

# INVESTIGACIÓN DEL DESARROLLO Y APRENDIZAJE DE LA NOCIÓN DE ACELERACIÓN EN ADOLESCENTES

LABURÚ, C.E. y de CARVALHO, A.M.P.

Departamento de Física, Universidade Estadual de Londrina e Faculdade de Educação da Universidade de São Paulo.

---

## SUMMARY

The aim of this article is to present some of the conclusions reached at the clinical research of the development and learning of the notion of acceleration in teenagers between 11 and 16. From the results therein obtained we gather conclusions that concern teaching implicitly. As a criterion to accede to the understanding of acceleration we tried its comprehension from a kinetic approach ( $\Delta V/\Delta t$ ). By means of three experiments we show the difficulties with which the students met to understand the concept of acceleration.

---

## I. INTRODUCCIÓN

El origen del estudio propuesto fue la necesidad de profundizar en el conocimiento de las nociones que, sobre el concepto de aceleración, presentan niños y adolescentes. El concepto de aceleración aquí tratado se enmarcó dentro de la visión cinemática ya que, básicamente, ésta es la manera mediante la cual los libros de texto escolares abordan el mencionado concepto. Los sujetos investigados fueron alumnos con edades comprendidas entre 11 y 16 años del Colegio Estadual Vicente Rijo de la ciudad de Londrina, Paraná, pertenecientes a las 6<sup>as</sup> y 8<sup>as</sup> series del primer grado y del 2<sup>o</sup> año del segundo grado.

Este trabajo debe su importancia al hecho de estudiar una franja de edades no investigada hasta ahora, por lo tanto, completa un hueco existente. En uno de los trabajos ya realizados, Piaget (1946) hizo un estudio sobre la noción de aceleración en sujetos con edades que variaban entre 5 y 13 años, mientras que en otro, Trowbridge y McDermott (1981) estudiaron alumnos universitarios.

En el trabajo de Piaget, los sujetos de mayor edad utilizaban una noción de aceleración que relacionaba espacios mayores a tiempos iguales y tiempos menores a espacios iguales.

Dentro del estudio concebido por Piaget, para obtener una solución correcta de la tarea de aceleración, sólo era

necesario tener una noción intuitiva de aumento de velocidad o de la existencia de cierta correspondencia intuitiva entre velocidad, tiempo y espacio, como señalan Trowbridge y McDermott (1981). Por lo tanto, la solución piagetiana no buscó, ni era ésa su intención, la presentación del concepto de aceleración al nivel requerido para el estudio de la Física, o sea, como cociente ( $\Delta V/\Delta t$ ). Su comprensión sólo requería poseer la noción de aceleración como aumento de velocidad.

Dentro del trabajo de Trowbridge y McDermott (1981), además de una pregunta de lápiz y papel, se realizó un experimento. En éste, el estudiante se enfrentaba con dos movimientos uniformemente variados con aceleraciones diferentes.

Así mismo, los dos autores consiguieron hacer una tabla de varios procedimientos usados por los entrevistados. Los argumentos utilizados asociaban al concepto de aceleración la idea de posición, velocidad final, adelantamiento y la velocidad en sí misma, como relaciones correctas de comparación de la tasa de incremento en la velocidad. Para ello se hacía uso de las velocidades instantáneas y tiempos instantáneos correspondientes en la apreciación de ese incremento.

En función de que la muestra investigada por nosotros se encontraba en la intersección de los dos trabajos men-

cionados anteriormente, propusimos tres tareas-experimentos. Éstas mantenían, en esencia, las preocupaciones de los trabajos señalados. Así mismo, estos experimentos se adaptaban suficientemente a nuestra muestra y a la cuestión principal de nuestro trabajo: entendimiento y desarrollo de la idea de aceleración para apoyar la enseñanza de ese concepto.

