

FASE ARAGONESA DE LA XXII OLIMPIADA ESPAÑOLA DE FÍSICA

1.- Datos de identificación

1.1. Título del Proyecto

“FASE ARAGONESA DE LA XXII OLIMPIADA ESPAÑOLA DE FÍSICA”

http://olimpiada_de_fisica.unizar.es

1.2. Datos de la Asociación

Real Sociedad Española de Física (RSEF)

NIF: G28750685

Domicilio: Facultad de Ciencias Físicas. Universidad Complutense.

28040 MADRID

web: www.rsef.org

Domicilio a efectos de notificaciones:

Sección Local de Aragón de la Real Sociedad Española de Física (RSEF)

Departamento de Física Aplicada. Facultad de Ciencias. Universidad de Zaragoza

c/ Pedro Cerbuna 12. 50009 ZARAGOZA

Tel.: 976762436

Correo-e: carrion@unizar.es

1.3. Coordinador/a y participantes

Coordinador:

Juan Pablo Martínez Jiménez, Profesor Titular de Electromagnetismo del Departamento de Física Aplicada de la Facultad de Ciencias de la Universidad de Zaragoza. Armonizador de Física de la Universidad de Zaragoza.

Tel.: 976762690

Correo-e: jpmartinez@unizar.es

Participantes:

- D. Santiago Rodríguez Vallejo

Representante de la Real Sociedad Española de Física

- D. Ángel Alberto Virto Medina

Decano del Colegio Oficial de Físicos en Aragón

- D. J. Alberto Carrión Sanjuan

Director de la Cátedra *José María Savirón* de Divulgación Científica.

- D. José Tornos Gimeno

Prof. Titular de Óptica del Departamento de Física Aplicada de la Universidad de Zaragoza

- D^a María Luisa Sarsa Sarsa

Prof^a. Titular de Física Atómica, Molecular y Nuclear del Departamento de Física Teórica de la Universidad de Zaragoza. Vicedecana de la Facultad de Ciencias para Relaciones con Empresas

- En el Comité Organizador participan dos Profesores representantes de Bachillerato

D. José Ramón Blasco Fernández. Catedrático de Física y Química del I.E.S. Goya

D^a. Esperanza García-Carpintero Romero

Prof^a. del Departamento de Física y Química. Colegio Jesús María-El Salvador de Zaragoza

Todos aquellos alumnos de Bachillerato con especial interés por la Física así como sus correspondientes Profesores.

1.4. Etapa/s educativa/s y centro/s donde se va a desarrollar el proyecto y actividad.

La actividad está destinada a alumnos de Bachillerato de todos los centros educativos de Aragón. Para su desarrollo cuentan con el apoyo de sus Profesores y el material elaborado a tal fin en anteriores ediciones de la Olimpiada disponible en la página web indicada en este Proyecto.

1.5. Tema del proyecto o ámbito del proyecto

Fomento y divulgación de la Física en Bachillerato.

2.- Diseño del proyecto y actividad

2.1. Planteamiento y justificación

La Olimpiada Aragonesa de Física (OAF) es una competición intelectual entre estudiantes de Bachillerato en Aragón, que tiene como finalidad premiar e incentivar a jóvenes con talento y afición a la Física así como la divulgación de esta materia.

Los tres primeros clasificados en las pruebas de la OAF son los representantes de Aragón en la fase nacional de la Olimpiada Española de Física (OEF), donde compiten actualmente con unos 130 estudiantes de todos los distritos universitarios españoles.

Los cinco primeros clasificados en la OEF representan a España en la Olimpiada Internacional de Física (IPhO) y los cuatro siguientes en la Olimpiada Iberoamericana (OIbF).

Fase Local (OAF). Tras la preparación por parte de los Profesores de Física de Bachillerato, los alumnos que lo desean se presentan a la Fase Local que suele celebrarse en el mes de febrero en el Aula Magna de la Facultad de Ciencias. Consta de dos pruebas escritas, elaboradas por el Comité Organizador, en las que han de resolverse tres problemas teóricos y otro de corte experimental.

De acuerdo con los estatutos de la RSEF relativos a las Fases Locales, al Coordinador (hoy Armonizador) de Física le corresponde la Dirección del Comité, en el que tiene que figurar también un representante de la Sociedad designado por ella. Desde 1990, los directores han sido D. J. Alberto Carrión, D. José Tornos y, en la actualidad, D. Juan Pablo Martínez.

Las pasadas ediciones de la OAF estuvieron encuadradas dentro de proyectos de Temática Educativa del Gobierno de Aragón. Además, desde sus inicios ha contado con el apoyo de la Universidad de Zaragoza, del Colegio Oficial de Físicos y con el patrocinio de Ibercaja. Esta entidad nos ha facilitado desde su primera edición en 1990, su espléndido “Patio de la Infanta” para celebrar un solemne Acto de Entrega de Premios y concede regalos a los seis ganadores y un detalle a los catorce siguientes. Con objeto de difundir al máximo el interés por la Ciencia y la Física en particular, este Acto ha contado siempre con altas personalidades del ámbito académico, político, empresarial y científico-cultural.

Fase Nacional (OEF). Está organizada por la Real Sociedad Española de Física, por encargo del Ministerio de Educación, y dirigida en la actualidad por D. J. A. Carrión. Cada edición se celebra en una Universidad diferente entre marzo y abril. La última edición tuvo lugar en el campus de la Universidad de Alicante. En su Comité Académico intervinieron, entre otros, D. José Tornos, D. Juan Pablo Martínez y D. Santiago Rodríguez. Su XXII edición tendrá lugar en la Universidad de

Murcia. Las ediciones de 1991 y 2006 las organizó la Universidad de Zaragoza y se celebraron en Jaca y Teruel, respectivamente.

Consta de dos pruebas: una teórica en la que se proponen tres problemas y, otra experimental, en la que los estudiantes deben realizar un montaje con el material que se les facilita, obtener las correspondientes medidas e interpretar los resultados con su correspondiente tratamiento de datos. Estas pruebas las propone el Comité Académico de la RSEF.

Fases Internacionales.

Olimpiada Internacional (IPhO). Se celebra cada año en el mes de julio en un país diferente, seleccionado por un Comité Internacional. Su estructura es análoga a la OEF. Consta de una prueba teórica (tres problemas) y otra experimental. Su edición de 2005 se celebró en España, en la Universidad de Salamanca y en su Comité Académico figuraron, D. J. A. Carrión y D. J. Tornos. Como correctores intervinieron los profesores D. Santiago Rodríguez, D. José Ramón Blasco, D^a Esperanza García-Carpintero y D. Alberto Virto. En el 2010 se ha celebrado en Croacia y en julio de 2011 tendrá lugar en Bangkok (Tailandia)

Olimpiada Iberoamericana (OIbF). Con la misma estructura de la Fase Internacional, se celebra cada año en el mes de Septiembre en un país iberoamericano. En el 2000 se organizó en Jaca. En ella se constituyó su Secretariado Permanente, siendo nombrado Presidente D. J. Alberto Carrión que estuvo en el cargo los cuatro años reglamentarios. En 2010 se ha celebrado en Panamá y la próxima edición tendrá lugar en Guayaquil (Ecuador) el próximo mes de septiembre.

2.2. Objetivos y contenidos que se pretenden

Nuestro proyecto tiene como objetivo general el fomento y la divulgación de la Física en la sociedad a través de su enseñanza en el Bachillerato.

Se pretende estimular a los estudiantes en el estudio de esta materia presentándoles unas pruebas que se apartan de los enunciados academicistas clásicos. Se proponen problemas con enunciados que hacen referencia a situaciones reales de actualidad, tanto en lo que respecta a casos concretos, como a temas de investigación relevantes que se llevan a cabo en nuestra Comunidad. Naturalmente, estas cuestiones se abordan adaptándolas, mediante información complementaria en los enunciados, a los contenidos propios de la Física de Bachillerato.

Por último, se debe destacar que la Olimpiada de Física constituye un complemento de importancia no desdeñable para la mejora de nuestro sistema educativo por cuanto supone en los profesores una actualización permanente de conocimientos, una búsqueda de nuevos problemas así como de métodos de adaptación a los planes vigentes de nuevos y más atractivos contenidos.

La Olimpiada de Física en Aragón se ha acercado a la consecución de estos objetivos básicos y generales. De hecho, es la Fase Local la que cuenta en España con el mayor número, tanto de alumnos participantes como de centros públicos y privados. Sin embargo, creemos que todavía no es suficiente, que es deseable que aumente el porcentaje de Centros que intervengan en la OAF.

El papel realizado en la Olimpiada Nacional por los alumnos seleccionados en la nuestra Fase Local ha sido siempre muy satisfactorio, consiguiendo alguno de ellos formar parte de los equipos que compiten en las Fases Internacionales en casi todas las ediciones.

2.3. Plan de trabajo y metodología

- Organizar la fase de distrito aragonesa y contar con los asesores necesarios tanto para la preparación como para la celebración y corrección de las pruebas.
- La celebración de las pruebas de la Fase Local de Aragón tendrá lugar el 25 de febrero de 2011, en la Facultad de Ciencias.
- Organizar y sufragar los desplazamientos y gastos añadidos que conlleva la realización de la prueba.
- Participación en la Fase Nacional que tendrá lugar en la Universidad de Murcia.
- Sufragar los desplazamientos a la Fase Nacional de los tres estudiantes seleccionados y el Profesor Delegado. Este profesor pertenece tradicionalmente al Centro del primer estudiante clasificado.

2.4. Duración y fases previstas

El proyecto abarca el curso escolar 2010/11.

En el mes de diciembre se envía a los centros una primera circular con el anuncio de la OAF y el formulario de inscripción. No existe por parte del comité organizador de la OAF una preparación específica para los alumnos que deseen participar; no obstante pone a disposición de los profesores de los centros toda la información y asesoramiento necesarios para la preparación y el desarrollo de las pruebas. En la página web de la olimpiada, y en la de la RSEF, figuran resueltos los problemas propuestos en pasadas ediciones así como los de todas las fases de la olimpiada.

Los estudiantes seleccionados para las Fases Internacionales reciben un cursillo específico de preparación en el que se hace especial hincapié en la prueba experimental.



**MEMORIA FINAL RELATIVA AL
PROYECTO DE TEMATICA EDUCATIVA**

**“FASE ARAGONESA
DE LA
XXII OLIMPIADA ESPAÑOLA DE FÍSICA”**

Zaragoza, a 19 de abril de 2011

ÍNDICE

1.- Desarrollo de la XXII Olimpiada Aragonesa de Física	3
2.- Desarrollo de la XXII Olimpiada Española de Física.....	4
3.- Consecución de los objetivos previstos.....	5
4.- Materiales elaborados.....	5
5.- Justificación del gasto.	5
ANEXO I.....	6
1.- Ejercicios propuestos en la XXI Olimpiada Aragonesa de Física	
2.- Ejercicios propuestos en la XXI Olimpiada Española de Física	
ANEXO II.....	49
Comité organizador de la XXII Olimpiada Aragonesa de Física	
ANEXO III.....	53
Estudiantes clasificados en la XXII Olimpiada Aragonesa de Física	
ANEXO IV	57
Modelos de certificados y diplomas de la XXII Olimpiada Aragonesa de Física	

1.- Desarrollo de la XXII Olimpiada Aragonesa de Física

La Olimpiada Aragonesa de Física (OAF), que este año ha cumplido su vigésimo segunda edición, es una competición de carácter intelectual que tiene como objetivo fundamental el de incentivar y premiar a los estudiantes que tengan capacidad e interés por la Ciencia en general y por la Física en particular. Asimismo contribuye a la divulgación de aspectos científicos de actualidad.

Este acontecimiento educativo en el que la Física es la protagonista y cuyos participantes son estudiantes de Bachillerato, está organizado por la Real Sociedad Española de Física y la Universidad de Zaragoza y cuenta con la colaboración del Colegio Oficial de Físicos en Aragón, de Ibercaja, de la cátedra '*José María Savirón*' de divulgación científica y del Departamento de Educación, Cultura y Deportes del Gobierno de Aragón a través de un proyecto de Temática Educativa.

En esta edición han participado 81 estudiantes de las tres provincias aragonesas, en representación de 30 centros de educación secundaria. Como es lógico los representantes de Zaragoza fueron mayoritarios.

Las pruebas tuvieron lugar en el Aula Magna de la Facultad de Ciencias el día 25 de febrero de 2011 y consistieron en la resolución de tres problemas teóricos y uno de carácter experimental que se adjuntan en el anexo I.1 de esta memoria.

Tras finalizar los ejercicios, los enunciados y soluciones de los mismos se publicaron en la web <http://olimpiada.de.fisica.unizar.es> para consulta de alumnos y profesores.

El comité organizador, integrado por los profesores que se reseñan en el anexo II, evaluó los ejercicios y mediante acuerdo por unanimidad, seleccionó a los veinte mejores clasificados.

Los tres primeros han sido los representantes de Aragón en la Olimpiada Española de Física celebrada en la Universidad de Murcia, del 7 al 10 de Abril de 2011. Los tres siguientes clasificados quedaron como suplentes de los anteriores y a los 14 restantes se les concedió mención honorífica. En el anexo III se recogen los nombres y centros educativos de los estudiantes seleccionados. Los seis primeros en orden de puntuación y el resto en orden alfabético.

El Acto de entrega de premios, al cual fueron citados los veinte primeros clasificados, tuvo lugar el pasado 11 de marzo en el espléndido "Patio de la Infanta" que gentilmente nos ofrece Ibercaja, entidad patrocinadora de la OAF desde sus inicios.

Con objeto de difundir al máximo el interés por la Física, este Acto ha contado siempre con personalidades del ámbito académico, político, empresarial y científico-cultural. En esta edición estuvieron presentes las siguientes personalidades:

Excma. Sra. D^a María del Rosario Heras Celemin, Presidenta de la Real Sociedad Española de Física.

Ilmo. Sr. D^o Manuel Pinos Quílez, Director General de Política Educativa del Departamento de Educación Cultura y Deporte del Gobierno de Aragón

Ilma. Sra. D^a Ana Isabel Elduque Palomo, Decana de la Facultad de Ciencias de la Universidad de Zaragoza

Sra. D^a. M^a Teresa Fernández Fortún. Directora de la Obra Social de Ibercaja

Dr. D. José Alberto Carrión Sanjuán, Director de la Olimpiada Española de Física y Presidente de la Sección Aragonesa de la Real Sociedad Española de Física

Dr. D. Juan Pablo Martínez Jiménez, Director de la Fase Aragonesa de la Olimpiada Española de Física. Armonizador de Física de la Universidad de Zaragoza.

Fuera de la presidencia, pero en lugar destacado estuvieron presentes los miembros del Comité Organizador de la Olimpiada Aragonesa de Física y, entre ellos, D. Jesús Molledo Cea, Jefe de Servicio de Innovación y Ordenación de la Dirección General de Política Educativa.

Ibercaja, al igual que en años anteriores, obsequió a los seleccionados con diferentes regalos. Además, los estudiantes galardonados entre el primer y tercer puesto recibieron los dos tomos del libro 'Física Universitaria' de Sears-Zemansky y los clasificados del cuarto al sexto puesto un ejemplar de los libros '*Física General*' y '*Problemas de Física*' de Burbano. Los estudiantes seleccionados recibieron un diploma acreditativo, y todos los que realizaron las pruebas un certificado de participación. Los modelos de certificado y diploma se recogen en el anexo IV.

En la página web: <http://olimpiada.de.fisica.unizar.es> se presentan y están accesibles las pruebas propuestas en esta XXII edición y sus resultados, así como información adicional. Las pruebas resueltas de ediciones anteriores permanecen en esa web como recurso educativo.

2.- Desarrollo de la XXII Olimpiada Española de Física.

El equipo representante de Aragón estuvo formado por los estudiantes de Bachillerato, seleccionados en la Olimpiada aragonesa, D. Adrián Franco Rubio del Colegio Romareda, D. Jorge Alda Gallo del Instituto Félix de Azara, y D. Eamon Quinlán Gallego del Instituto Corona de Aragón. Actuó como delegado y acompañó a los estudiantes, el profesor del IES Goya, D. José Ramón Blasco.

Los estudiantes aragoneses, junto con los estudiantes seleccionados en las demás Fases Locales de la XXII Olimpiada Española de Física, celebradas en cada uno de los Distritos Universitarios españoles, participaron en la Olimpiada Española de Física celebrada en Murcia durante los días 7 al 10 de abril. Esta Olimpiada, organizada por el Ministerio de Educación a través de la Real Sociedad Española de Física, ha tenido como anfitrión la Universidad de Murcia. Han participado 136 alumnos de 34 delegaciones de todos los distritos universitarios. Los cinco primeros seleccionados competirán en el mes de julio en la XLII Olimpiada Internacional que se celebrará en Bangkok (Tailandia) y los cuatro siguientes lo harán en el mes de septiembre en la XVI Olimpiada Iberoamericana, en Guayaquil (Ecuador).

El Acto de clausura y entrega de premios tuvo lugar el día 10 de abril de 2011 en el Paraninfo del Campus de la Merced de la Universidad de Murcia. Los estudiantes aragoneses que suelen obtener brillantes resultados en la Fase Nacional, en la presente edición han obtenido los siguientes resultados:

D. Adrián Franco Rubio, del Colegio Romareda, ha sido el vencedor absoluto de la Olimpiada, obteniendo la primera medalla de oro y formará parte del equipo olímpico español en la Olimpiada Internacional.

D. Eamon Quinlán Gallego del Instituto Corona de Aragón ha obtenido medalla de oro y formará parte del equipo olímpico español en la Olimpiada Iberoamericana (6º clasificado a nivel nacional).

