
C.2.4. Intervalos mal representados	4(2,21)
C.2.5. Escala inapropiada	13(7,18)
C.3.1. Elemento no proporcional a frecuencia	3(1,66)
C.3.2. Intercambia valores y frecuencias	2(1,1)
C.3.3. Representa valores y frecuencias	3(1,66)
C.3.4. Representa producto de valor por frecuencia	2(1,1)
C.3.5. Gráfico no adecuado	7(3,87)
C.3.6. Representa variables no relacionadas	14(7,73)
C.3.7. Estadísticos no comparables en el mismo gráfico	2(1,1)
C.3.8. Varios errores	28(15,47)

TABLA 1. FRECUENCIAS (PORCENTAJE) DE ESTUDIANTES, SEGÚN CORRECCIÓN DE LOS GRÁFICOS

En la tabla 1 se muestran los resultados respecto al número de estudiantes cuyos gráficos son todos correctos, o bien que comete algún error en alguno de los gráficos. Observamos que la mayoría de estudiantes construye correctamente todos los gráficos aunque el porcentaje no alcanza el 50% cuando omitimos errores como añadir líneas innecesarias o construir gráficos no convencionales.

Un 19,34% de participantes cometen errores en las escalas, muchos de los cuáles se deben a fallos en proporcionalidad o carencia de habilidades para representar números naturales o intervalos en la recta real, errores que replican los de Bruno y Espinel (2005). Un 33,7%, cometen errores más graves, que indica que no se comprende el concepto de distribución y el propósito de los gráficos.



### Uso de ordenadores e influencia en los errores

La educación no puede ignorar el desarrollo de las nuevas tecnologías y su influencia en la sociedad y educación estadística. El problema que surge a la hora de realizar análisis estadísticos es que, aparte del conocimiento estadístico, es necesario conocer y aprender a manejar las opciones del software utilizado, lo que añade dificultad a la tarea propuesta. Esto ha ocurrido en nuestro estudio, donde, aunque son minoría los estudiantes que usaron ordenador (generalmente la hoja Excel), el porcentaje de error en estos participantes fue mayor que en los que realizaron gráficos de papel y lápiz (Tabla 2). Aunque sólo el 27,62% de los que realizan gráficos utilizan el ordenador, la mitad de ellos tiene errores serios, en comparación con algo más de la cuarta parte en los que no lo usan.

Los resultados son preocupantes, dado el interés de las autoridades educativas de favorecer el uso de ordenadores en la enseñanza de la estadística. Será por tanto necesario una formación específica de los futuros profesores en el manejo de estas herramientas.

	<b>Ordenador</b>	<b>No</b>
<b>Correctos</b>	18(36)	67(51,15)
<b>Parcialmente correctos</b>	7(14)	28(21,37)
<b>Incorrectos</b>	25(50)	36(27,48)
<b>Total</b>	50	131

TABLA 2. FRECUENCIAS (PORCENTAJE) DE ESTUDIANTES, SEGÚN CORRECCIÓN DEL GRÁFICO Y USO DE ORDENADOR

### Conclusiones

La investigación reseñada muestra que la construcción de gráficos es una habilidad compleja, ya que pone en juego habilidades no sólo estadísticas, sino también elementos de geometría, proporcionalidad, representación de números e intervalos en la recta real, etc. Por ello el trabajo con gráficos permite trabajar interrelaciones entre los distintos bloques de contenido dentro del área de conocimiento de Matemáticas que se proponen en los Decretos de Enseñanzas Mínimas para la educación

primaria (MEC, 2006), lo que será de utilidad para que los estudiantes puedan superar sus conflictos a la hora de construir los distintos gráficos.

Los resultados obtenidos mediante el análisis de los gráficos realizados por los futuros profesores en este estudio confirman las dificultades descritas por Bruno y Espinel (2005) y Espinel (2007) en futuros profesores, los cuales, a pesar de que deben transmitir el lenguaje gráficos a sus futuros estudiantes, muestran un pobre conocimiento del contenido a enseñar y amplían la lista de errores descritos por las citadas autoras, evaluando también la influencia del ordenador en los mismos.

Una mejora de la educación de los niños pasa por la formación del profesor, que no debe olvidar el lenguaje de las gráficas estadísticas. Será también necesario continuar la investigación iniciada diseñando actividades formativas sobre los gráficos estadísticos y su didáctica.

### **Agradecimientos**

Este trabajo forma parte del proyecto SEJ2007-60110 (MEC- FEDER), beca FPU AP2007-03222.

### **Referencias**

- Arteaga, P., Batanero, C. y Ruiz, B. (2008). Complejidad semiótica de gráficos producidos por futuros profesores en la comparación de dos muestras. En L. Blanco y cols. (Eds.). *Actas del XII Simposio de la Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática. Comunicaciones en los grupos de trabajo*. CD- ROM. Badajoz: SEIEM.
- Ben-Zvi, D., y Friedlander, A. (1997). Statistical thinking in a technological environment. En J. Garfield y G. Burrill (Eds.), *Research on the role of technology in teaching and learning statistics* (pp. 54-64). Voorburgo, International Statistical Institute.
- Bruno, A. y Espinel, M. C. (2005). Recta numérica, escalas y gráficas estadísticas: un estudio con estudiantes para profesores. *Formación del Profesorado e Investigación en Educación Matemáticas* 7, 57-85.
- Curcio, F. R. (1987). *Developing graph comprehension*. Reston, VA: N.C.T.M.
- Espinel, C. (2007). Construcción y razonamiento de gráficos estadísticos en la formación de profesores. *Investigación en Educación Matemática* 11, 99-119.

- Godino, J. D., Batanero, C., Roa, R. y Wilhelmi, M. R. (2008). Assessing and developing pedagogical content and statistical knowledge of primary school teachers through project work. En C. Batanero, G. Burrill, C. Reading y A. Rossman (2008). *Proceedings of the Joint ICMI /IASE Study Teaching Statistics in School Mathematics. Challenges for Teaching and Teacher Education*. Monterrey, México: ICMI e IASE. CD ROM.
- Lee, C. y Meletiou, M. (2003). Some difficulties of learning histograms in introductory statistics. *Joint Statistical Meetings- Section on Statistical Education*. On line: <http://www.statlit.org/PDF/2003LeeASA.pdf>
- Li, D. Y. y Shen, S. M. (1992). Students' weaknesses in statistical projects. *Teaching Statistics* 14 (1), 2-8.
- MEC (2006). Real Decreto 1513/2006 de 7 de diciembre, por el que se establecen las enseñanzas mínimas correspondientes a la Educación primaria.
- Ruiz, B. (2006). *Un acercamiento cognitivo y epistemológico a la didáctica del concepto de variable aleatoria*. Tesis de Maestría. CICATA. México.
- Watson, J.M. (2006). *Statistical Literacy at School: Growth and Goals*. Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