## II. DESCRIPCIÓN DE LA INVESTIGACIÓN

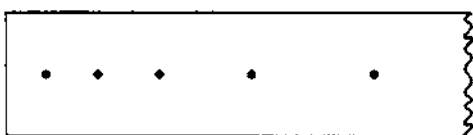
La muestra constó de 12 alumnos pertenecientes a la 2ª serie del 2º grado, 12 alumnos pertenecientes a la 8ª serie del 1º grado y 10 alumnos pertenecientes a 6ª serie del 1º grado. De estos alumnos, únicamente los del 2º grado habían pasado por un curso de cinemática, donde el concepto en estudio fue abordado.

La metodología utilizada se basó en la realización de entrevistas clínicas. En ellas y durante la ejecución de las tareas, se plantearon un conjunto de preguntas estandarizadas. Las entrevistas fueron grabadas y posteriormente transcritas para un análisis futuro. Cada entrevista tenía una duración media de 20 minutos.

Las tareas se basaron en tres experimentos:

– En el primer experimento se utilizó una pequeña madera sobre la cual se clavaban dos clavos. A través de éstos, se pasaba una cinta blanca que el entrevistador estiraba aceleradamente partiendo del reposo. Siempre en el mismo lugar y manteniendo un ritmo constante, el entrevistado golpeaba la cinta con una pluma con el fin de imprimir puntos sobre ésta. Al final del experimento, la cinta quedaba como muestra la figura 1.

Figura 1



Esta tarea, así como la próxima, estaba dirigida al estudio de la previsión y explicación del hecho verificado por el sujeto entrevistado. También se caracterizaba por mostrar el movimiento acelerado según intervalos de tiempo constantes, en tanto aumentase o disminuyese el intervalo de los espacios (en el caso del movimiento retardado, disminución de los espacios, se invertía la cinta ya experimentada y argumentábamos sobre esa situación). En esta tarea, aunque se priorizó un tratamiento cualitativo, se incentivaron nociones cuantitativas de velocidad media, y su uso para la interpretación de una posible relación  $\Delta V/\Delta t$  aproximada, en detrimento de una solución más rigurosa.

También fue respetada, como una solución del tipo  $\Delta V/\Delta t$ , aquella que pusiese de manifiesto una preocupación

en especificar cualitativamente que las velocidades instantáneas eran cada vez mayores en los respectivos tiempos instantáneos, como forma de identificar un incremento de velocidad por incremento de tiempo en la cinta.

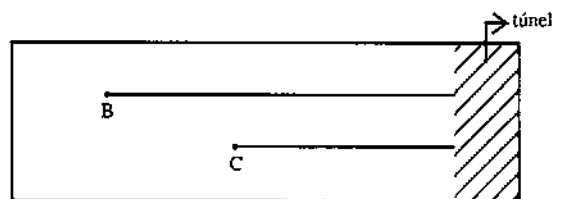
A título de ejemplo, se consideró que existía entendimiento de aceleración, al nivel buscado en la investigación, si se obtenía una solución del tipo: la velocidad instantánea, en un instante determinado, menos la velocidad instantánea, en otro instante determinado (en el instante inicial  $t_0=0$ ,  $v_0=0$ ), por el intervalo de tiempo entre los respectivos instantes (fácilmente determinado numéricamente en la cinta).

– El segundo experimento utilizaba un cuaderno con espiral sobre la cual se pasaba una regla que provocaba un ruido. El entrevistador pasaba la regla para producir movimientos uniformes o acelerados.

Esta tarea intentaba explorar el aumento, o disminución, del intervalo de tiempo en intervalos de espacio iguales.

– En el tercer y último experimento se utilizaban dos coches colocados en dos pistas distintas y paralelas. Uno de los dos (B) partía del reposo, con menor aceleración, en una posición anterior al otro coche (C), que lo hacía con mayor aceleración. Este último, partiendo también del reposo, era lanzado cuando el otro móvil pasaba aproximadamente a su lado. Tras recorrer ambos una determinada distancia, el cochecito C alcanzaba a su par, entrando después, simultáneamente, en túneles que los hacían desaparecer. De este modo finalizaba el experimento (figura 2). Esta tarea podría ser resuelta comparando las velocidades finales con las iniciales nulas y con sus respectivos tiempos instantáneos, o, las velocidades finales con las velocidades en el instante del adelantamiento, conservando los respectivos tiempos iguales.