D. Jorge Alda Gallo del Instituto Félix de Azara ha obtenido medalla de plata (15º clasificado a nivel nacional).

Estos buenos resultados, y la selección de D. Adrián Franco y D. Eamon Quinlán para formar parte de los equipos que representarán a España en las Olimpiadas Internacional e Iberoamericana, suponen un reconocimiento para la Olimpiada Aragonesa de Física, en particular para los estudiantes y sus profesores así como de todas las entidades e instituciones que apoyan esta actividad.

En el anexo I.2 se presentan los ejercicios propuestos en Murcia, que también pueden visualizarse resueltos en la web de la Real Sociedad Española de Física: <http://www.ucm.es/info/rsef/oef/>

3.- Consecución de los objetivos previstos.

El objetivo fundamental del Proyecto es el fomento y la divulgación de la Física en la Sociedad a través de su enseñanza en el Bachillerato. Este objetivo se ha cumplido pues se ha estimulado a los estudiantes con unas pruebas que, apartándose de enunciados academicistas, reflejan situaciones reales y temas de investigación relevantes.

El elevado número de estudiantes y centros que participan en la Fase Aragonesa de la Olimpiada es una muestra palpable de que el trabajo continuado de esta actividad va calando en la comunidad educativa.

4.- Materiales elaborados.

Las pruebas propuestas en la Fase Aragonesa pueden utilizarse como material didáctico. Con este fin se mantiene activa y actualizada la página web de la Olimpiada Aragonesa donde se publican resueltas las pruebas.

En el anexo I.2 se recogen también las pruebas resueltas en la Fase Nacional de Murcia, que también pueden servir como recurso didáctico

5.- Justificación del gasto.

En el anexo V de esta memoria se presenta la justificación del gasto correspondiente a este proyecto de Temática Educativa, y se adjuntan las correspondientes facturas con su correspondiente informe.

ANEXO I

1.- Ejercicios propuestos en la XXII Olimpiada Aragonesa de Física

2.- Ejercicios propuestos en la XXII Olimpiada Española de Física



**Universidad
Zaragoza**



PRIMERA PRUEBA

25 de febrero de 2011

INSTRUCCIONES

Esta prueba consiste en la resolución de tres problemas

Emplea una hoja del cuadernillo de respuestas para cada problema

Razona siempre tus planteamientos

¡No olvides poner tus apellidos, nombre y datos del Centro en la primera hoja!



Subvenciona:



P1. Acelerómetro.

Un acelerómetro es, como su propio nombre indica, un dispositivo para medir aceleraciones. Un modelo sencillo consiste en un cilindro cuyo eje coincide con la dirección de la aceleración que se desea medir. Dentro del cilindro hay una bola sujeta a los extremos mediante dos muelles iguales, y un líquido viscoso que amortigua las oscilaciones de la bola cuando se produce un cambio en la aceleración. En ausencia de aceleración, la bola está en equilibrio en el centro del cilindro, como se representa en la figura 1a. Sin embargo, cuando el dispositivo sufre una aceleración en el sentido del eje OX indicado, la bola alcanza un nuevo estado de equilibrio dinámico, desplazada una distancia $x < 0$, como se indica en la figura 1b. Esta distancia no cambia mientras la aceleración sea constante.

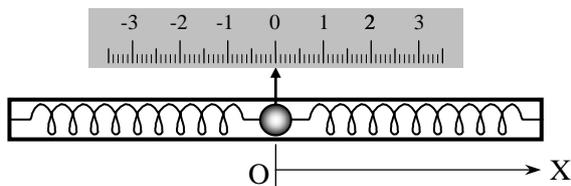


Fig. 1a

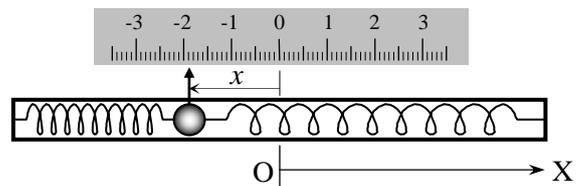


Fig. 1b

- El acelerómetro se sujeta horizontalmente en un vehículo, de forma que el eje del cilindro coincida con la dirección del movimiento (eje OX). En estas condiciones, determina el desplazamiento en equilibrio de la bola, x , en función de la aceleración del vehículo, a , la constante elástica de cada muelle, k , y la masa de la bola, M .
- Mientras el vehículo acelera uniformemente de 0 a 40 km/h en 3,0 s, el desplazamiento en equilibrio de la bola es $x = -3,0$ cm. Sabiendo que la masa de la bola es $M = 10$ g, calcula el valor de la constante k de cada uno de los muelles.
- La gráfica de la figura 2 muestra un registro de la posición x de la bola en función del tiempo t mientras un automóvil se mueve, desde $t = 0$ hasta $t = 20$ s. En esta gráfica se observan claramente tres intervalos de tiempo con aceleraciones diferentes. Calcula la aceleración del automóvil en cada uno de estos intervalos.
- Si el automóvil del apartado anterior ha partido del reposo en $t = 0$, representa gráficamente, de forma aproximada, su velocidad en función del tiempo entre $t = 0$ y $t = 20$ s.
- Calcula por último el espacio total que ha recorrido desde $t = 0$ hasta $t = 20$ s.

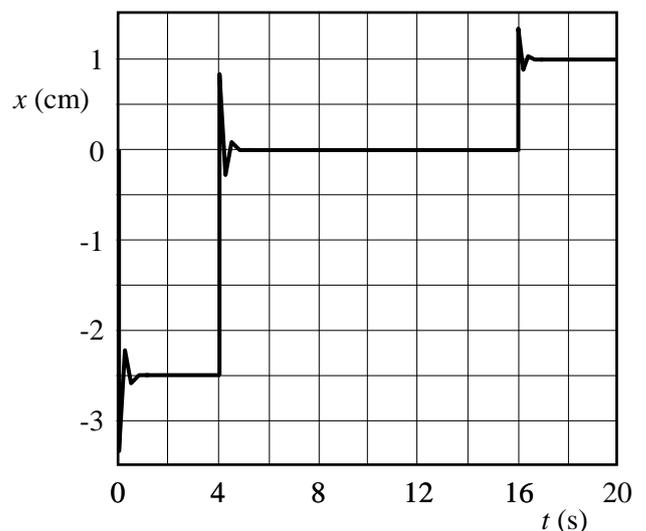


Fig. 2

Solución P1. Acelerómetro.

- a) Los dos resortes son iguales, es decir tienen la misma constante elástica k y la misma longitud natural. Cuando están montados en el acelerómetro, unidos a los extremos del cilindro y a la bola, en ausencia de aceleración ambos están deformados (estirados o comprimidos) la misma distancia x_0 , de forma que están ejerciendo fuerzas de igual módulo $F_0 = kx_0$ sobre la bola, pero en sentidos opuestos, y ésta permanece en el centro del cilindro.

Cuando el sistema se mueve con aceleración uniforme a , tras amortiguarse la oscilación de la bola se alcanza un nuevo estado de equilibrio dinámico en el que todo el sistema, incluida la bola, se mueve con esta aceleración. Por tanto, sobre la bola debe estar actuando una fuerza neta Ma en el sentido de la aceleración. Obviamente esta fuerza es la debida al cambio de deformación de los dos muelles, es decir al desplazamiento de la bola respecto al centro del cilindro

$$Ma = -2kx \quad (1)$$

El signo menos indica que, de acuerdo con el enunciado, cuando la aceleración es en sentido positivo ($a > 0$) el desplazamiento es negativo ($x < 0$) y viceversa. Despejando en (1), el desplazamiento en equilibrio de la bola es

$$x = -\frac{Ma}{2k}$$

- b) En una aceleración uniforme, partiendo del reposo, la velocidad final v_f alcanzada en el instante t_f es

$$v_f = at_f$$

Con los datos de este apartado, y teniendo en cuenta que $40 \text{ km/h} = 40 \cdot 10^3 \text{ m} / 3600 \text{ s} = 11,11 \text{ m/s}$,

$$a = \frac{v_f}{t_f} = 3,704 \text{ m/s}^2$$

Despejando k de (1)

$$k = -\frac{Ma}{2x} = 0,6173 \text{ N/m} \quad \boxed{k = 0,62 \text{ N/m}}$$

- c) En la gráfica de la figura 2 del enunciado se observan tres intervalos de tiempo en los que, salvo la breve oscilación amortiguada inicial, x es constante, es decir la aceleración a es constante:

$$0 < t < 4 \text{ s} : \quad x_1 = -2,5 \text{ cm} \quad \rightarrow \quad a_1 = -2kx_1 / M = 3,0864 \text{ m/s}^2, \quad \boxed{a_1 = 3,1 \text{ m/s}^2}$$

$$4 \text{ s} < t < 16 \text{ s} : \quad x_2 = 0 \quad \rightarrow \quad \boxed{a_2 = 0}$$

$$16 \text{ s} < t < 20 \text{ s} : \quad x_3 = 1,0 \text{ cm} \quad \rightarrow \quad a_3 = -2kx_3 / M = -1,2346 \text{ m/s}^2, \quad \boxed{a_3 = -1,2 \text{ m/s}^2}$$

En resumen, el coche se mueve con aceleración a_1 durante los cuatro primeros segundos. Entre $t = 4 \text{ s}$ y $t = 16 \text{ s}$ se mueve con aceleración nula, es decir con velocidad constante, y desde $t = 16 \text{ s}$ hasta $t = 20 \text{ s}$ con aceleración a_3 negativa, lo que indica que el coche frena.

- d) Como parte del reposo, la velocidad del coche aumenta linealmente con el tiempo durante el primer intervalo.

$$t_{i1} = 0 < t < t_{f1} = 4 \text{ s} : \quad v_1 = a_1 t$$



Durante el segundo intervalo la velocidad es constante, igual a la alcanzada al final del primer intervalo, es decir en $t_{f1} = 4$ s

$$t_{i2} = 4 \text{ s} < t < t_{f2} = 16 \text{ s} : \quad v_2 = \text{cte.} = a_1 t_{f1} = 12,346 \text{ m/s} = 44,444 \text{ km/h}$$

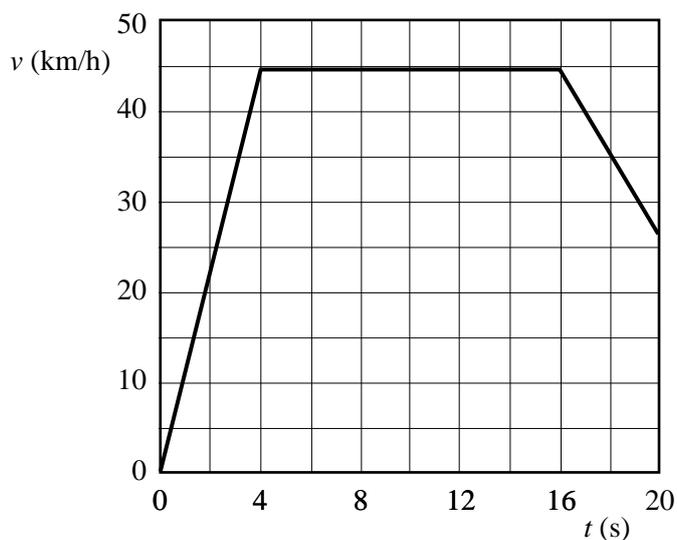
En el tercer intervalo de tiempo el coche decelera uniformemente ($a_3 < 0$), con lo que su velocidad disminuye linealmente partiendo de la velocidad inicial anterior, v_2 , en la forma

$$t_{i3} = 16 \text{ s} < t < t_{f3} = 20 \text{ s} : \quad v_3 = v_2 + a_3(t - t_{i3})$$

La velocidad final en $t_{f3} = 20$ s es

$$v_{f3} = 12,346 \text{ m/s} - 1,2346 \text{ m/s}^2 \times (20 - 16) \text{ s} = 7,4074 \text{ m/s} = 26,667 \text{ km/h}$$

En resumen, la representación gráfica de la velocidad en función del tiempo sería la siguiente



e) El espacio recorrido en cada uno de los tres intervalos de tiempo es

$$s_1 = \frac{1}{2} a_1 t_{f1}^2 = 24,69 \text{ m}$$

$$s_2 = v_2 (t_{f2} - t_{i2}) = 148,15 \text{ m}$$

$$s_3 = v_2 (t_{f3} - t_{i3}) + \frac{1}{2} a_3 (t_{f3} - t_{i3})^2 = 39,51 \text{ m}$$

Y el espacio total recorrido es

$$s = s_1 + s_2 + s_3 = 212,35 \text{ m}$$

$$s = 2,1 \cdot 10^2 \text{ m}$$

Nota sobre precisión de resultados: los datos numéricos de este problema están dados con dos cifras significativas, por lo que no tiene sentido dar los resultados con más de dos cifras. Sin embargo, para evitar arrastrar y amplificar errores de redondeo en las operaciones de los sucesivos apartados, se ha optado por trabajar con cuatro o cinco cifras y redondear únicamente al presentar los resultados que se piden en los diversos apartados del enunciado.

P2. Tiro con arco.

Ante las "necesidades" de la caza y de la guerra, la humanidad ha desarrollado a lo largo de su historia el tiro con arco. En la actualidad, salvo algunos pueblos primitivos que siguen utilizándolo para cazar, solo se usa como una modalidad deportiva.

Los constructores de arcos antiguos no necesitaron conocer las leyes de la física, pero hoy en día la tecnología basada en detallados estudios físicos permite mejorar sus prestaciones con diseños que en nada recuerdan a los antiguos arcos medievales. En este problema te proponemos que realices unos cálculos basados en dos modelos físicos de arco.

En una primera aproximación, podemos considerar que un arco medieval tiene un comportamiento análogo a algo que encanta a los físicos: un muelle de constante K . Con este *modelo lineal* de arco (ley de Hooke) se supone que la fuerza F de tensado del arco es proporcional a la longitud x que se deforma (figura 1).

- Cuando el arquero ejerce una fuerza F_1 , la distancia de tensado es x_1 . Determina, en función de F_1 y x_1 , el trabajo W_1 que ha realizado el arquero para tensar el arco. Calcula su valor para $F_1 = 700 \text{ N}$ y $x_1 = 0,58 \text{ m}$.
- Cuando el arquero efectúa el disparo, la mayor parte de la energía potencial almacenada en el arco se transfiere a la flecha, y el resto se invierte en energía cinética de las partes móviles del propio arco. Si la masa de la flecha es $m_1 = 0,060 \text{ kg}$ y admitimos que recibe el 80% de la energía almacenada en el arco, calcula la velocidad de la flecha cuando abandona el arco.

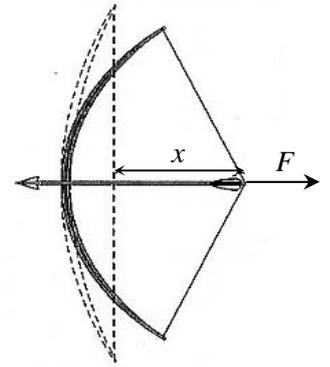


Fig. 1

Los modernos arcos compuestos, como el de la figura 2, están dotados de unas complicadas poleas excéntricas y no tienen un comportamiento lineal; el modelo del muelle no sirve para ellos. La fuerza F para tensarlo y el desplazamiento x siguen una relación no lineal, como la representada en la gráfica de la figura 3. La fuerza que hay que aplicar para mantenerlo tensado con su deformación máxima es mucho menor que con un arco tradicional, lo que evita temblores musculares del arquero y mejora notablemente la puntería.

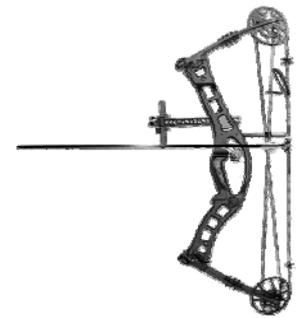


Fig. 2

- Admitiendo que en los arcos compuestos prácticamente toda la energía potencial almacenada se transmite a la flecha, haz una estimación razonada de la masa m_2 que debe tener la flecha para que cuando se tense el arco una distancia máxima $x_2 = 0,50 \text{ m}$, su velocidad de salida sea igual a la calculada en el apartado b) para el arco medieval.

Ayuda: recuerda que, para una distancia máxima de tensado x_m , el área comprendida entre la curva $F(x)$ y el eje de abscisas hasta x_m es proporcional al trabajo realizado por F hasta alcanzar esa deformación.

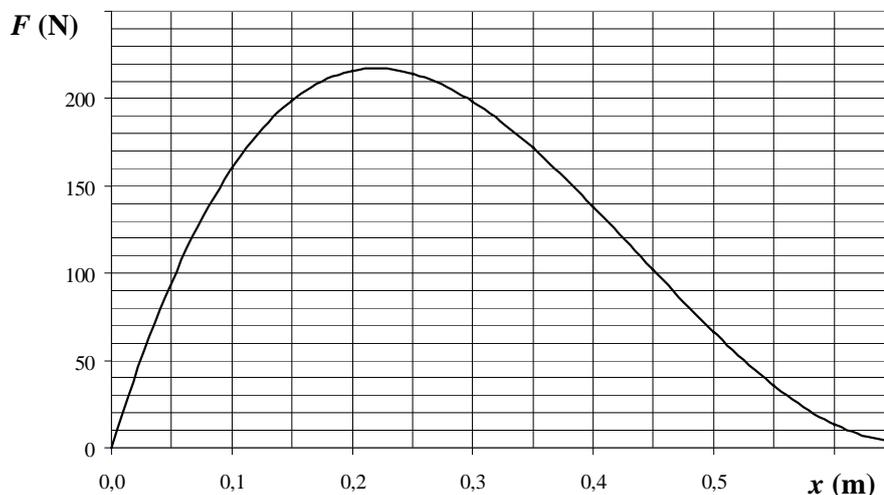


Fig. 3

Solución P2. Tiro con arco.