Figura 2



Los dos primeros experimentos fueron diseñados de acuerdo con el trabajo de Piaget (1946), mientras que el último lo fue con el trabajo de Trowbridge y McDermott (1981).

## III. PRESENTACIÓN DE LOS RESULTADOS

Los datos obtenidos fueron clasificados en función del procedimiento usado por los sujetos al interpretar la noción de aceleración.

Se observó que la idea de aceleración exhibida por los alumnos estaba ligada a otros conceptos físicos y era utilizada como criterio de estos conceptos. Por criterio, queremos decir que la noción de aceleración era automáticamente substituida, representada; correspondía a la idea, se parecía al concepto que se estaba intentando interpretar. Por ejemplo, cuando hagamos referencia a aceleración como criterio de posición, estaremos queriendo decir que la aceleración está asociada a la idea de posición. La posición será la noción suficiente para que el sujeto entrevistado explique su idea de aceleración.

Muchos criterios usados por los alumnos estaban vinculados más específicamente a las respectivas tareas. No obstante, los sujetos utilizaban frecuentemente varios criterios de forma simultánea.

La palabra aceleración ya formaba parte del vocabulario de la muestra y, en las entrevistas, pocos sujetos de la 6ª serie presentaron alguna incomodidad al usarla, sirviéndose de ella con soltura y rapidez en el transcurso de la entrevista.

A continuación, presentamos algunos de los ejemplos más característicos de los resultados encontrados en la investigación, distribuidos en nueve patrones básicos. Se ha tenido la preocupación de reflejar, lo más fielmente posible, las respuestas de los sujetos durante los diálogos. Por este motivo, los errores gramaticales no han sido corregidos.

1. *Aceleración como criterio de velocidad final*

Fernando (16,2º)

En la tercera tarea, el investigador pregunta si las aceleraciones de los coches eran iguales o diferentes.

F.: - Al final son iguales.

Inv.: - ¿Por qué?

F.: - Porque están corriendo a la misma velocidad.

2. *Aceleración como criterio de adelantamiento*

Ivan (16, 2º)

En la tercera tarea, a Iván se le pregunta sobre qué coche tenía mayor aceleración.

I.: - La aceleración del gris (coche C) es mayor porque el blanco (coche B) ya estaba en movimiento y el gris estaba en reposo. Éste comenzó a entrar en movimiento y pasó al otro (el B).

Inv.: - Estaban juntos, ¿no?

I.: - El gris en reposo, el blanco en movimiento. El gris adelantó al blanco (al final).

3. *Aceleración como criterio de fuerza*

Antonio (16, 2º)

En la segunda tarea, cuando se le preguntó si la regla estaba acelerada con un movimiento acelerado, responde:

A.: - Lo estaba porque usted hizo fuerza sobre ella.

Inv.: - ¿Y en el caso de ir siempre igual? (Se realiza el experimento con movimiento uniforme).

A.: - Lo está también. Existe una fuerza, solo que menor.

4. *Aceleración como criterio de posición*

Alexandre (16, 2º)

Al preguntarle sobre las aceleraciones de los coches, en la tercera tarea, responde:

A.: - El que tiene mayor aceleración es el blanco. Éste salió *antes* que el gris, pero estaba *más lejos* y los dos *llegaron juntos...* debería llegar primero el gris (por estar más cerca).

En la tabla I observamos los porcentajes de las respuestas de los alumnos que incorporaban los criterios descritos anteriormente, a veces utilizando más de uno simultáneamente.

Tabla I

Alumnos que utilizaron, por lo menos, un patrón de aceleración del tipo: fuerza, velocidad final, adelantamiento y posición.

Alumnos de 6º	90%
Alumnos de 8º	75%
Alumnos de 2º	66%

Los alumnos que no utilizaron esas ideas hicieron uso del criterio que denominamos incremento de velocidad, empleando, implícitamente, el intervalo de tiempo o espacio en el tercer experimento. Aquí debemos hacer la observación de que, excluyendo el criterio de fuerza, los otros se vincularon al tercer experimento. En el caso del criterio de fuerza, también pudimos constatar su utilización en los experimentos 1 y 2, como discutiremos más adelante.

Es de resaltar que la existencia de movimientos simultáneos en el experimento 3, favorece la utilización del intervalo de tiempo o de espacio. Al establecer ese criterio de incremento de velocidad con el intervalo de espacio, o tiempo, implícitos, pretendíamos apoyar un criterio donde entendíamos que el alumno, debido al experimento 3, sentía el incremento, el aumento de velocidad del coche C en relación a su par. Tal sentimiento no explicitaba los tiempos instantáneos. Veamos algunos ejemplos aclaratorios:

5. *Aceleración como criterio de  $\Delta V/\Delta S$ , donde  $\Delta S$  es implícito.*

Everson (15, 8º)

En el experimento 3, cuando se le preguntó por las

aceleraciones de los móviles, afirmó que el gris tenía mayor aceleración.

E.: - ...pero cuando estaba llegando ahí (el coche blanco pasando al lado del gris parado), el gris salió detrás (del coche blanco), pero ya estaba llegando (al túnel), el gris estaba mucho más cerca del blanco.

Marcelo 2 (14, 8°)

Inv.: - Las aceleraciones de los coches, ¿eran iguales o diferentes?

M.: - El coche gris estaba más acelerado que el blanco.

Inv.: - ¿Cómo llegó usted a esa conclusión?

M.: - Porque llegaron juntos a ese punto (túnel) que usted marcó. Y el coche blanco salió delante del gris. El gris tuvo más aceleración para alcanzar al blanco. El blanco iba delante.

6. *Aceleración como criterio  $\Delta V/\Delta t$ , donde  $\Delta t$  es implícito*

Jorge (16, 2°)

Afirma incorrectamente que el móvil blanco tiene mayor aceleración:

J.: - El coche blanco, a pesar de que el coche gris salió delante, consigue llegar delante todavía. El blanco tiene mayor velocidad, porque va cogiendo velocidad con el tiempo, va aumentando la velocidad.

Pudimos observar que se utilizaron esos criterios en aproximadamente el 33% de la 8ª serie y del 2º grado, frente a ninguno en la 6ª serie.

Volvamos ahora a los criterios más característicos de los experimentos 1 y 2, o más fácilmente determinados y detectados por las propias características experimentales de estos experimentos. Se reveló que la aceleración estaba unida a criterios de velocidad o, solamente, a velocidades «altas», a aumento de velocidad y a variación de velocidad, desestimándose totalmente el tiempo en estos dos últimos casos.

Queremos decir que la aceleración, utilizada como criterio de velocidad, estaba vinculada a la afirmación de que en movimientos uniformes habría aceleración. Y además, en movimientos acelerados o uniformes, ciertos sujetos afirmaban que existía aceleración por el mero hecho de ser la velocidad relativamente «alta». Únicamente tramos de movimiento acelerado que presentaban una velocidad muy grande, junto con movimientos uniformes de alta velocidad, eran considerados acelerados.

Dentro de estos procedimientos, vemos, a continuación, algunos casos donde dividimos el criterio de aceleración como idea de aceleración en dos subcriterios.

Procediendo así, queremos realzar que la percepción de una velocidad «alta» lleva a sujetos, cuya primera afirmación era la de no existir aceleración en movimientos uniformes de «baja» velocidad, a cambiar su respuesta frente a un movimiento con velocidad constante más

alta. Por lo tanto, la subdivisión caracteriza nuestro cuidado en demostrar la subordinación de estos dos grupos a un único criterio englobador. Éste caracterizaría la aceleración subsistiendo en el movimiento uniforme.

7a. *Aceleración como criterio de velocidad y «velocidad alta»*

Luciane (12, 6°)

Se le pregunta si la regla, golpeando en las espirales del cuaderno en un movimiento acelerado, estaría acelerada; responde:

L.: - Al principio no, pero al final sí.

Inv.: - Y ¿por qué es así?