- c) Tal como se indica en el enunciado, el comportamiento del arco “medieval” es equivalente al de un muelle ideal de constante K , por lo que la fuerza F que ejerce el arquero es proporcional a la longitud que se deforma el muelle (el arco, en este caso). Por tanto, la representación gráfica de F en función de x es la que se muestra en la figura 4.

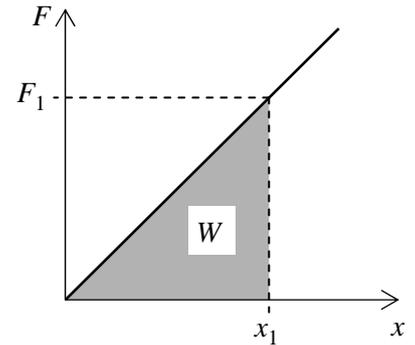


Fig. 4

El trabajo realizado por una fuerza en un desplazamiento puede calcularse como el área comprendida entre la curva $F(x)$ y el eje de abscisas, entre los valores inicial y final de x . En nuestro caso, es el área del triángulo sombreado en la figura 4

$$W_1 = \frac{1}{2} F_1 x_1 \quad \Rightarrow \quad W_1 = 203 \text{ J}$$

La pregunta de este apartado puede abordarse de otra forma, físicamente equivalente a la anterior: como suponemos que el arco responde a un modelo elástico, para cualquier deformación se cumple $F = Kx$. Además, como la fuerza elástica es conservativa, el trabajo realizado por el arquero es igual a la energía potencial U_1 almacenada por el arco

$$W_1 = U_1 = \frac{1}{2} Kx_1^2 = \frac{1}{2} F_1 x_1$$

- d) Cuando se dispara la flecha, el 80% de la energía potencial se transforma en energía cinética de la flecha. Si llamamos $\gamma = 0,8$ a la eficiencia de esta transformación, es inmediato deducir la velocidad de la flecha

$$\gamma U_1 = \frac{1}{2} m_1 v_1^2 \quad \Rightarrow \quad v_1 = \sqrt{\frac{2\gamma U_1}{m_1}} = 73,6 \text{ m/s}$$

- e) La energía potencial almacenada por el arco compuesto de nuevo coincide con el trabajo realizado por el arquero al tensarlo, $W_2 = U_2$. Como no se conoce la expresión analítica de $F(x)$, este trabajo sólo puede calcularse, de forma aproximada, a partir del área bajo la curva de la figura 5, entre el origen y la deformación máxima $x_2 = 0,50$ m. En concreto, la energía potencial del arco será igual al número de rectángulos bajo la curva, multiplicado por la energía que corresponde a uno de ellos. Cada rectángulo tiene como base 0,05 m y altura 10 N, por lo que su área representa un trabajo de 0,50 J. Contando cuadros enteros y compensando fracciones de cuadro en cada columna de la figura 5, se obtiene que el área bajo la curva es aproximadamente la de 153 rectángulos. Por tanto

$$U_2 \approx 153 \times 0,50 \text{ J} = 76,5 \text{ J}$$

Como se admite que esta energía se transfiere íntegramente a la flecha, y además se quiere que su velocidad v_2 de salida sea la misma que la v_1 del apartado b), podemos escribir

$$U_2 = \frac{1}{2} m_2 v_1^2$$

lo que permite calcular la masa m_2 de la flecha

$$m_2 = \frac{2U_2}{v_1^2} \approx 28 \text{ g}$$

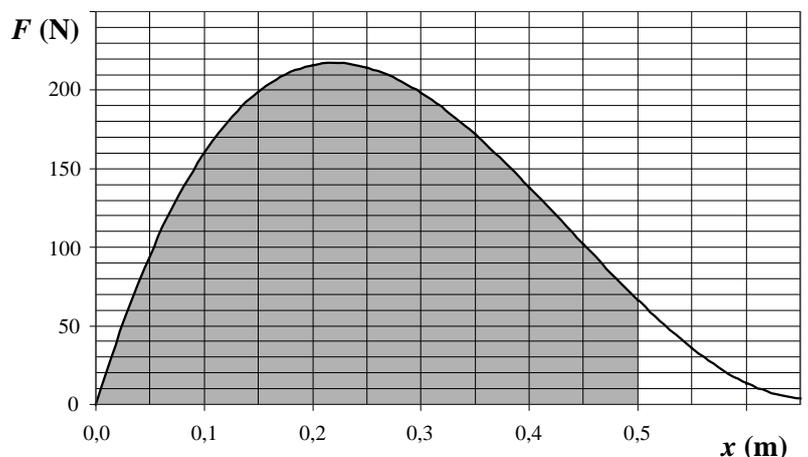


Fig. 5

P3. Espectrómetro de Bainbridge.

Para estudiar la estructura y la composición de la materia se utilizan técnicas experimentales conocidas como *espectroscopía de masas*, consistentes en medir la masa y la abundancia relativa de los iones de una muestra. En la figura 1 se muestra el esquema de un *espectrómetro de Bainbridge* utilizado para estudiar iones que tienen la misma velocidad.

Los iones que provienen de una cámara de ionización, atraviesan las rendijas colimadoras S para delimitar su dirección de propagación. A partir de ahí penetran en una región del espacio (*selector de velocidades*) donde coexisten un campo electrostático uniforme E_1 , producido por dos placas planoparalelas sometidas a una diferencia de potencial V , y un campo magnetostático uniforme B_1 perpendicular al campo eléctrico.

Los iones que atraviesan esta región sin desviarse penetran en otra región en la que existe un segundo campo magnético uniforme B_2 , paralelo a B_1 y, como consecuencia de ello, describen órbitas semicirculares e impactan sobre una placa fotográfica F.

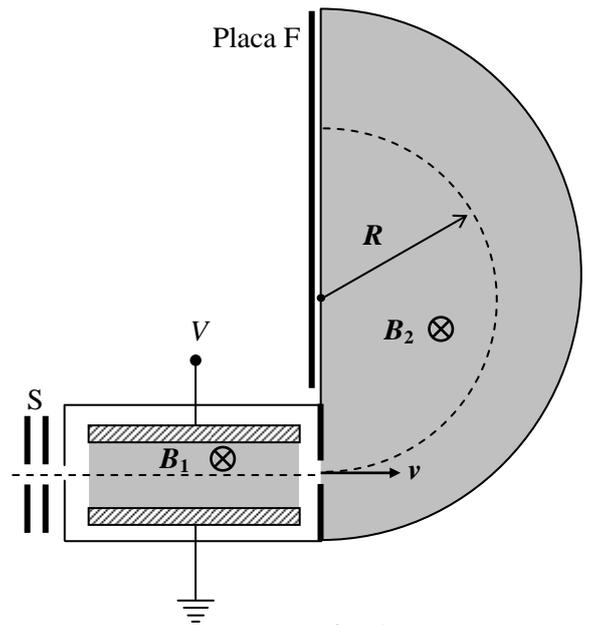


Fig. 1

Considera un espectrómetro que opera con $E_1 = 15 \text{ kV/m}$, $B_1 = B_2 = 0,50 \text{ T}$.

- Sabiendo que la separación entre las placas es $d = 4 \text{ mm}$, determina la diferencia de potencial V entre ellas.
- Determina la velocidad v de los iones que pueden penetrar en la segunda región del espectrómetro.
- Demuestra que la relación q/m (carga/masa) de los iones que impactan en la placa F viene dada por

$$\frac{q}{m} = \frac{E_1}{R B_1 B_2}$$

donde R es el radio de la trayectoria circular seguida por el ión.

- Si la fuente iónica inyecta los tres isótopos del magnesio $^{24}\text{Mg}^+$, $^{25}\text{Mg}^+$ y $^{26}\text{Mg}^+$, que tienen carga $+e$, calcula la separación entre las líneas que aparecen impresionadas en la placa F por el impacto de los tres tipos de iones. Considera que las masas atómicas de los isótopos son, en unidades de masa atómica, iguales a su número másico.

Datos: unidad de masa atómica $u = 1,66 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$; carga elemental $e = 1,60 \cdot 10^{-19} \text{ C}$.

Solución P3. Espectrómetro de Bainbridge.

- a) Conocida la relación entre el campo y el potencial electrostático en la región comprendida entre las dos placas planoparalelas, podemos calcular la diferencia de potencial V (Nótese que el plano inferior está a potencial nulo).

$$E = \frac{V}{d} \quad \Rightarrow \quad \boxed{V = E d = 60 \text{ V}}$$

- b) En la región 1 del espectrómetro coexisten un campo electrostático uniforme E_1 , y un campo magnetostático uniforme B_1 , por tanto las cargas que la atraviesen estarán sometidas a la fuerza de Lorentz.

$$\vec{F} = q(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B})$$

Para penetrar en la región 2 deben atravesar la región 1 sin desviarse. Consecuentemente la fuerza debida al campo electrostático y la debida al campo magnetostático deben ser iguales y de sentido contrario para que la fuerza total sea nula. De la figura 1 observamos que $\vec{v} \times \vec{B}_1$ está contenido en el plano del papel y va de abajo hacia arriba; por tanto, el campo \vec{E}_1 deberá ir de arriba hacia abajo y su módulo deberá coincidir con el producto $v B_1$

$$E_1 = v B_1 \quad \Rightarrow \quad \boxed{v = \frac{E_1}{B_1} = 3,0 \cdot 10^4 \text{ m/s}}$$

- c) En la región 2 los iones se mueven en el seno de un campo magnético B_2 , por tanto se ven sometidos a una fuerza perpendicular a la dirección del movimiento que les proporcionará una aceleración centrípeta y les provocará un movimiento circular de radio R .

$$\vec{F} = q(\vec{v} \times \vec{B}) \quad \Rightarrow \quad F = q v B_2 = m \frac{v^2}{R} \quad \Rightarrow \quad \frac{q}{m} = \frac{v}{R B_2}$$

Como en esta región solo entran los iones con velocidad $v = E_1 / B_1$ (apartado b), podemos concluir que

$$\boxed{\frac{q}{m} = \frac{E_1}{R B_1 B_2}}$$

- d) Despejando el radio R en la expresión anterior

$$R = \frac{m E_1}{q B_1 B_2}$$

que puede evaluarse para los tres isótopos del magnesio, $^{24}\text{Mg}^+$, $^{25}\text{Mg}^+$ y $^{26}\text{Mg}^+$.

Dado que las trayectorias circulares no son concéntricas sino tangentes en la rendija de entrada en la región 2), la separación entre las líneas de dos isótopos es el doble de la diferencia de los radios de sus trayectorias. Además, como $m(^{24}\text{Mg}^+) = 24 \text{ u}$; $m(^{25}\text{Mg}^+) = 25 \text{ u}$ y $m(^{26}\text{Mg}^+) = 26 \text{ u}$, obtenemos que la separación Δ entre la línea del isótopo $^{24}\text{Mg}^+$ y la del $^{25}\text{Mg}^+$ es

$$\boxed{\Delta = \frac{2 u E_1}{q B_1 B_2} = 1,2 \text{ mm}}$$

La misma distancia Δ existe entre la línea $^{26}\text{Mg}^+$ y la del $^{25}\text{Mg}^+$. Consecuentemente la distancia Δ' entre la línea $^{26}\text{Mg}^+$ y la del $^{24}\text{Mg}^+$ será

$$\boxed{\Delta' = 2 \Delta = 2,4 \text{ mm}}$$





SEGUNDA PRUEBA

25 de febrero de 2011

INSTRUCCIONES

Esta prueba consiste en la resolución de un problema de tipo experimental

Razona siempre tus planteamientos

¡No olvides poner tus apellidos, nombre y datos del Centro en la primera hoja!



Subvenciona:



Problema experimental. *Emulando a Galileo*¹

Galileo Galilei es universalmente considerado uno de los padres de la Ciencia moderna. De entre sus múltiples aportaciones en Astronomía, Matemáticas y Física, vamos a recordar aquí sus estudios experimentales sobre la trayectoria que describe un cuerpo en caída libre.

Por ejemplo, en un manuscrito de 1608 aparece la gráfica de la figura 1, en la que anotó los alcances horizontales de una bolita que caía libremente una cierta altura, para diversos valores de la velocidad inicial horizontal.

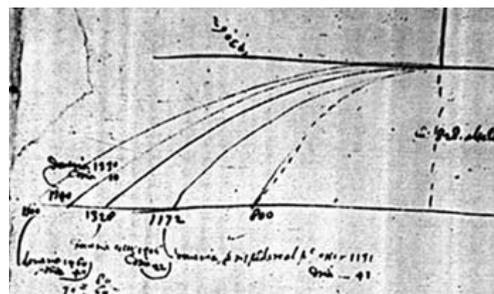


Fig. 1

A partir de estudios experimentales de este tipo para varias alturas de caída, Galileo dedujo que, si la fricción con el aire es despreciable, la distancia recorrida en horizontal es proporcional al tiempo de vuelo, es decir que la componente horizontal de la velocidad es constante (equivalente a la Ley de Inercia). También comprobó que, para velocidad inicial horizontal, la distancia recorrida en vertical es proporcional al cuadrado del tiempo. Componiendo ambos movimientos, Galileo demostró que la trayectoria de la caída es parabólica.

Los métodos e instrumentos que empleó Galileo para medir distancias y tiempos fueron rudimentarios, aunque notablemente precisos. Con medios más modernos, podríamos emular a Galileo y estudiar experimentalmente una caída libre de la siguiente forma:

Lanzamos una bolita por una mesa horizontal y grabamos lateralmente con una cámara de video de "alta velocidad" su caída al suelo tras abandonar la mesa. Posteriormente extraemos imágenes grabadas a intervalos de tiempo regulares $T = 0,040$ s, partiendo del instante $t = 0$ en que la bolita abandona la mesa y comienza su caída libre. En la figura 2 se presentan estas imágenes superpuestas. Se ha tomado origen de coordenadas, O, en el centro de la bolita en su posición inicial de caída, justo cuando abandona la mesa, eje OX horizontal y paralelo a la velocidad inicial de movimiento, v_0 , y eje OY vertical.

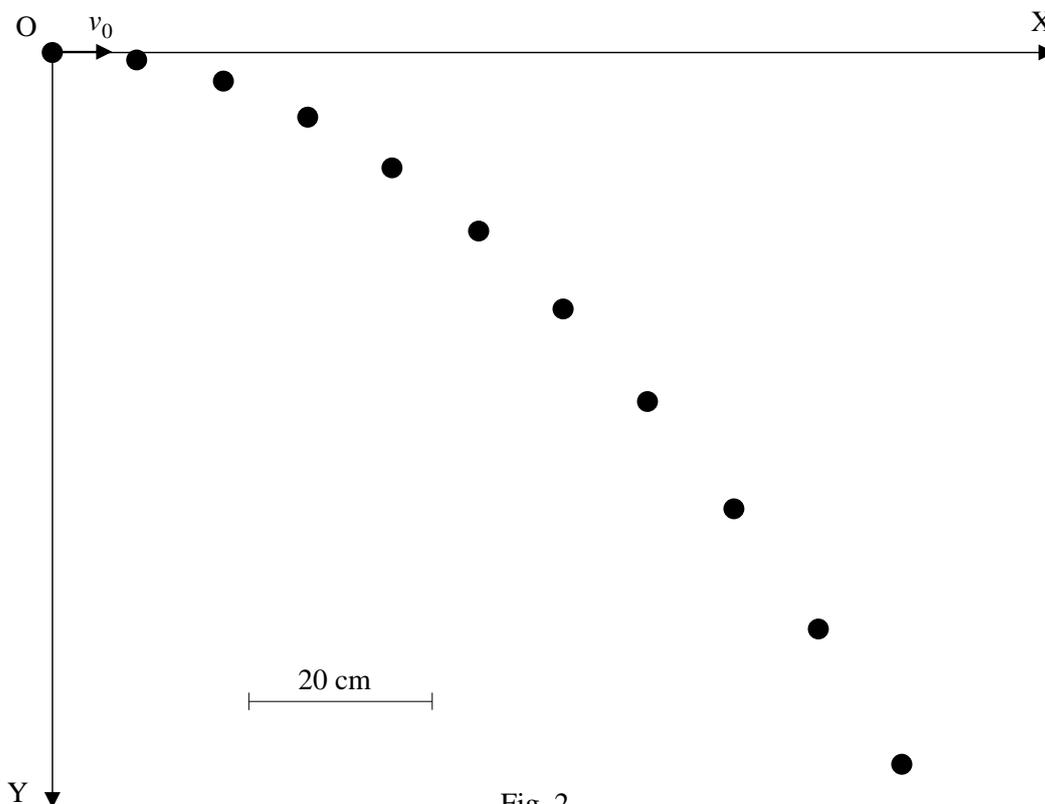


Fig. 2

¹ Este problema experimental está inspirado en una de las pruebas que propuso el Comité Académico local en la XV Olimpiada Iberoamericana de Física (Panamá, 2010).

- a) Midiendo con una regla sobre la figura 2 y teniendo en cuenta la escala indicada en ella, construye una tabla con los valores de t , x e y en las sucesivas posiciones de la bolita. Añade en otra columna los valores de t^2 , que necesitarás más adelante.
- b) Determina, con la mayor precisión posible, el valor de v_0 .
- c) En una gráfica con t^2 en abscisas e y en ordenadas, dibuja los puntos correspondientes y obtén la pendiente de la recta que, pasando por el origen, mejor se ajusta a dichos puntos.
- d) Deduce el valor de la aceleración de la gravedad, g , y haz una estimación de su incertidumbre, Δg .
- e) Si la altura de la mesa es $h = 80,0$ cm, calcula el alcance del tiro parabólico, es decir la x final en el instante del impacto de la bolita con el suelo (supuesta de radio despreciable). Calcula la incertidumbre del alcance debida a la incertidumbre Δg obtenida en el apartado anterior.