L.: - Porque el señor fue haciéndolo medio despacio al principio, y después fue aumentando un poco, y al final fue rápido.

En el movimiento uniforme como «velocidad alta», dice:

L.: - Estaría...(acelerada). El señor fue muy rápido desde el comienzo hasta el fin.

Rogério (16, 2°)

En el caso de la regla acelerada:

R.: - Estaba, porque cuanto más acelerada, más aumenta la aceleración de la regla, entonces el tiempo en que yo voy a oír los choques disminuye. Al comienzo, no está muy acelerada, fue muy despacio, después aceleró y a partir de ahí fue más difícil de oír.

Eduardo (16, 2°)

Analiza dos cintas. Una acelerada, con los puntos distanciándose entre sí, y otra con los puntos separados por la misma distancia como resultado de un movimiento uniforme. Se le pregunta si la cintas estaban, o no, aceleradas.

E.: - ¡Ah! Ésa de aquí (la que van aumentando los espacios) lo estaba. La otra también podría estar acelerada. Despacio, porque tiene un punto detrás de otro, aceleración pequeña... todos igualitos en la misma velocidad.

Con la regla en movimiento uniforme afirma:

E.: - Se está moviendo (la regla), entonces está acelerada, está saliendo del lugar, entonces la aceleración, igual, ¿no?, tanto en la distancia que estaba recorriendo. La misma distancia, en el mismo tiempo.

Jorge (16, 2°)

Inv.: - ¿Estaba esa cinta acelerada?

J.: - Sí, porque aumentó la velocidad.

Inv.: - ¿Y en el caso de estar los puntos separados por la misma distancia?

J.: - No. Estaría acelerada, pero la velocidad sería constante, porque estaba en movimiento.

Los porcentajes de alumnos que mantuvieron la idea de que existía aceleración en movimientos uniformes, conviviendo sin conflicto con movimientos acelerados,

se recogen en la tabla II. En ésta, se encuentran también incluidos aquellos casos agrupados en el sub-ítem 7b.

Tabla II

Porcentajes de alumnos que afirman que existe aceleración en movimientos uniformes aunque sólo las velocidades eran consideradas altas.

Alumnos de 6º	80%
Alumnos de 8º	50%
Alumnos de 2º	67%

7b. *Aceleración como criterio sólo de velocidad «alta»*

Juliana (12, 6º)

Inv.: (En el experimento 1) Explíqueme una cosa, ¿esa cinta estaba acelerada?

J.: Al comienzo no, pero cuando llegó aquí al grandón (espacio grande entre dos instantes) la cinta estaba acelerada. Ya mostraba (la cinta) si estaba acelerada, porque aquí (trecho menor entre dos puntos) estaba menor (velocidad menor) y los tiempos (palabra utilizada en lugar de velocidad) aquí y aquí (espacios mayores utilizados como ejemplo) estaba mayor y menor (respectivamente).

En el experimento 2, al preguntarle si la regla estaba acelerada sobre la espiral, responde:

J.: - Al principio (la regla) estaba bien lenta, pero al final, la velocidad fue mucho mayor. La regla estaba acelerada al final.

Del movimiento uniforme, dice:

J.: - No lo estaría (acelerado). Siempre al mismo ritmo.

Sin embargo al realizar un movimiento uniforme rápido con la regla, responde:

J.: - Está acelerada porque subió más rápido (muy rápido).

Se consiguió verificar que la noción de aceleración relacionada solamente con aumento de velocidad, noción ésta conceptualmente correcta y más próxima del concepto físico tradicional, ya aparecía en algunos sujetos de las 6ª y 8ª series.

8. *Aceleración como criterio de aumento de velocidad*

Alexandre (12, 6º)

Al preguntarle si las cintas con puntos que aumentaban en separación estaban aceleradas, responde:

A.: - Lo estaba porque usted la subió más rápido.

Inv.: - Si la cinta hubiese dado puntos separados por la misma distancia, ¿estaría acelerada?

A.: - Con el mismo ritmo.

En el segundo experimento, dice de la regla acelerada:

A.: - Lo estaba, porque al final el sonido estaba más junto, más continuado.

Inv.: - ¿Y si la regla fuese siempre de la misma forma?

A.: - No, está con el mismo ritmo.

Rodrigo (15, 3º)

Al preguntársele si la cinta con los puntos cada vez más distanciados estaba, o no, acelerada, responde:

R.: - Lo estaba.

Inv.: - ¿Por qué?

R.: - Porque si no estuviese acelerada, continuaría igual, con las mismas distancias. Estaría estable.

En el experimento 2 afirma:

R.: - Sí, pero es porque usted fue acelerando la velocidad (la separación entre ruidos va disminuyendo).

Inv.: - ¿Y si los ruidos son todos iguales?

R.: - No (no estaría acelerada). Estaría estable. Una velocidad normal.

El último criterio que seleccionamos de las respuestas de los entrevistados fue la aceleración utilizada como variación de velocidad.

9. *Aceleración como variación de velocidad ( $\Delta V$ )*

Marcelo (14, 8º)

En la cinta acelerada, responde:

M.: - Lo estaba, porque usted estiró muy rápido.

Inv.: - ¿Y si las distancias fuesen iguales?

M.: - No lo estaría. Sería normal si usted comenzase a estirar bien.

Inv.: - ¿Estaría la cinta acelerada en este caso que la distancia entre los puntos disminuye en la cinta?

M.: - Lo estaría, porque usted comenzaría muy rápido y después quedaría parado.

Rodrigo (14, 8º)

En la cinta acelerada, responde:

R.: - (Estaba acelerada)... porque si (la cinta) no estuviese acelerada, continuaría igual con las mismas distancias. Estaría estable.

Inv.: - ¿Y si la cinta diese lo contrario?

R.: - Estaría acelerada, sólo que iría disminuyendo la velocidad, desacelerando.

Debora (16, 2º)

En el experimento 1, cuando va disminuyendo la distancia entre los puntos, dice:

D.: - Una aceleración también, un movimiento retardado.

En la tabla III, se recogen los alumnos que conceptualizan la aceleración como aumento o variación de velocidad, concepto que podríamos aproximar más a la noción física tradicional, excluyendo los movimientos uniformes.

Tabla III

Porcentaje de alumnos que consideran la aceleración solamente como aumento de velocidad o variación de velocidad.

Alumnos de 6º	20%
Alumnos de 8º	33%
Alumnos de 2º	33%

De este modo, tuvimos la posibilidad de clasificar los patrones de aceleración en nueve criterios.

Para finalizar este ítem, exploremos algunos resultados encontrados que no formaban parte, «a priori», de nuestras expectativas hipotéticas. Estas hipótesis estaban vinculadas a la posibilidad de existir semejanzas entre nuestros datos y los de Trowbridge y McDermott.

Nos sorprendió que determinadas respuestas de los alumnos, que consideramos aparentemente triviales, fuesen fuente de dificultades reales para el estudio considerado como un todo.

En el experimento 3, para llegar a la conclusión de mayor aceleración, era precisa la observación de los intervalos de tiempo (tiempos instantáneos), relativos a la variación de los respectivos intervalos de velocidad. Por eso, cuando no era expresada espontáneamente por el sujeto, hacíamos una pregunta directa. La pregunta planteaba si existiría diferencia, o no, en el tiempo de llegada de los coches a sus respectivos túneles. Dos respuestas fueron contempladas como satisfactorias. La primera era considerar los intervalos de tiempo iguales si tomasen los instantes de los dos encuentros, cuando el móvil B pasase por C, en reposo, y cuando éste adelantase a B cerca del túnel. La segunda respuesta vendría del intervalo mayor de tiempo de B, considerándose el tiempo total del recorrido y manteniéndose las respectivas velocidades instantáneas iguales.

La tabla IV recoge el número de alumnos que consiguieron efectivamente responder de forma satisfactoria a esa cuestión sin derivarse, por ejemplo, a una conclusión del tipo: el móvil B tardó más tiempo, pues llegó último, o salió primero, o el móvil C tardó más tiempo, pues salió el último.