Hasta ahora hemos dado por supuesto que, durante la caída, y es proporcional a t^2 . Pero Galileo no lo sabía a priori. Intentando de nuevo emular su trabajo, planteemos la hipótesis de que nuestros datos experimentales se ajustan a una dependencia de la forma

$$y = kt^n$$

donde tanto la constante k como el exponente n son desconocidos.

- f) ¿Cómo podría demostrarse que la hipótesis es correcta, y que el mejor ajuste corresponde a $n = 2$? (Es suficiente con que expliques el método que propones; no es necesario que lo apliques a los datos)



Solución Problema experimental. *Emulando a Galileo*

- a) En la tabla I se recogen las distancias del centro de la bolita a los dos ejes, x_{graf} e y_{graf} , en los instantes $t_m = mT$, con m entero y $T = 0,040$ s. Estas distancias se han medido con una regla normal, graduada en milímetros, y se ha optado por presentar los datos con una resolución de 0,5 mm.

Para medir, por ejemplo, la coordenada x_{graf} de una posición de la bolita, el método habitual es enrasar el cero de la regla con el eje vertical OY y tomar la lectura de la regla donde esté el centro de la bolita. Como ésta tiene más de dos milímetros de diámetro, abarca varios trazos de la regla y no es fácil precisar más allá de 0,5 mm la posición de su centro. Sin embargo, puede mejorarse la resolución de los datos midiendo al revés: es más preciso enrasar el cero, que tiene un trazo largo, con el centro de la bolita (nuestra vista es bastante hábil en esta tarea, con un error típico $\sim 0,1$ mm) y medir en la escala de la regla la posición del eje. Como es una línea fina, ahora sería posible interpolar visualmente entre los trazos de sucesivos milímetros y "afinar la lectura" a la décima de mm, con un margen de incertidumbre estimado de $\pm 0,2$ mm.

Para obtener los valores reales de x e y es necesario tener en cuenta la escala que se presenta en la gráfica del enunciado. La longitud del segmento representado, medida con la regla, es² $L_{graf} = 2,40$ cm y corresponde a una longitud real $L = 20$ cm. Por tanto, x e y se obtienen multiplicando x_{graf} e y_{graf} por el factor de escala

$$f = \frac{L}{L_{graf}} = \frac{200}{24} = \frac{25}{3}$$

Tabla I

t (s)	t^2 (s^2)	x_{graf} (cm)	y_{graf} (cm)	x (cm)	y (cm)
0,000	0,0000	0,00	0,00	0,00	0,00
0,040	0,0016	1,10	0,10	9,17	0,83
0,080	0,0064	2,25	0,40	18,75	3,33
0,120	0,0144	3,35	0,85	27,92	7,08
0,160	0,0256	4,45	1,50	37,08	12,50
0,200	0,0400	5,60	2,40	46,67	20,00
0,240	0,0576	6,70	3,40	55,83	28,33
0,280	0,0784	7,80	4,60	65,00	38,33
0,320	0,1024	9,00	6,05	75,00	50,42
0,360	0,1296	10,10	7,65	84,17	63,75
0,400	0,1600	11,20	9,40	93,33	78,33

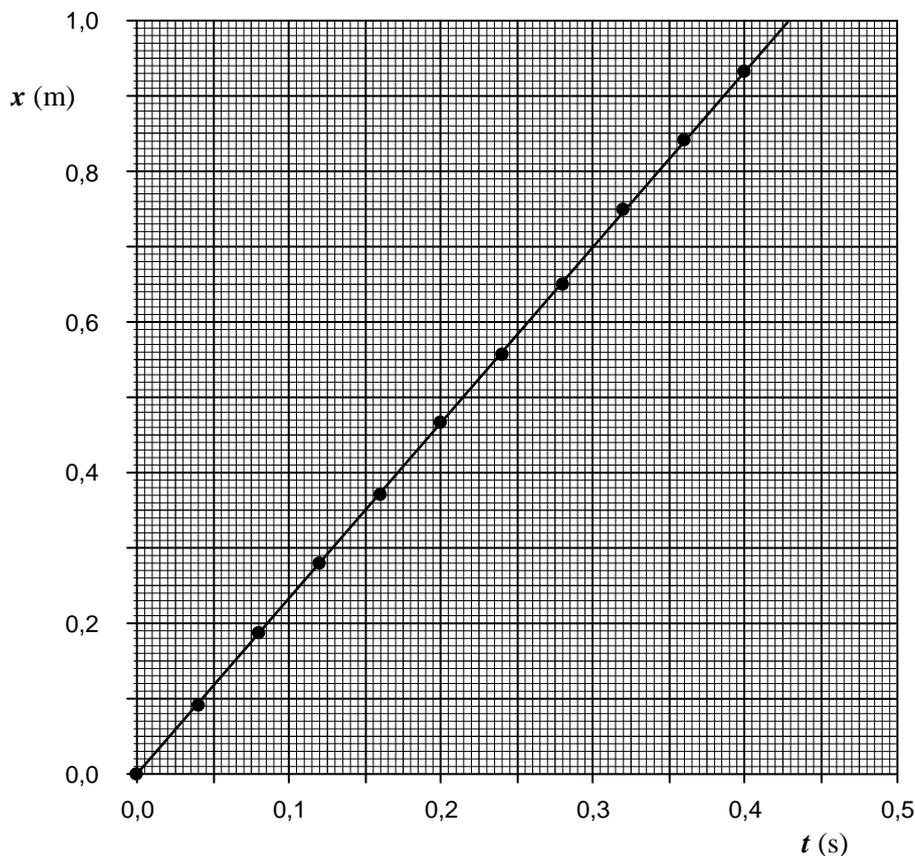
- b) Si se acepta que la componente horizontal de la velocidad durante la caída es constante e igual a v_0 , esta velocidad podría determinarse calculando el cociente x/t para cualquiera de las posiciones de la bolita. Para optimizar la precisión del resultado conviene tomar los datos del último punto, que es el que tiene una menor incertidumbre relativa de la posición, $\Delta x/x$, ya que tiene la misma incertidumbre absoluta Δx que los demás y el mayor valor de x . Con esta idea, una estimación razonable (y rápida) de v_0 sería

$$v_0 = \frac{93,33 \cdot 10^{-2} \text{ m}}{0,400 \text{ s}} = 2,33 \text{ m/s}$$

² Los procesos de impresión y fotocopiado pueden introducir pequeños cambios de escala, que afectarían por igual a todas las medidas realizadas con una regla sobre la gráfica, de forma que los valores finales de x e y no deberían verse sistemáticamente afectados.

Un cálculo de propagación de errores, que no detallaremos aquí, partiendo de incertidumbres estimadas $\Delta x_{graf} = 0,5 \text{ mm}$ y $\Delta L_{graf} = 0,2 \text{ mm}$ conduce a $\Delta v_0 = 0,03 \text{ m/s}$.

Para mejorar la precisión, podría repetirse este proceso de cálculo, $v_0 = x/t$, con las demás posiciones de la bolita y promediar los resultados. Pero es más correcto (y elegante) representar los puntos experimentales en una gráfica con x en ordenadas y t en abscisas y ajustarlos a una recta que pase por el origen, cuya pendiente es precisamente v_0 . A continuación se presenta esta gráfica, con el aspecto que tendría dibujada en papel milimetrado



Se observa que, como era de esperar, los puntos están muy bien alineados en una recta que pasa por el origen. La pendiente de esta recta, es decir v_0 , se calcula a partir de las coordenadas de un punto de la recta alejado del origen (para mejorar la precisión del resultado) por ejemplo el último punto en la parte superior derecha de la recta trazada, para el que $(t; x) = (0,429 \text{ s}; 1,000 \text{ m})$.

$$v_0 = \frac{1,000 \text{ m}}{0,429 \text{ s}} = 2,33 \text{ m/s}$$

Un ajuste analítico, empleando el método de "mínimos cuadrados", conduce a $v_0 = (2,333 \pm 0,002) \text{ m/s}$.

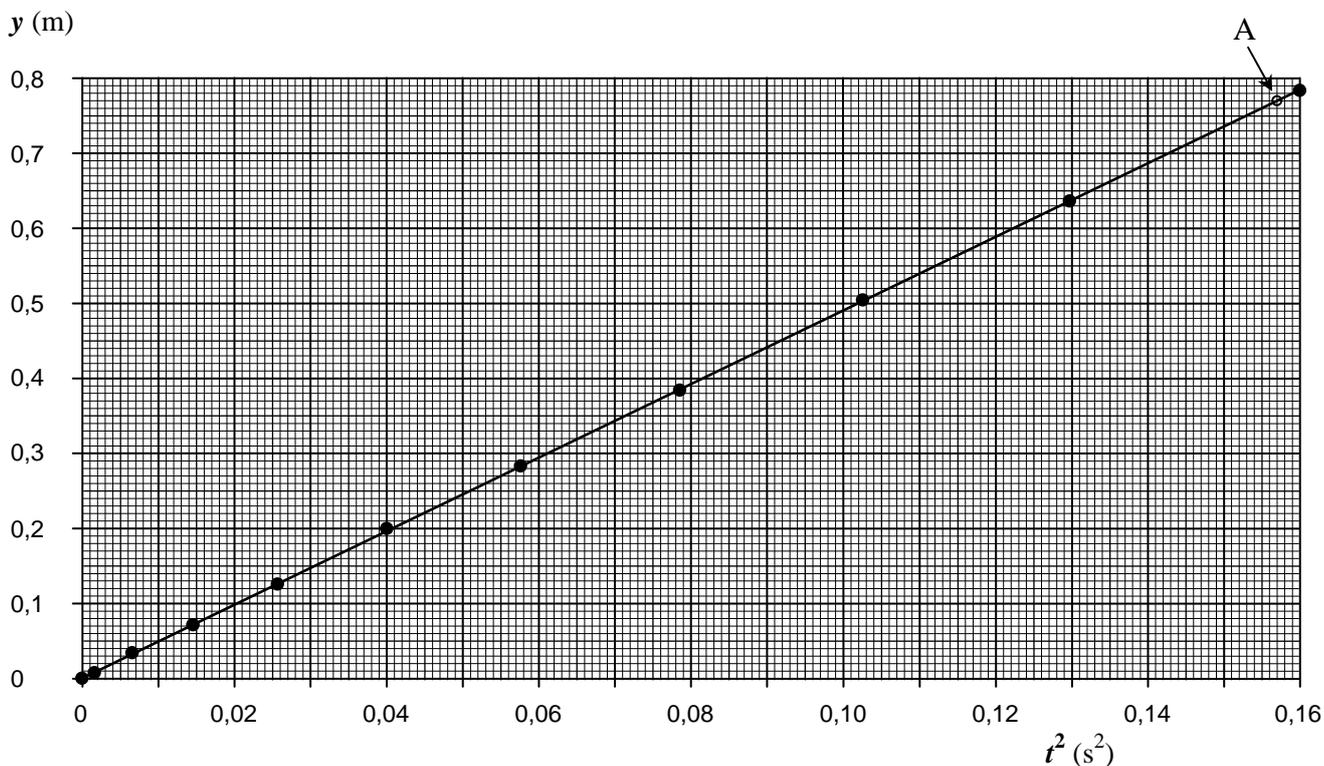
- c) Como la componente vertical de la velocidad inicial es nula y se ha tomado origen en el punto inicial de la caída, se espera que

$$y = \frac{1}{2}gt^2$$

Donde g es la aceleración de la gravedad. Por tanto, se espera una dependencia $y(t^2)$ lineal, con ordenada en el origen nula y pendiente $g/2$.

En la siguiente gráfica se representan los puntos pedidos que, efectivamente, se ajustan muy bien a una línea recta que pasa por el origen.





De nuevo, la pendiente p de esta recta puede obtenerse a partir de las coordenadas de un punto de la recta alejado del origen, por ejemplo el punto A indicado en la figura, con $(t_A^2; y_A) = (0,1570 \text{ s}^2; 0,770 \text{ m})$

$$p = \frac{0,770 \text{ m}}{0,1570 \text{ s}^2} = 4,904 \text{ m/s}^2$$

d) La aceleración de la gravedad sería el doble de la pendiente anterior

$$g = 2p = 9,808 \text{ m/s}^2$$

Este valor es muy próximo al estándar que solemos recordar³.

En cuanto a la incertidumbre de este resultado, es obviamente el doble de la incertidumbre Δp de la pendiente de la recta ajustada $y(t^2)$.

Cuando se quiere hacer una estimación "manual" de la incertidumbre de una pendiente, normalmente se trazan las rectas que con pendientes máxima y mínima se ajustan razonablemente a la serie de puntos experimentales y se obtiene la incertidumbre como

$$\Delta p = \frac{1}{2}(p_{\max} - p_{\min})$$

Pero en nuestro problema los puntos experimentales están tan bien alineados que es imposible trazar estas dos rectas y evaluar sus pendientes. Lo más que podemos hacer sin recurrir a métodos analíticos (fuera de lugar aquí) es estimar la posible falta de precisión al trazar la mejor recta sobre los puntos o al leer en la gráfica las coordenadas del punto auxiliar A sobre dicha recta. Siendo quizá pesimistas, podríamos estimar que, debida a ambas causas, la incertidumbre de la coordenada y del punto A puede ser de medio cuadrado en el papel milimetrado, es decir

$$\Delta y_A = 0,005 \text{ m}$$

Con esta estimación, las pendientes máxima y mínima serían

³ En Zaragoza, a poco más de 200 m sobre el nivel del mar y $41,66^\circ$ de latitud, el valor real es $g = 9,802 \text{ m/s}^2$.

$$\left. \begin{aligned} p_{\max} &= \frac{0,775 \text{ m}}{0,1570 \text{ s}^2} = 4,936 \text{ m/s}^2 \\ p_{\min} &= \frac{0,765 \text{ m}}{0,1570 \text{ s}^2} = 4,873 \text{ m/s}^2 \end{aligned} \right\} \rightarrow \Delta g = 2\Delta p = p_{\max} - p_{\min} = 0,06 \text{ m/s}^2$$

Esta incertidumbre afecta a la segunda cifra decimal, por lo que no tiene sentido dar el tercer decimal de g , y el resultado del experimento sería

$$g = (9,81 \pm 0,06) \text{ m/s}^2$$

Pero aún hay otra fuente de error que hemos de analizar. Se han medido sobre la gráfica del enunciado los valores de y_{graf} para las diferentes posiciones de la bolita. Estos valores pueden estar afectados de pequeños errores aleatorios que tienden a cancelarse con el posterior proceso de ajuste a una recta, pero si existe un error en el factor de escala f , este error se transmitirá sistemáticamente a todos los valores de la altura y descendida, y a los resultados obtenidos a partir de ellos.

En concreto, hemos medido $L_{\text{graf}} = 24,0 \text{ mm}$, y una estimación razonable de su incertidumbre, teniendo en cuenta las posibilidades de interpolación visual entre los trazos de la regla, es $\Delta L_{\text{graf}} = 0,2 \text{ mm}$. Esto supone una incertidumbre relativa

$$\frac{\Delta L_{\text{graf}}}{L_{\text{graf}}} = 8 \cdot 10^{-3}$$

Aunque la relación de la coordenada y con L_{graf} es inversa, el error relativo transmitido es el mismo (como se discutirá más adelante) es decir

$$y = f y_{\text{graf}} = \frac{L y_{\text{graf}}}{L_{\text{graf}}} \rightarrow \frac{\Delta y}{y} = \frac{\Delta L_{\text{graf}}}{L_{\text{graf}}}$$

Por tanto, la incertidumbre relativa $8 \cdot 10^{-3}$ (0,8 %) se transmite sistemáticamente a todos los valores de la altura y , a la pendiente p de la gráfica y al valor de g .

$$\frac{\Delta g}{g} = 8 \cdot 10^{-3} \rightarrow \Delta g = 0,08 \text{ m/s}^2$$

Combinando las dos fuentes de incertidumbre de g , que son independientes, una estimación final razonable podría ser

$$\Delta g = \sqrt{0,06^2 + 0,08^2} \text{ m/s}^2 = 0,1 \text{ m/s}^2$$

De forma que el resultado del experimento tendría una incertidumbre relativa aproximada del 1 %

$$g = (9,8 \pm 0,1) \text{ m/s}^2$$

e) Llamando t_f al instante en que la bolita golpea el suelo y X al correspondiente alcance, se cumple que

$$\left. \begin{aligned} X &= v_0 t_f \\ h &= \frac{1}{2} g t_f^2 \end{aligned} \right\} \rightarrow X = v_0 \sqrt{\frac{2h}{g}} = 0,941 \text{ m}$$

Para determinar la incertidumbre de este resultado, teniendo sólo en cuenta la incertidumbre de g , calculamos los valores máximo y mínimo de X , correspondientes respectivamente a los valores mínimo y máximo de g .

$$\left. \begin{aligned} g_{\min} &= 9,7 \text{ m/s}^2 \rightarrow X_{\max} = 0,9463 \text{ m} \\ g_{\max} &= 9,9 \text{ m/s}^2 \rightarrow X_{\min} = 0,9367 \text{ m} \end{aligned} \right\} \rightarrow \Delta X = \frac{X_{\max} - X_{\min}}{2} = 0,005 \text{ m}$$



También puede llegarse a este resultado tomando incrementos, en valor absoluto, en la dependencia $X(g)$

$$X = v_0 \sqrt{\frac{2h}{g}} \rightarrow \Delta X = v_0 \sqrt{2h} \frac{1}{2} \frac{\Delta g}{g^{3/2}} = v_0 \sqrt{\frac{2h}{g}} \frac{\Delta g}{2g} = X \frac{\Delta g}{2g} \rightarrow \frac{\Delta X}{X} = \frac{1}{2} \frac{\Delta g}{g}$$

Es decir, la incertidumbre relativa de X es la mitad⁴ de la de g . Como ésta es del 1 %, aquella es del 0,5 %

$$\Delta X = 0,005X \approx 0,005 \text{ m}$$

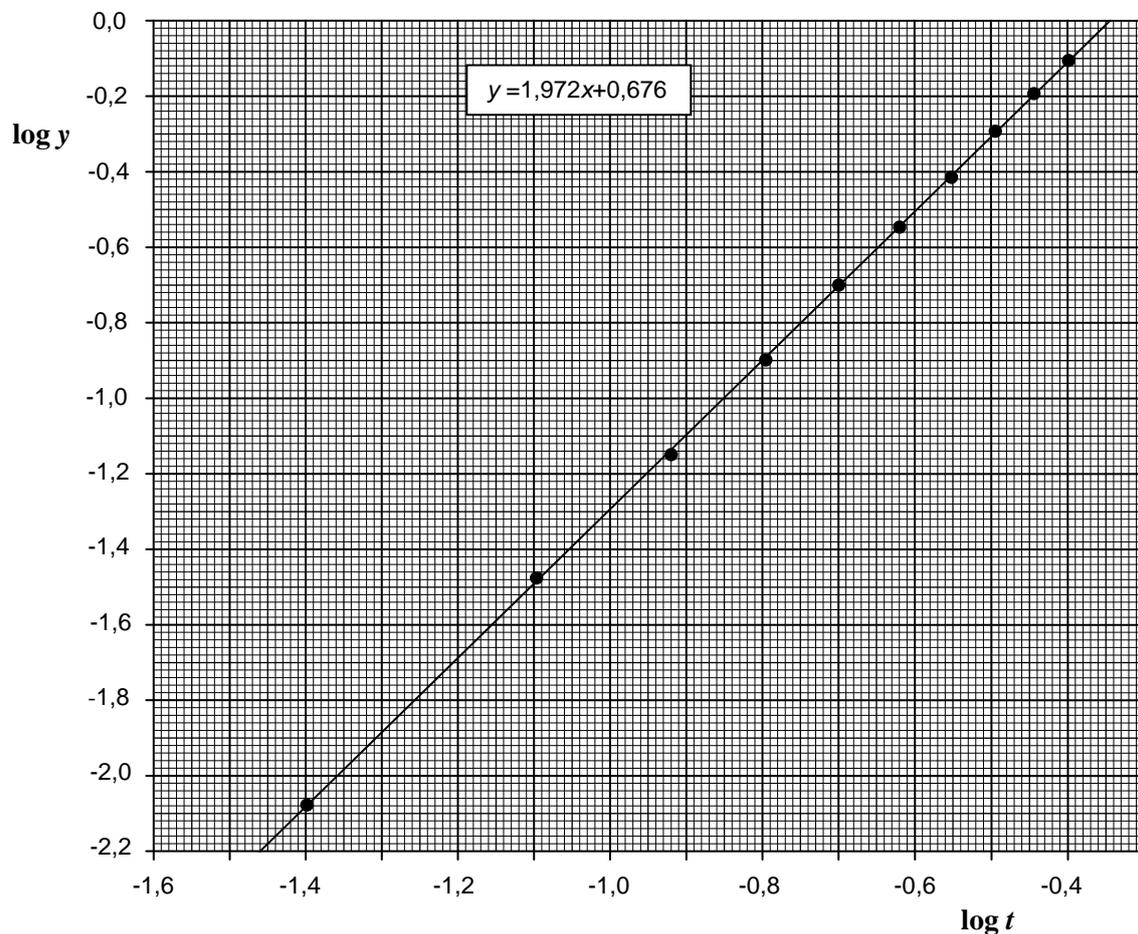
f) La dependencia $y(t)$ propuesta es potencial

$$y = k t^n$$

Esta dependencia puede "linealizarse" tomando logaritmos (en cualquier base) a ambos lados de la igualdad

$$\log y = \log k + n \log t$$

Por tanto, si la hipótesis es correcta, en una gráfica de $\log y$ frente a $\log t$ los puntos deben ajustarse bien a una línea recta, y la pendiente de dicha recta es precisamente n . En nuestro caso la gráfica es la siguiente:



Los puntos se ajustan muy bien a una línea recta de pendiente $p = 1,97$ (calculada por "mínimos cuadrados"), valor que es muy próximo al entero esperado $n = 2$.

⁴ Siguiendo el método indicado de tomar incrementos en valor absoluto, es fácil demostrar que si la dependencia $y(x)$ es potencial, $y = kx^n$, los errores se propagan en la forma $\frac{\Delta y}{y} = |n| \frac{\Delta x}{x}$. En el apartado e) se acaba de comprobar esta idea con $n = -1/2$, y en el apartado d) se ha aplicado con $n = -1$.

REAL SOCIEDAD ESPAÑOLA DE FÍSICA



XXII OLIMPIADA ESPAÑOLA DE FÍSICA

ENUNCIADOS Y SOLUCIONES

DE LAS

PRUEBAS PROPUESTAS

Murcia, 7 al 10 de abril de 2011



**Real
Sociedad
Española de
Física**



Problema 1. Murcia: Sol, mar y salinas.

La Región de Murcia disfruta de un privilegiado clima mediterráneo. Goza de inviernos suaves y veranos calurosos, teniendo en promedio 300 días de sol al año. Gracias a ello gran parte de su territorio es un vergel: la *huerta murciana*. Sin embargo, sus recursos hídricos no son especialmente abundantes, las precipitaciones son escasas y concentradas en pocos días. Por ello, a lo largo de toda su historia, los murcianos han sabido aprovechar hasta la última gota de agua, como lo demuestran los numerosos ingenios hidráulicos que han construido: molinos, norias, acequias, azudes, etc., parte de los cuales todavía están en uso. Podemos mencionar los molinos existentes en el río Segura, de visita obligada en el centro de la ciudad de Murcia, y las norias de Abarán y Alcantarilla.

Por otra parte, también han sabido aprovechar su abundante energía solar. Ejemplos de ello son los parques fotovoltaicos, entre los que destaca el existente en Jumilla, el mayor de Europa cuando fue inaugurado en 2008, y múltiples salinas como las de San Pedro del Pinatar en la laguna del Mar Menor, protagonista de este problema.

Refiriéndonos a la radiación solar, se denomina *constante solar* a la energía que, por unidad de tiempo y unidad de superficie normal a la dirección de propagación, llega a las capas altas de la atmósfera terrestre. Esta constante, que es una densidad superficial de potencia, o intensidad de energía, tiene por valor $k = 1,366 \text{ kW/m}^2$. Debido a la absorción y difusión en la atmósfera, a la superficie de la Tierra sólo llega, en días soleados, una fracción $\beta = 0,5$ de dicha intensidad solar.

Para simplificar el problema admitiremos que la trayectoria aparente del Sol está en un plano perpendicular a la superficie de la Tierra¹.

En un día soleado, la energía que se recibe en la superficie de la Tierra depende de la *altura angular* del Sol, es decir del ángulo θ que se muestra en la figura 1. Naturalmente, este ángulo varía a lo largo del día.

a) Para un día soleado y para una “altura” angular del Sol, θ , determina la potencia P que deposita la radiación solar en un área S de la superficie terrestre.

b) Determina la potencia media, $\langle P \rangle$, que recibe la superficie S a lo largo de un día, es decir para $0 \leq \theta \leq \pi$.

Véanse las Notas 1 y 2 al final del ejercicio.

En las salinas, la energía solar se utiliza para evaporar el agua de mar y extraer la sal disuelta. El proceso es complejo y se lleva a cabo mediante la parcelación de las aguas en distintos estanques: almacenadores, calentadores y cristalizadores en los que se precipita la sal. Son estos últimos estanques los que centrarán la atención de este ejercicio.

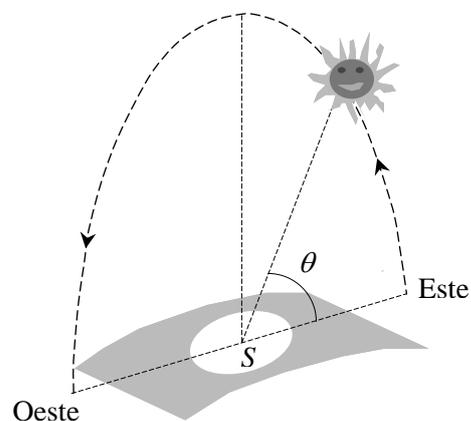


Fig.1

¹ Realmente la latitud de Murcia es de unos 38° , y el ángulo que forma el plano ecuatorial de la Tierra con el de la eclíptica es de unos 23° . Por tanto, en verano, el plano de la órbita aparente del Sol forma un ángulo de unos 15° con la vertical.

Supongamos que los estanques de cristalización de las salinas de San Pedro tienen una profundidad media $h = 0,15$ m y con una concentración de sal del 4,5% en masa, $c_m = 0,045$. En condiciones de presión y temperatura medias, la densidad del agua es $\rho = 1,03 \cdot 10^3$ kg/m³ y su calor de vaporización es $L = 2,4 \cdot 10^3$ kJ/kg.

c) Considerando que el tiempo medio de insolación en un día es $T_{1/2} = 12$ horas, determina el número n de días soleados que se necesitan para evaporar el agua de los estanques de cristalización y calcula su valor.

Estudiamos ahora aspectos relativos a la emisión de energía por el Sol. Como se ha mencionado, la constante solar k es la densidad superficial de potencia que llega a las capas altas de la atmósfera terrestre. A partir de este dato y sabiendo que la distancia Tierra-Sol es $R = 1,49 \cdot 10^{11}$ m,

d) Determina la potencia total emitida por el Sol, P_S , y calcula su valor.

La energía que emite el Sol conlleva una disminución de su masa de acuerdo con la conocidísima fórmula de Einstein $E = mc^2$, donde c es la velocidad de la luz, $c = 2,998 \cdot 10^8$ m/s.

e) Determina la masa que pierde el Sol cada segundo, μ_S , y calcula su valor.

Por último, vamos a estudiar si esta pérdida de masa afecta de forma apreciable al radio de la órbita de la Tierra en torno al Sol.

f) Teniendo en cuenta la ley de Gravitación Universal y la conservación del momento angular de la Tierra respecto al Sol, determina la variación relativa del radio de la órbita terrestre, $\Delta R / R$, en función de la variación relativa de la masa del Sol, $\Delta M_S / M_S$.

g) Calcula la variación anual del radio de la órbita terrestre, sabiendo que la masa del Sol es $M_S = 1,99 \cdot 10^{30}$ kg.

Nota 1 .- El valor medio de una función $f(x)$ en un intervalo $\Delta x = x_2 - x_1$ se define como

$$\langle f \rangle = \frac{1}{\Delta x} \int_{x_1}^{x_2} f(x) dx$$

Geoméricamente este valor medio coincide con la altura de un rectángulo de base Δx y cuya área sea igual a la comprendida entre la curva $f(x)$ y el eje X, entre x_1 y x_2 , como se muestra en la figura 2.

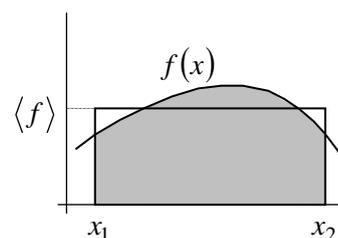


Fig. 2

Nota 2.-
$$\int \sin \alpha \, d\alpha = -\cos \alpha$$

$$\int \cos \alpha \, d\alpha = \sin \alpha$$

Solución: Problema 1. Murcia: Sol, mar y salinas.

- a) De acuerdo con el enunciado, la intensidad que llega a la superficie de la Tierra procedente del Sol es una fracción $\beta = 0,5$ de la constante solar.

$$k' = \beta k \quad (1)$$

Para determinar la potencia instantánea que deposita la radiación sobre un área S cuando la altura del Sol es θ (figura 1 del enunciado), es preciso considerar la proyección de dicha superficie en dirección perpendicular a los rayos, como se muestra en la figura 3. Como $S' = S \sin \theta$, la potencia instantánea, P , en el área S , será

$$P = \beta k S \sin \theta \quad (2)$$

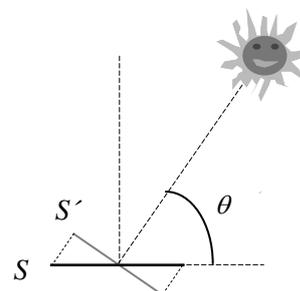


Fig.3

- b) Esta potencia P es función de θ , que varía a lo largo del día. La potencia media diaria se calcula, de acuerdo con la Nota 1 del enunciado, evaluando el valor medio de (2) desde que el Sol sale hasta que se pone, es decir desde $\theta = 0$ hasta $\theta = \pi$.

$$\langle P \rangle = \beta k S \frac{1}{\pi} \int_0^{\pi} \sin \theta d\theta \quad \Rightarrow \quad \langle P \rangle = \frac{2}{\pi} \beta k S \quad (3)$$

- c) El volumen de agua de mar en los estanques cristalizadores de las salinas de San Pedro es $V = h S$, donde S es ahora el área de dichos estanques. Por lo tanto la masa de agua de mar que contienen es $m = \rho h S$. Como la concentración de sal es $c_m = 0,045$, la masa de agua que hay que evaporar es

$$m_{agua} = \rho h S (1 - c_m)$$

Por lo tanto, la energía que se necesita para la evaporación es

$$W = L m_{agua} = \rho L h S (1 - c_m)$$

Como la potencia que recibe la salina es $\langle P \rangle$, durante un día soleado la energía absorbida es igual al producto de $\langle P \rangle$ por $T_{1/2} = 12$ horas $= 4,32 \cdot 10^4$ s. En consecuencia, el número de días soleados necesarios para extraer la sal será

$$n = \frac{L h S \rho (1 - c_m)}{\langle P \rangle T_{1/2}} = \frac{L h S \rho (1 - c_m) \pi}{2 \beta k S T_{1/2}} \quad \Rightarrow \quad n = \frac{L h \rho (1 - c_m) \pi}{2 \beta k T_{1/2}}$$

Teniendo en cuenta los datos numéricos del enunciado, resulta

$$n = 19 \text{ días}$$

- d) Dado que el Sol emite en todas las direcciones, si la constante solar k es la energía que llega a la Tierra por unidad de tiempo y unidad de superficie, a una esfera de radio R , igual a la distancia Sol-Tierra y centrada en el Sol le llegará toda la energía que el Sol emite por segundo, es decir, la potencia P_S que nos piden.

$$P_S = 4\pi R^2 k \quad \Rightarrow \quad P_S = 3,8 \cdot 10^{20} \text{ MW}$$

- e) De acuerdo con el resultado anterior, en un intervalo de tiempo τ el Sol emite una cantidad de energía,

$$W_S = 4\pi R^2 k \tau$$

Y en virtud de la famosa ecuación de Einstein, esta emisión de energía supone que el Sol pierde en ese intervalo de tiempo una masa

$$\Delta M_S = \frac{W_S}{c^2} = \frac{4\pi R^2 k \tau}{c^2}$$

Por tanto en un tiempo $\tau = 1$ s el Sol pierde una masa

$$\boxed{\mu_S = \frac{4\pi R^2 k}{c^2}} \quad \Rightarrow \quad \boxed{\mu_S = 4,2 \cdot 10^9 \text{ kg/s}}$$

- f) La ley de gravitación proporciona la relación entre la masa del Sol y el radio orbital R de la Tierra. Si M_T es la masa de la Tierra y ω su velocidad angular orbital, se tiene

$$G \frac{M_S M_T}{R^2} = M_T \omega^2 R \quad \Rightarrow \quad M_S = \frac{\omega^2}{G} R^3 \quad (4)$$

Nótese que una variación de M_S afecta a R y a ω , pero estas dos variables no son independientes. La fuerza de interacción gravitatoria es central, luego debe conservarse el momento angular de la Tierra respecto al Sol

$$L_0 = M_T \omega R^2 \quad (5)$$

Eliminando ω entre (4) y (5), queda

$$M_S = \frac{L_0^2}{G M_T^2} \frac{1}{R} = \gamma \frac{1}{R} \quad (6)$$

Donde $\gamma = L_0^2 / G M_T^2$ es una constante. Tomando incrementos en (6)

$$\Delta M_S = -\gamma \frac{\Delta R}{R^2} \quad (7)$$

El signo negativo de (7) significa que una pérdida de masa del Sol implica un aumento de la distancia Sol-Tierra. ¡Nos alejamos del Sol poco a poco!

Dividiendo ambos miembros de (7) por la masa (actual) del Sol y teniendo en cuenta (6), se obtiene

$$\boxed{\frac{\Delta R}{R} = -\frac{\Delta M_S}{M_S}}$$

- g) En un tiempo $T = 1$ año $= 3,15 \cdot 10^7$ s la pérdida de masa del Sol es

$$\Delta M_S = -\mu_S T = -1,3 \cdot 10^{17} \text{ kg}$$

Y el aumento de la distancia Tierra-Sol resulta

$$\Delta R = -R \frac{\Delta M_S}{M_S} \quad \Rightarrow \quad \boxed{\Delta R = 1,0 \text{ cm}}$$

Problema 2. Tablón oscilante.

Se coloca un tablón delgado y homogéneo, de masa M y longitud L , sobre un par de rodillos que giran con la misma velocidad angular constante, pero en sentidos opuestos. En la figura 1 se muestra este sistema cuando el tablón está colocado simétricamente respecto a los rodillos. La distancia entre los ejes de los rodillos es b y el coeficiente de rozamiento entre el tablón y dichos rodillos es μ .

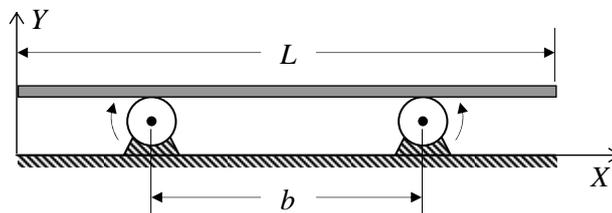


Fig. 1

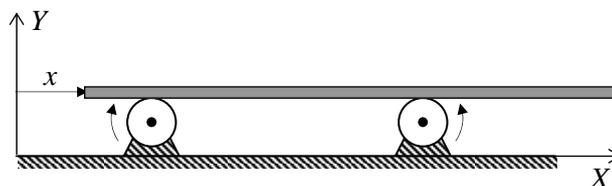


Fig. 2

a) Cuando el tablón se aparta una distancia x de la posición simétrica, como se representa en la figura 2, dibuja un diagrama en el que se muestren las fuerzas que actúan sobre el tablón.

b) Demuestra que el tablón permanece en equilibrio si se coloca exactamente en la posición simétrica respecto a los cilindros ($x = 0$).

Cuando el tablón se libera en una posición como la representada en la figura 2, es decir separado una distancia x de la posición de equilibrio, realiza un movimiento oscilatorio armónico. Se supone que la velocidad angular de los rodillos es lo suficientemente elevada para que en ningún momento el tablón deje de deslizarse sobre ellos.

c) Determina el periodo T de las oscilaciones del tablón.

Estando el tablón en la posición de equilibrio, se le aplica un impulso horizontal de magnitud I , de forma que empieza a oscilar en torno a dicha posición de equilibrio.

d) Determina el máximo impulso que se puede aplicar al tablón, I_{\max} , para que permanezca siempre apoyado sobre los dos rodillos.

Solución Problema 2. *Tablón oscilante*

- a) Las fuerzas que actúan sobre el tablón son las representadas en la figura 3. Como en todo momento existe deslizamiento entre el tablón y los rodillos, el módulo de cada fuerza de rozamiento alcanza su valor máximo:

$$F_{r1} = \mu N_1 \quad \text{y} \quad F_{r2} = \mu N_2$$

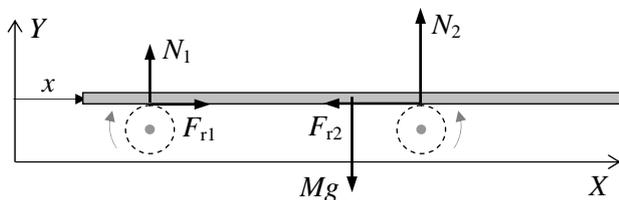


Fig. 3

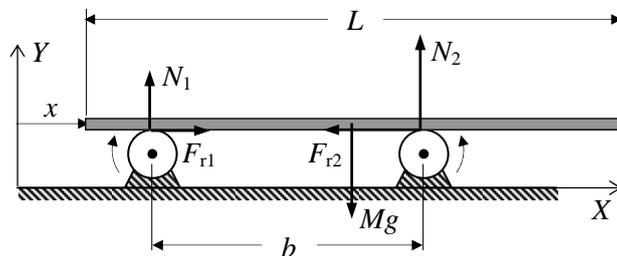


Fig. 4

- b) En la posición simétrica ($x = 0$) las reacciones normales son iguales: $N_1 = N_2 = Mg/2$, por lo que las fuerzas de rozamiento (máximas puesto que existe deslizamiento) tienen el mismo módulo y, al ser de sentidos opuestos, la fuerza resultante horizontal es nula. En consecuencia el tablón permanece en equilibrio.
- c) Si el tablón se aparta una distancia x de la posición de equilibrio, como se indica en la figura 4, las reacciones normales dejan de ser iguales, y por consiguiente las fuerzas de rozamiento. La fuerza neta horizontal que actúa sobre el tablero es

$$F_x = F_{r1} - F_{r2} = \mu(N_1 - N_2) \quad (1)$$

Para determinar esta fuerza es necesario conocer el valor de las fuerzas normales. En primer lugar,

$$N_1 + N_2 = Mg \quad (2)$$

Por otra parte, como el tablón solo se desplaza horizontalmente, el momento de las fuerzas exteriores tiene que ser cero, respecto a cualquier punto. En particular, respecto al centro de masas del tablón, se puede escribir

$$N_1 \left(\frac{b}{2} + x \right) = N_2 \left(\frac{b}{2} - x \right) \quad (3)$$

De (2) y (3) se deduce que

$$N_1 = Mg \left(\frac{1}{2} - \frac{x}{b} \right) \quad \quad N_2 = Mg \left(\frac{1}{2} + \frac{x}{b} \right)$$

Y, por tanto, la fuerza horizontal (1) sobre el tablón es

$$F_x = -\frac{2\mu M g}{b} x$$

y la aceleración con que se mueve viene dada por

$$a = -\frac{2\mu g}{b} x \quad (4)$$

A la vista de la expresión (4) se deduce inmediatamente que el movimiento del tablón es oscilatorio armónico, independiente de la masa del tablón y con una pulsación y un periodo dados por

$$\omega = \sqrt{\frac{2\mu g}{b}} \quad \boxed{T = 2\pi \sqrt{\frac{b}{2\mu g}}}$$

d) Dado que el tablón realiza un movimiento oscilatorio armónico, su elongación y su velocidad son

$$x(t) = A \operatorname{sen}(\omega t + \varphi) \quad (5a)$$

$$v(t) = \omega A \cos(\omega t + \varphi) \quad (5b)$$

siendo A la amplitud y φ la fase en $t = 0$, cuyos valores dependen de las condiciones iniciales del movimiento.

De acuerdo con el enunciado, el tablón está inicialmente en reposo (posición de equilibrio) y se pone en movimiento mediante un impulso horizontal I . Como el impulso es igual a la variación del momento lineal del sistema, se tiene

$$I = M v_0$$

donde v_0 es la velocidad con que comienza a desplazarse el tablón.

Por lo tanto, las condiciones iniciales son

$$x(t = 0) = 0$$

$$v(t = 0) = v_0$$

Aplicando estas condiciones en (5a) y (5b), se deduce que

$$0 = A \operatorname{sen} \varphi \quad \text{y} \quad v_0 = \omega A \cos \varphi \quad \Rightarrow \quad \varphi = 0 \quad \text{y} \quad v_0 = \omega A \quad (6)$$

Si la longitud del tablón es L , para que al oscilar permanezca siempre apoyado sobre los dos rodillos la máxima amplitud de sus oscilaciones, tiene que cumplir la relación (figura 5)

$$2A_{\max} + b = L \quad \Rightarrow \quad A_{\max} = \frac{L - b}{2} \quad (7)$$

En consecuencia, la velocidad inicial máxima es

$$v_0 = \omega \frac{L - b}{2}$$

Finalmente, el impulso máximo que se podrá aplicar es

$$I_{\max} = M \omega \frac{L - b}{2}$$

y teniendo en cuenta el valor de ω queda

$$\boxed{I_{\max} = \frac{1}{2} M (L - b) \sqrt{\frac{2\mu g}{b}}}$$

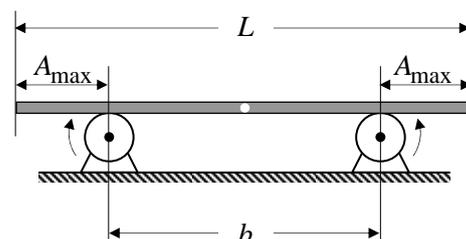


Fig. 5

Problema 3. El experimento de Millikan.

En el año 1909 Robert Millikan y Harvey Fletcher diseñaron y realizaron el primer experimento para medir la carga del electrón. Hasta entonces los electrones sólo habían podido ser observados en forma de rayos catódicos, pero con ellos sólo se podía determinar la relación entre su carga y su masa. Con este experimento, Millikan logró medir el valor de la carga y , y, por tanto, también el de la masa. Para ello supuso (por aquel entonces no estaba verificado) que la carga del electrón era la fundamental y , en consecuencia, la carga de cualquier cuerpo sería un múltiplo de dicha cantidad.

El equipo básico para realizar el experimento de Millikan está representado esquemáticamente en la figura 1. En una cámara cerrada se pulverizan pequeñas gotas de un aceite especial, de densidad ρ . Algunas de estas gotas se electrizan levemente en el momento de ser pulverizadas. Lógicamente, cada gota empieza a caer verticalmente por la acción de la gravedad, pero a su vez el aire ejerce sobre ellas una fuerza de resistencia que se opone a su movimiento y cuyo módulo es proporcional a la velocidad de caída. Esta fuerza, para un pequeño cuerpo esférico, satisface la ley de Stokes

$$F_r = 6 \pi \eta r v$$

Donde η es la viscosidad del fluido (aire) en el que caen las gotas de aceite, r es el radio de las gotas y v su velocidad de caída.

Como las gotas se cargan ligeramente al capturar iones presentes en el aire, o simplemente por fricción con la boquilla del pulverizador, con este experimento se comprobó que las cargas son un múltiplo de la carga elemental e , y pudo determinarse su valor.

Dado que la densidad del aire es mucho menor que la del aceite, en este problema no se tendrá en cuenta el empuje hidrostático sobre las gotas (principio de Arquímedes).

a) Escribe la ecuación del movimiento de una gota de aceite, de masa m , que cae en el aire bajo la acción de la gravedad, g .

b) Transcurrido un corto intervalo de tiempo a partir del instante en el que la gota comienza su caída en el aire, su velocidad tiende a un valor constante, que se denomina velocidad límite, v_L . Determina dicha velocidad en función de la aceleración de la gravedad g , de la densidad ρ del aceite, de la viscosidad del aire η y del radio r de la gota.

c) Dibuja cualitativamente la grafica de la velocidad de caída de la gota en función del tiempo, suponiendo que parte del reposo.

La velocidad límite se puede medir por observación directa de la caída de la gota con un microscopio que dispone de una escala graduada. Sin embargo, no es fácil medir el radio y masa de las gotas.

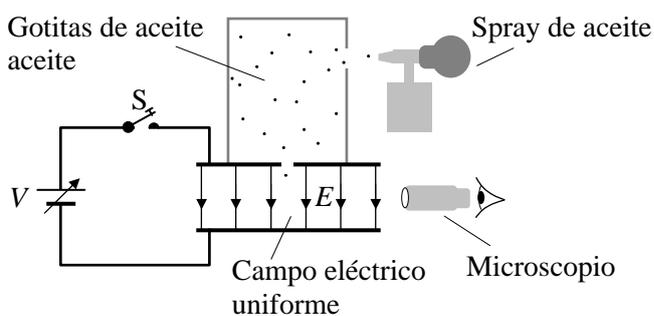


Fig. 1

En una experiencia de laboratorio en el que se utiliza un montaje como el descrito antes, se observa que, en ausencia de campo eléctrico ($E = 0$), una determinada gota cae con una velocidad límite $v_L = 1,20 \cdot 10^{-4}$ m/s. Sabiendo que la viscosidad del aire es $\eta = 1,80 \cdot 10^{-5}$ Pa·s, la densidad del aceite es $\rho = 8,99 \cdot 10^2$ kg/m³ y que la aceleración de la gravedad es $g = 9,81$ m/s²

d) Determina la expresión de la masa m de la gota y calcula su valor.

Cerrando el interruptor S, se establece un campo eléctrico uniforme E como se muestra en la figura 1, cuyo valor se puede regular cambiando el potencial V. Ajustando este campo eléctrico se puede parar la gota, es decir, mantenerla en reposo.

e) Si el campo que mantiene a la gota en reposo es $E = 9,35 \cdot 10^4$ V/m, calcula el valor de esta carga q .

En la misma experiencia y siguiendo el mismo procedimiento, se determinaron las cargas de otras gotas. Los valores que se obtuvieron son $q' = 4,54 \cdot 10^{-19}$ C y $q'' = 3,05 \cdot 10^{-19}$ C. A partir de los valores de q , q' y q''

f) Calcula el valor e de la carga fundamental del electrón.

Nota: En el experimento original, Robert Millikan y Harvey Fletcher obtuvieron un valor ligeramente menor al conocido actualmente para la carga del electrón.

Solución Problema 3. El experimento de Millikan

- a) Las fuerzas que actúan sobre la gota son las representadas en la figura 2. En virtud de la 2ª ley de Newton la ecuación del movimiento es:

$$m a = m g - F_r \quad \Rightarrow \quad \boxed{m a = m g - 6\pi\eta r v} \quad (1)$$

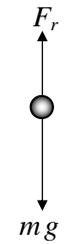


Fig. 2

- b) De acuerdo con (1), conforme aumenta el módulo de la velocidad de caída de la gota, la aceleración disminuye. A partir del valor de la velocidad que anula la aceleración, el movimiento será uniforme y dicha velocidad será la llamada velocidad límite v_L

$$a = 0 \quad \Rightarrow \quad v_L = \frac{m g}{6\pi\eta r} \quad (2)$$

Por otra parte, la masa de la gota en función de la densidad del aceite es

$$m = \frac{4}{3} \pi r^3 \rho \quad (3)$$

Eliminando r entre (2) y (3), se obtiene como velocidad límite

$$\boxed{v_L = \frac{2g\rho}{9\eta} r^2}$$

- c) Tal como sugiere el enunciado, consideraremos que en el instante inicial la velocidad vertical de la gota es nula, por lo que la gráfica $v(t)$ pasa por el origen de coordenadas. Además, al eliminar en (1) el término dependiente de la velocidad en el instante inicial, se deduce que la pendiente en el origen es

$$\operatorname{tg} \varphi = g$$

Además, con el transcurso del tiempo la velocidad tiende al valor límite, por lo que $v = v_L$ es una asíntota. Con todo ello, el aspecto de la gráfica es el representado en la figura 3.

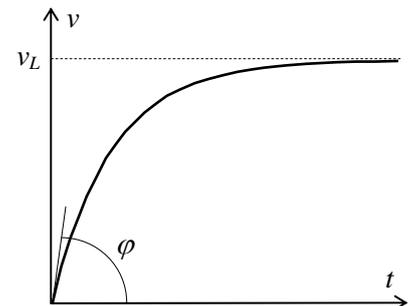


Fig. 3

- d) Eliminando r entre las expresiones (2) y (3) y despejando la masa, se obtiene

$$\boxed{m = \sqrt{\frac{162 \pi^2 \eta^3 v_L^3}{\rho g^3}}} \quad \Rightarrow \quad \boxed{m = 4,36 \cdot 10^{-15} \text{ kg}}$$

- e) Cuando la gota se encuentra en reposo por la acción del campo eléctrico E , se verificará que $mg = qE$. Por lo tanto

$$q = \frac{4,36 \cdot 10^{-15} \cdot 9,81}{9,35 \cdot 10^4} \quad \Rightarrow \quad \boxed{q = 4,57 \cdot 10^{-19} \text{ C}}$$

- f) Sabemos que las cargas q , q' y q'' deben ser múltiplos de una cantidad e menor, por lo que dividiendo la carga de las tres gotas por la menor de ellas podemos hallar proporciones simples entre ellas

$$\frac{q}{q''} \approx 1,50 = \frac{3}{2} \quad \Rightarrow \quad q \approx \frac{3}{2} q''$$

$$\frac{q'}{q''} \approx 1,49 \approx \frac{3}{2} \quad \Rightarrow \quad q' \approx \frac{3}{2} q''$$

$$\frac{q''}{q''} = 1$$

Las cargas no pueden ser fracciones de la carga elemental, por lo que concluimos que las cargas de cada gota deben ser:

$$\left. \begin{array}{l} q = 3e \\ q' = 3e \\ q'' = 2e \end{array} \right\} \quad \Rightarrow \quad \boxed{e \approx 1,52 \cdot 10^{-19} \text{ C}}$$

Prueba experimental. Bobinas de Helmholtz

Objetivos.

Se van a construir un par de bobinas en montaje de Helmholtz y se va a estudiar experimentalmente el campo magnético que crean en su zona central, B_C , en función de la corriente que circula por ellas, I . Además de la dependencia $B_C(I)$, se obtendrá la componente horizontal del campo magnético terrestre.

Materiales.

- Hilo esmaltado de cobre (6,5 m) con conectores ("bananas") en sus extremos.
- Dos cilindros de metacrilato transparente con cinta adhesiva de doble cara en su superficie exterior.
- Cinta adhesiva y masilla ("blu-tack").
- Cartulina.
- Regla.
- Dos imanes cilíndricos iguales, e hilo de algodón para colgarlos.
- Cilindro y barra de PVC.
- Cables de conexión eléctrica.
- Potenciómetro.
- Pila de petaca.
- Polímetro.
- Cronómetro.

Modelo teórico.

El campo magnético en el centro O de una bobina de N espiras circulares de radio R , delgadas y apretadas, por las que circula una corriente I es

$$B_O = \frac{\mu_0 N I}{2R} \quad (1)$$

donde $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ NA}^{-2}$ es la permeabilidad del vacío. La dirección y el sentido de este campo se indican en la figura 1, donde por simplicidad se ha dibujado una única espira. Este campo no es uniforme, sino que decrece rápidamente a lo largo del eje de simetría de la espira (OY en la figura 1).

En muchas ocasiones interesa disponer de un campo magnético uniforme en una zona del espacio. Uno de los montajes más empleados para conseguirlo son las llamadas *bobinas de Helmholtz*: se hace circular la misma corriente y en el mismo sentido por dos bobinas iguales y coaxiales situadas en planos paralelos, separados una **distancia igual al radio de las espiras** (figura 2; de nuevo se ha representado una única espira en cada bobina). Puede demostrarse que con esta configuración geométrica el campo magnético en torno al centro geométrico C del sistema es muy uniforme, con variaciones inferiores al 1% dentro de una región con dimensiones del orden de $R/2$.

Lógicamente, el campo magnético en C seguirá siendo directamente proporcional al número total N de espiras de las dos bobinas ($N/2$ en cada una) y a la corriente I que circula por ellas. Pero la distancia de C a los conductores es mayor que el radio de las espiras, por lo que es de esperar que B_C sea inferior al que se tiene en el centro de una única bobina de N espiras, es decir

$$B_C = K B_O \quad (2)$$

donde K es una constante menor que la unidad. El primer objetivo de esta prueba experimental es determinar el valor de esta constante.

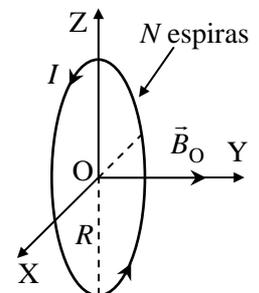


Fig. 1

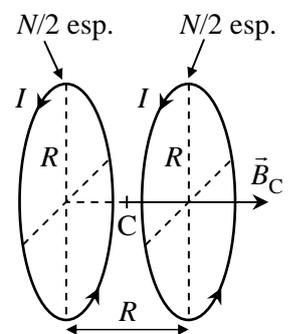


Fig. 2

Para medir el campo magnético se va a emplear una brújula formada por los dos imanes cilíndricos, unidos longitudinalmente y colgados mediante un hilo. En equilibrio, el eje del cilindro se orienta en la dirección del campo magnético, y el periodo T de **pequeñas** oscilaciones torsionales de la brújula (en el sentido de retorcer el hilo) en torno a dicha orientación de equilibrio depende del módulo del campo, B , en la forma²

$$\frac{1}{T^2} = \alpha B \quad (3)$$

donde α es una constante que depende de la "potencia" del imán (de su *momento magnético*) y de la masa y dimensiones del cilindro (de su *momento de inercia*). Para nuestra brújula

$$\alpha = (4,0 \pm 0,1) \cdot 10^4 \text{ T}^{-1} \text{ s}^{-2} \quad (4)$$

Las bobinas de Helmholtz se orientarán con su eje en la dirección del campo magnético terrestre B_H (componente horizontal), y la brújula se colocará en el centro de las bobinas, de forma que estará sometida a un campo total aproximadamente uniforme

$$B = B_H + B_C = B_H + K \frac{\mu_0 N}{2R} I \quad (5)$$

Consideraremos el campo B_H como positivo. Pero nótese que el campo B_C de las bobinas puede ser positivo o negativo según sea el signo de I , es decir el sentido de la corriente que circula por ellas.

El valor local de B_H depende notablemente de la proximidad de estructuras de hierro, del edificio o de la propia mesa de trabajo, y será la segunda incógnita del problema.

Montaje experimental.

1) Construcción de las bobinas de Helmholtz (figura 3).

- * Retira el papel protector de la cinta adhesiva de doble cara que hay pegada en la superficie exterior de cada cilindro de metacrilato. Esta superficie adhesiva va a facilitar el bobinado de las espiras.
- * **Dejando libres unos 30 cm de hilo de cobre**, con su banana, comienza a bobinar **10 vueltas** de hilo sobre la cinta adhesiva de un cilindro. Para que no se despegue el punto inicial del bobinado, emplea un trozo de cinta adhesiva normal. Procura que las sucesivas espiras sean bien circulares y estén bien apretadas³ unas a otras. Sugerencia: tras dar cada vuelta de hilo, empuja lateralmente con las uñas para apretarla contra las anteriores.
- * Asegura el punto final de las espiras con cinta adhesiva. Comprueba que has contado bien el número de espiras, $N/2 = 10$.
- * **Deja libres unos 20 cm de hilo** entre las dos bobinas y repite el proceso de bobinado de 10 espiras sobre el segundo cilindro de metacrilato.
- * Si has realizado correctamente el proceso anterior, deberían quedar libres al final unos 30 cm de hilo de cobre, con su banana de conexión.
- * Traza una línea longitudinal en la cartulina y dos líneas perpendiculares a la anterior separadas entre sí una distancia igual al radio de las espiras. Estas líneas te serán útiles como referencia visual para situar a continuación las bobinas en montaje de Helmholtz.



Fig. 3

² Supuesto despreciable el momento de torsión del hilo del que cuelga la brújula.

³ El hilo de cobre está esmaltado con un material aislante, de forma que no hay contacto eléctrico entre espiras adjuntas.

- * Pega un trocito de masilla sobre cada cilindro, en la zona de principio y fin del bobinado, y pega los cilindros sobre las líneas transversales de la cartulina, con sus ejes de simetría sobre la línea longitudinal dibujada y los hilos de cobre sobre la cartulina, como se muestra en la figura 3. Las dos bobinas deben **ser coaxiales, estar en planos verticales separados una distancia igual al radio de las espiras** (entre los planos centrales de los dos bobinados) **y la corriente debe circular en el mismo sentido por ambas.**
- * Como la masilla es plástica, es fácil realizar pequeños retoques de orientación o distancia entre las bobinas presionando en el sentido adecuado.
- * Por último, dobla y sujeta a la cartulina con cinta adhesiva todos los hilos de cobre juntos, de forma que sean aproximadamente paralelos al eje del sistema. Como es fácil comprender, de esta forma se anula el campo magnético que produce la corriente que circula por ellos y que podría afectar a las medidas.
- * **Atención:** maneja con cuidado el hilo de cobre porque es bastante frágil. En particular, evita las curvaturas fuertes y los nudos, que pueden provocar que se rompa, con la consiguiente pérdida de tiempo por tener que empezar de nuevo. Por otra parte, ten también **cuidado de no cortarte con el hilo.**

2) Construcción de la brújula (figura 4).

- * Une longitudinalmente los dos imanes y átalos por su centro con una lazada de hilo de algodón (también puedes aprisionar el hilo entre los dos imanes).
- * Cuelga la brújula del soporte construido con el tubo y la barra de PVC. Con los imanes cerca de la mesa, sujeta el hilo a la barra con cinta adhesiva.
- * Se puede ajustar la altura de la brújula girando la barra de PVC para enrollar o desenrollar hilo, y la posición horizontal desplazando la barra en el tubo.
- * Es inevitable que el imán quede en equilibrio un poco inclinado respecto a la horizontal, ya que el campo local también tiene componente vertical.



Fig. 4

3) Disposición final y conexiones eléctricas (figura 5).

- * Procura situar el montaje alejado de elementos de hierro de la mesa (patas, travesaños ...).
- * Sitúa la brújula en la zona central de las bobinas. La brújula marca, en equilibrio, la dirección de la componente horizontal del campo magnético local, B_H . Orienta las bobinas de forma que su eje de simetría coincida con esta dirección y el centro de la brújula esté en el centro de las bobinas.
- * Una vez conseguida la posición adecuada del soporte de la brújula y de las bobinas, sujeta el sistema a la cartulina y a la mesa con cinta adhesiva para evitar posteriores movimientos involuntarios.
- * Las bobinas se alimentan con una pila de petaca a través de un potenciómetro (resistencia variable) que permite ajustar la tensión aplicada a las bobinas⁴.
- * Conecta la pila y las bobinas al potenciómetro con los cables suministrados, siguiendo el esquema de la figura 6, donde los puntos negros indican los puntos de conexión con bananas.
- * **Atención:** para conseguir un buen contacto eléctrico, las lengüetas terminales de la pila deben introducirse entre el metal y el plástico de los conectores (no dentro del terminal metálico, que es demasiado ancho).



Fig. 5

⁴ Como puedes observar, el potenciómetro lleva montada una resistencia de protección para evitar corrientes elevadas que agotarían rápidamente la pila.

* La corriente I se mide con el polímetro actuando como amperímetro, conectado en serie en el circuito. Emplea la escala de 200 mA.

* Atención: para evitar que se agote la pila, **mantén el circuito abierto cuando no estés midiendo.**

* Antes de empezar a medir, familiarízate con el manejo del potenciómetro, el polímetro y el cronómetro.

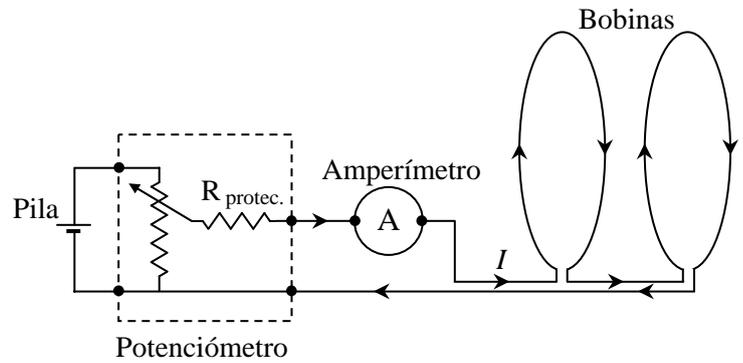
* Inicialmente se va a medir con B_C positivo, es decir en el mismo sentido que B_H . Teniendo en cuenta (3) y (5), esto implica que el periodo de oscilación torsional de la brújula, T , debe ser decreciente con I (es decir, a mayor I menor T). Si en tu sistema ocurre lo contrario, invierte el sentido de la corriente, intercambiando las conexiones de la pila al potenciómetro.

* La situación anterior, según nuestro convenio de signos, corresponde a $I > 0$. Si el amperímetro indica una corriente negativa, intercambia los puntos de conexión en el polímetro.

* Posteriormente se realizarán medidas con $I < 0$, para lo que tendrás que invertir el sentido de la corriente.

* Si te encuentras con que T no depende apenas de I , hay un problema de montaje en tu circuito: o bien la corriente no está circulando por las bobinas (revisa las conexiones), o lo hace en sentidos opuestos.

* Después de hacer las medidas, **deja tu montaje experimental sobre la mesa, tal y como lo has utilizado para medir**, ya que el equipo de correctores lo valorará durante la prueba. Al final, después de entregar el ejercicio, desmonta el sistema y recoge sus diversos elementos en las cajas correspondientes.



Medidas y preguntas.

- Mide el periodo T de pequeñas oscilaciones torsionales de la brújula en torno a su orientación de equilibrio para un mínimo de diez valores de I , entre $I = 0$ e $I = 200$ mA. Explica detalladamente tu método de medida y presenta los resultados en la tabla de la hoja de respuestas. Tabula también los valores de $1/T^2$, que necesitarás más adelante.
- Invierte el sentido de la corriente, y haz varias medidas de T entre $I = 0$ e $I = -80$ mA. Presenta los resultados en la tabla de la hoja de respuestas.
- Representa gráficamente en un papel milimetrado todos los puntos $(x, y) = (I, 1/T^2)$.
- Determina la pendiente, p , y la ordenada en el origen, y_0 , de la recta que mejor se ajusta a estos puntos.
- Deduces los valores de la constante K de las bobinas de Helmholtz y del campo magnético local B_H .
- Haz una estimación razonada de la incertidumbre Δp de la pendiente obtenida en el apartado d).
- Teniendo en cuenta lo anterior y la incertidumbre de la constante α dada en (4), haz una estimación de la incertidumbre ΔK de la constante de las bobinas que has obtenido en e).
- En el apartado b) has medido T hasta $I = -80$ mA. Si has probado a seguir aumentando la corriente en este sentido negativo, habrás observado que al principio la brújula oscila muy lentamente, que para una corriente suficientemente alta "pierde el rumbo", es decir da vueltas o oscila en torno a una dirección diferente, y que, para corrientes más altas, la brújula se orienta en sentido opuesto al inicial. ¿Podrías explicar este comportamiento? Teniendo en cuenta tus resultados del apartado e), ¿a partir de qué corriente I_0 se espera teóricamente la inversión de sentido de la brújula? Mide experimentalmente I_0 y comprueba si coinciden aproximadamente.

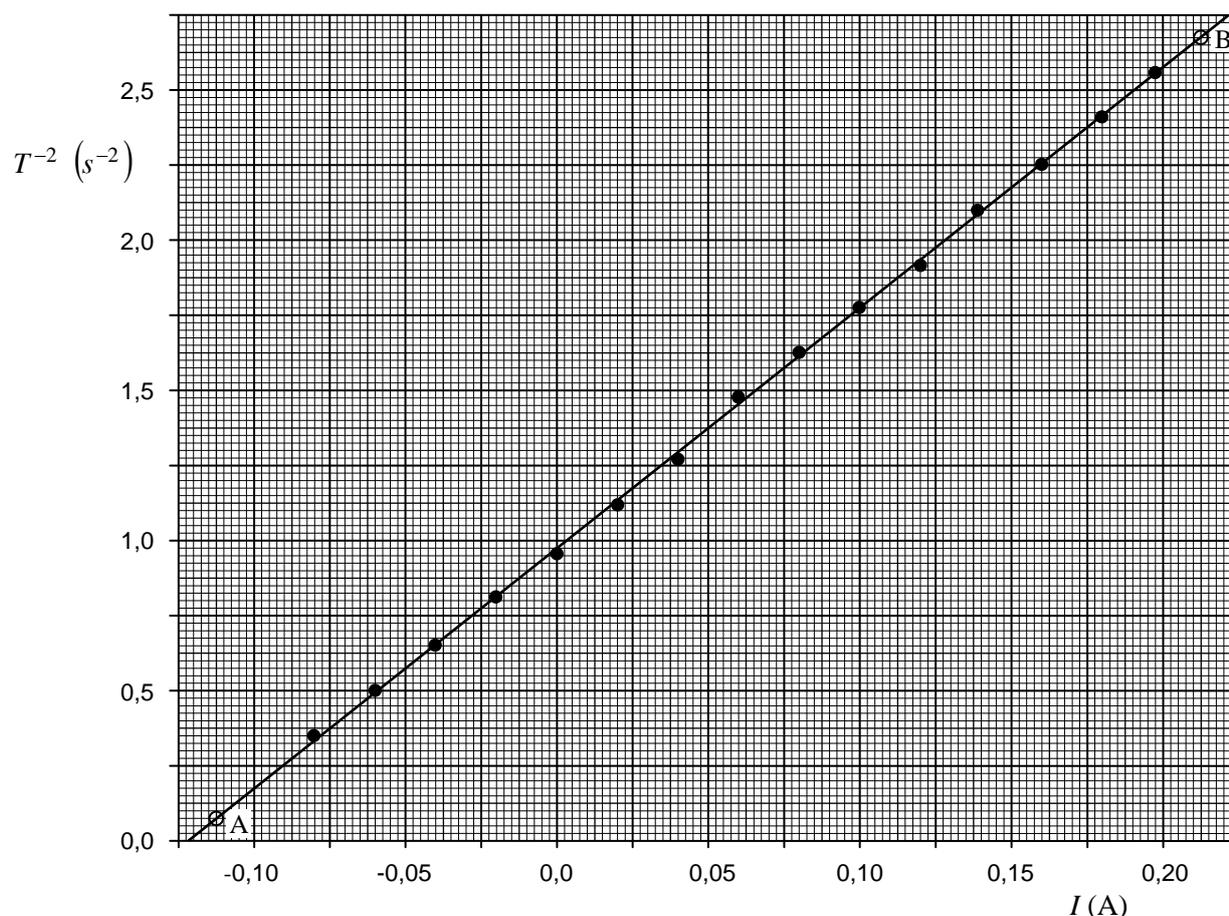
Solución prueba experimental. Bobinas de Helmholtz

- a) El periodo de oscilación puede medirse con buena precisión cronometrando el tiempo de, por ejemplo, diez oscilaciones completas de la brújula, tras darle un pequeño impulso torsional. La incertidumbre de esta medida puede estimarse en 0,1 s, de forma que la incertidumbre del periodo T es del orden de 0,01 s. Esta incertidumbre puede reducirse aumentando el número de oscilaciones de la medida o realizando varias medidas y promediando.

En la siguiente tabla se recogen los valores de T y $1/T^2$, que se necesitarán más adelante, medidos a intervalos aproximadamente regulares de 20 mA entre $I = -80$ mA e $I = 200$ mA. Los valores presentados son el promedio de cuatro medidas de diez oscilaciones.

I (mA)	-80,5	-59,8	-40,1	-20,4	0,0	20,1	40,1	60,2	80,2	100,1	120,2	138,8	160,3	180,3	197,4
T (s)	1,703	1,415	1,238	1,107	1,025	0,945	0,887	0,822	0,785	0,750	0,722	0,690	0,666	0,644	0,625
$1/T^2$ (s^{-2})	0,345	0,499	0,653	0,816	0,952	1,120	1,271	1,480	1,623	1,778	1,918	2,100	2,255	2,411	2,560

- b) Las medidas con intensidades negativas ya se han presentado en la tabla anterior.
- c) A continuación se presenta la gráfica pedida, con el aspecto que tendría dibujada en papel milimetrado.



- d) En la gráfica anterior también se ha trazado la recta que mejor se ajusta a los puntos experimentales. La pendiente, p , y la ordenada en el origen, y_0 , de esta recta pueden determinarse a partir de las coordenadas de dos puntos de dicha recta. Para mejorar la precisión del resultado interesa tomar dos puntos alejados, por ejemplo los puntos A y B indicados en la gráfica, elegidos cerca de los extremos de la recta y coincidentes con cruces en la cuadrícula, para facilitar la lectura precisa de sus coordenadas.

$$(x_A; y_A) = (-0,1125 \text{ A}; 0,075 \text{ s}^{-2})$$

$$(x_B; y_B) = (0,2125 \text{ A}; 2,675 \text{ s}^{-2})$$

$$p = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} \rightarrow \boxed{p = 8,00 \text{ s}^{-2} \text{ A}^{-1}}$$

La ordenada en el origen de la recta puede deducirse de las coordenadas de uno de los puntos auxiliares (o también puede leerse directamente en la gráfica)

$$y_A = px_A + y_0 \rightarrow y_0 = y_A - px_A \rightarrow \boxed{y_0 = 0,975 \text{ s}^{-2}}$$

Nota: un ajuste analítico por el método de *mínimos cuadrados* conduce a un resultado muy similar:

$$p = 8,001 \text{ s}^{-2} \text{ A}^{-1}, \quad y_0 = 0,9736 \text{ s}^{-2}$$

- e) De acuerdo con las expresiones (3) y (5) del enunciado, se espera que la dependencia de $1/T^2$ con I sea lineal, con pendiente y ordenada en el origen

$$p = \alpha K \frac{\mu_0 N}{2R} \rightarrow K = \frac{2pR}{\mu_0 \alpha N}$$

$$y_0 = \alpha B_H \rightarrow B_H = \frac{y_0}{\alpha}$$

Con los datos del enunciado y el valor del radio de las espiras⁵, $R = 4,5 \text{ cm}$, se obtiene

$$\boxed{K = 0,716}$$

$$\boxed{B_H = 2,44 \cdot 10^{-5} \text{ T}}$$

- f) Para hacer una estimación de la incertidumbre de la pendiente vamos a trazar las rectas que, con pendientes máxima y mínima, se ajustan razonablemente a los puntos experimentales. Para ello hay que tener en cuenta la dispersión de los puntos respecto a la recta de mejor ajuste, que es nuestro caso es en promedio inferior al radio de los puntos dibujados. También es necesario tener en cuenta la incertidumbre estimada para los propios puntos experimentales. No vamos a tener en cuenta los posibles errores por falta de calibración del amperímetro, ya que no tenemos datos al respecto, pero sí podemos hacer una estimación de la incertidumbre de los valores de $1/T^2$ obtenidos tras cronometrar el periodo de oscilación. Con el método de medida empleado (promedio de cuatro medidas de diez oscilaciones) una estimación razonable para la incertidumbre del periodo es

$$\Delta T = 0,005 \text{ s}$$

La incertidumbre de $1/T^2$ puede calcularse numéricamente para cada punto a partir de los valores de $T_{\max} = T + \Delta T$ y $T_{\min} = T - \Delta T$ o, de una forma más elegante, tomando incrementos (en valor absoluto)

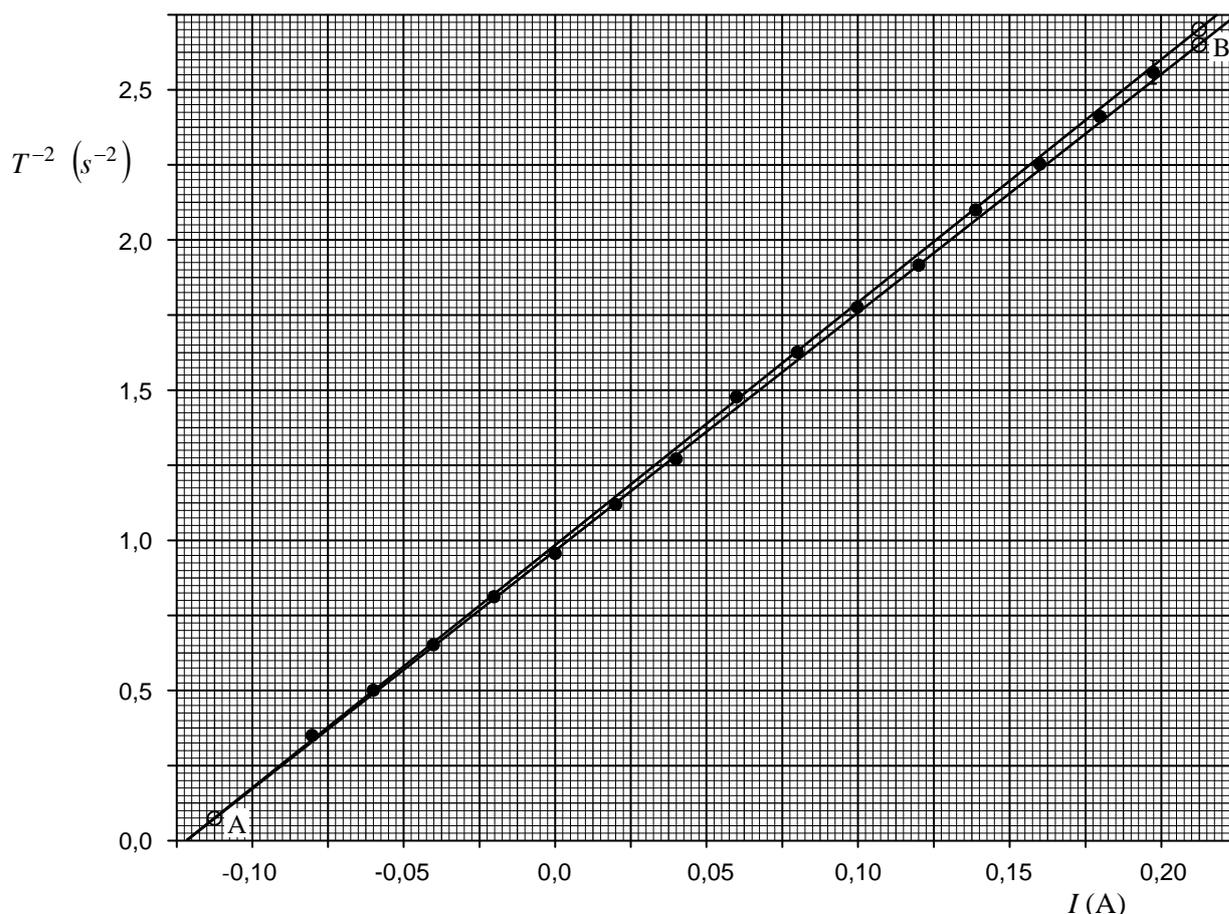
$$\Delta\left(\frac{1}{T^2}\right) = 2 \frac{\Delta T}{T^3}$$

⁵ Este es el radio del cilindro de metacrilato, que puede medirse con la regla con una incertidumbre del orden de 0,5 mm. El radio medio real de las espiras es algo superior debido al grosor de la cinta adhesiva y al diámetro del cable de cobre, que es de 0,3 mm. Esta pequeña fuente de error puede despreciarse frente a la incertidumbre de la constante α .

De una forma u otra es fácil comprobar que la incertidumbre de los primeros puntos, los correspondientes a corrientes negativas, es muy pequeña, inferior al tamaño de los puntos dibujados. Para corriente creciente la incertidumbre va aumentando y, por ejemplo, en el punto de corriente más alta alcanza el valor máximo

$$\Delta\left(\frac{1}{T^2}\right)_{I=197\text{mA}} = 0,04 \text{ s}^{-2}$$

En total, la "barra de error" del último punto no alcanza dos cuadrillos a cada lado en la escala de la gráfica dibujada. Teniendo esto en cuenta, y la ya citada escasa dispersión de los puntos experimentales respecto a la recta óptima, es razonable considerar las rectas de pendientes máxima y mínima que a continuación se presentan, construidas manteniendo fijo el punto auxiliar A y con desviaciones de $\pm 0,025 \text{ s}^2$ (un cuadrillo) en la coordenada y_B del segundo punto auxiliar



Con este criterio, es inmediato obtener los valores máximo y mínimo estimados para la pendiente, y su incertidumbre⁶

$$\left. \begin{array}{l} p_{\max} = 8,08 \text{ s}^{-2}\text{A}^{-1} \\ p_{\min} = 7,92 \text{ s}^{-2}\text{A}^{-1} \end{array} \right\} \Delta p = \frac{p_{\max} - p_{\min}}{2} \rightarrow \boxed{\Delta p = 0,08 \text{ s}^{-2}\text{A}^{-1}}$$

g) En el apartado e) se ha obtenido la constante K aplicando la expresión

$$K = \frac{2pR}{\mu_0 \alpha N}$$

Para calcular la incertidumbre de K es necesario "propagar" las incertidumbres de la pendiente p y de la constante α .

⁶ Un cálculo (no ponderado) da como resultado una incertidumbre $\Delta p = 0,1 \text{ s}^{-2} \text{ A}^{-1}$ con un nivel de confianza del 95%.

Un método sencillo y rápido, aunque no muy exacto, de calcular los valores máximo y mínimo de K consiste en ponerse en el "peor de los casos", es decir en combinar el valor máximo de p en el numerador con el mínimo de α en el denominador, y viceversa

$$\left. \begin{aligned} K_{\max} &= \frac{2p_{\max}R}{\mu_0 \alpha_{\min}N} = 0,742 \\ K_{\min} &= \frac{2p_{\min}R}{\mu_0 \alpha_{\max}N} = 0,692 \end{aligned} \right\} \rightarrow \Delta K = 0,025$$

Como las dos fuentes de error consideradas son independientes, es más razonable, aunque también algo más laborioso, calcular independientemente sus influencias en la incertidumbre de K

$$\Delta K_p = \frac{1}{2}(K_{\max} - K_{\min})_p = \frac{1}{2} \frac{2R}{\mu_0 \alpha N} (p_{\max} - p_{\min}) = \frac{2R}{\mu_0 \alpha N} \Delta p = K \frac{\Delta p}{p} = 0,007$$

$$\Delta K_\alpha = \frac{1}{2}(K_{\max} - K_{\min})_\alpha = \frac{1}{2} \frac{2pR}{\mu_0 N} \left(\frac{1}{\alpha_{\min}} - \frac{1}{\alpha_{\max}} \right) \approx \frac{2pR}{\mu_0 N} \frac{\Delta \alpha}{\alpha^2} = K \frac{\Delta \alpha}{\alpha} = 0,018$$

Una estimación razonable de la incertidumbre total de K sería la suma de estos dos contribuciones

$$\Delta K = \Delta K_p + \Delta K_\alpha = 0,25$$

Pero, teniendo de nuevo en cuenta que las dos fuentes de error son independientes, es más correcto calcularla en la forma

$$\Delta K = \sqrt{\Delta K_p^2 + \Delta K_\alpha^2} = 0,019 \rightarrow \boxed{\Delta K \approx 0,02}$$

El resultado final del experimento sería

$$\boxed{K = 0,72 \pm 0,02}$$

Nota 1: el valor de ΔK_α es bastante mayor que el de ΔK_p . Por ello, al redondear como es habitual a una única cifra significativa el resultado final, desaparece prácticamente la influencia de Δp . En otras palabras, si se quisiese mejorar la precisión del valor de K , sería prioritario conocer α con menos incertidumbre.

Nota 2: el valor teórico de la constante K , supuesto que el cable conductor es muy delgado, es

$$K = \frac{8}{5^{3/2}} = 0,7155$$

- h) La brújula se orienta en la dirección y sentido del campo magnético horizontal. En nuestro caso, cuando la corriente I es positiva, el campo de las bobinas B_C lleva el mismo sentido que el terrestre B_H , pero cuando la corriente I es negativa B_C lleva sentido opuesto a B_H . Mientras $B_H > |B_C|$, el campo total sigue llevando el sentido de B_H (esta es la región de corrientes negativas en la que se ha medido). Pero para una corriente negativa suficientemente intensa $|B_C|$ superará a B_H y el campo resultante tendrá sentido inverso, por lo que la brújula girará 180° y se orientará, en equilibrio, en sentido opuesto al inicial.

Cuando el campo total es muy débil, el movimiento de la brújula está influido apreciablemente por el momento de torsión del hilo del que cuelga. Por ejemplo, si el hilo está inicialmente retorcido, la brújula empieza a girar y parece volverse loca.

El punto de inversión corresponde obviamente a campo total nulo. Teniendo en cuenta la expresión (5) del enunciado, esto ocurre para una corriente I_0 que cumpla

$$B = B_H + K \frac{\mu_0 N}{2R} I_0 = 0 \leftrightarrow I_0 = -\frac{2RB_H}{K\mu_0 N} \quad \boxed{I_0 = -0,122 \text{ A}}$$

Este valor también puede leerse directamente en la gráfica de $1/T^2$ frente a I , en el punto de corte de la recta de ajuste con el eje de abscisas, pues según (3) $B = 0$ implica $1/T^2 = 0$.

PATROCINADORES:



Consejería de Educación,
Formación y Empleo

COLABORADORES:

Facultad de Química
Departamento de Física



lo·um LABORATORIO DE ÓPTICA
Universidad de Murcia

DISPOSITIVOS, INVESTIGACIÓN y
APLICACIONES en NANOCIENCIA



ANEXO II

Comité organizador de la XXII Olimpiada Aragonesa de Física



**FASE ARAGONESA DE LA OLIMPIADA ESPAÑOLA DE FÍSICA
COMITÉ ORGANIZADOR DE LA XXII OLIMPIADA (2011)**

Director:

D. Juan Pablo Martínez Jiménez

Prof. Titular de Electromagnetismo y Director del Departamento de Física Aplicada de la Universidad de Zaragoza

Armonizador de Física de la Universidad de Zaragoza

Secretario:

D. Ángel Alberto Virto Medina

Decano del Colegio Oficial de Físicos en Aragón

Vocales:

D. José Tornos Gimeno

Prof. Titular de Óptica del Departamento de Física Aplicada de la Universidad de Zaragoza

D^a. María Luisa Sarsa Sarsa

Prof^a. Titular de Física Atómica, Molecular y Nuclear del Departamento de Física Teórica de la Universidad de Zaragoza.

Vicedecana de la Facultad de Ciencias para Relaciones con Empresas

D. José Ramón Blasco Fernández

Catedrático de Física y Química del I.E.S. "Goya" de Zaragoza

D^a. Esperanza García-Carpintero Romero

Prof^a. del Departamento de Física y Química. Colegio Jesús María-El Salvador de Zaragoza

Representante del Departamento de Educación, Cultura y Deporte del Gobierno de Aragón:

D. Jesús Molledo Cea

Jefe de Servicio de Innovación y Ordenación de la Dirección General de Política Educativa.

Representante de la Real Sociedad Española de Física:

D. Santiago Rodríguez Vallejo

Representante de la Cátedra José María Savirón de Divulgación Científica

D. José Alberto Carrión Sanjuán

ANEXO III

Estudiantes clasificados en la XXII Olimpiada Aragonesa de Física



XXII OLIMPIADA ARAGONESA DE FISICA
Zaragoza, 25 de febrero de 2011

SEIS PRIMEROS CLASIFICADOS

1	FRANCO RUBIO, ADRIÁN	2º BACH. COL. ROMAREDA	Zaragoza
2	ALDA GALLO, JORGE	2º BACH. I.E.S. FÉLIX DE AZARA	Zaragoza
3	QUINLAN GALLEGO, EAMON	2º BACH. I.E.S. CORONA DE ARAGÓN	Zaragoza
4	JUNCOSA OLIVERA, ALBERTO	2º BACH. I.E.S. ÉLAIOS	Zaragoza
5	FALO SANJUAN, JULIA	2º BACH. I.E.S. FÉLIX DE AZARA	Zaragoza
6	GARCÍA GIL, SINUHÉ	2º BACH. I.E.S. TUBALCAÍN	Tarazona



XXII OLIMPIADA ARAGONESA DE FÍSICA
Zaragoza, 25 de febrero de 2011

MENCIONES HONORÍFICAS

1	COARASA CASAS, IVÁN	2º BACH.	I.E.S. MONEGROS - GASPAR LAX	Sariñena
2	FABRE HERRANDO, FCO. JAVIER	2º BACH.	COL. TERESIANO DEL PILAR	Zaragoza
3	GONZÁLEZ JOSA, JUAN ALFONSO	2º BACH.	COL. JESÚS Mª - EL SALVADOR	Zaragoza
4	GUTIÉRREZ GUILLÉN, LUZ	2º BACH.	I.E.S. ÁNGEL SANZ BRIZ	Casetas
5	JIMÉNEZ FERNÁNDEZ, ALEJANDRO	2º BACH.	I.E.S. FÉLIX DE AZARA	Zaragoza
6	LACAMBRA ASENSIO, DIEGO	2º BACH.	COL. JESÚS Mª - EL SALVADOR	Zaragoza
7	MALO BARRANCO, CHAIME	2º BACH.	I.E.S. FÉLIX DE AZARA	Zaragoza
8	MARQUÍNEZ FERRÁNDIZ, JAIME	2º BACH.	I.E.S. MEDINA ALBAIDA	Zaragoza
9	NAYA FORCANO, ABEL	1º BACH.	I.E.S. MIGUEL CATALÁN	Zaragoza
10	ROS MAGALLÓN, ANDRÉS	2º BACH.	I.E.S. EL PORTILLO	Zaragoza
11	SAN PEDRO MURILLO, EDUARDO	2º BACH.	COL. ESCUELAS PÍAS (BACH.)	Zaragoza
12	SOTOMAYOR PÉREZ, LUIS	2º BACH.	COL. JESÚS Mª - EL SALVADOR	Zaragoza
13	TABERNER RAMOS, MARINA	2º BACH.	COL. SAGRADO CORAZÓN	Zaragoza
14	VILLAGRASA MARTÍNEZ, VICTOR	2º BACH.	COL. ESCUELAS PÍAS (BACH.)	Zaragoza