Tabla IV

Alumnos que en el experimento 3 usaron el intervalo de tiempo correctamente.

Alumnos de 6º	10%
Alumnos de 8º	50%
Alumnos de 2º	45%

Veamos, como ejemplo, respuestas típicas de la pregunta: los tiempos que los móviles tardan en llegar al túnel, ¿fueron iguales o diferentes?

Patricia (11, 6º)

P.: - Llega antes, ¿no? (el coche blanco tarda menos tiempo). Más aún, yo vi que el blanco había ido más rápido allí.

Eduardo (16, 2º)

E.: - Teniendo en cuenta el espacio allí, ¿empezaba cuando los dos estuviesen juntos, el blanco aquí y el gris aquí?

Inv.: - Tú eres el que decide.

E.: - Está bien. El tiempo no fue igual. El blanco tardó menos tiempo teniendo en cuenta el espacio que andó de más. Pero si soltase los dos juntos allí (punto donde el móvil B pasa por C en reposo), tardarían el mismo tiempo.

Jorge (16, 2º)

Inv.: - ¿Qué me puede decir de los tiempos gastados para atravesar la pista? ¿Fueron iguales o diferentes?

J.: - Fueron diferentes.

Inv.: - ¿Quién tardó más tiempo?

J.: - El coche gris.

Inv.: - ¿Por qué?

J.: - La velocidad de él era menor.

Debora (16, 2º)

D.: - El blanco. Salió después del gris (antes), entonces alcanzó mayor velocidad. Iba ganando mayor velocidad... estaba detrás del gris. Entonces, tardó menos tiempo.

Otra respuesta que nos causó sorpresa apareció, en el experimento I, al cuestionarnos los intervalos de tiempo de los intervalos espaciales mantenidos previa y conscientemente constantes. Con este fin, se hacía una prueba preliminar para que el entrevistado mantuviese un ritmo constante al marcar los puntos sobre la cinta acelerada. Se notó que en una pregunta aparentemente simple, había una fuente real de error. Algunas respuestas no confirmaron la igualdad de los intervalos de tiempo entre los puntos. A título de ejemplo, se muestran algunos casos, en los que destacamos dos clases de respuestas:

*Tiempo mayor - Espacio mayor*

Lucy (12,6º)

Inv.: - ¿Le cuesta a usted un segundo marcar este punto más distante? (pregunta echa mirando a la cinta marcada con puntos cada vez más distantes).

L.: - Un segundo también... es un poco más, ¿no?... un segundo y medio.

Inv.: - ¿Como llegaste a esa conclusión?

L.: - Porque está mayor que allí (la distancia es mayor).

Inv.: - El tiempo que usted tardó en marcar la cinta debe ser diferente del tiempo que tardó en formar los

puntos en ella.

L.: - Es eso, ¿no?... porque la distancia es mayor.

Inv.: - Pero, ¿usted no marcó siempre de la misma manera?

L.: - Marqué.

Inv.: - Y aun así ¿el tiempo puede ser diferente?

L.: - Sí porque pasó la cinta rápido y fue mayor (el tiempo).

Paulo (16, 2°)

Inv.: - Si tarda un segundo para formar la distancia pequeña, ¿cuántos segundos tardará para formar la distancia mayor?

P.: - Más segundos... conforme va subiendo hasta llegar aquí (próximo punto) tarda más tiempo. En el mayor, tarda cinco segundos.

*Tiempo menor - Espacio mayor*

Lilian (12, 6°)

Inv.: - Si usted tarda un segundo para formar el pequeño, ¿cuántos segundos tardará para formar el grande?

L.: - ¿Cómo?

Inv.: - ¿Por qué usted cree que va aumentando el tiempo?

L.: - No. Espera ahí. No es tres. Es menos que uno. Porque ése aquí (la distancia menor), usted tiró más despacio que ése (la distancia mayor).

Inv.: - El tiempo que usted tarda en marcar aquí, en la cinta, ¿es exactamente el tiempo marcado por su mano en la cinta?

L.: - Sí

Inv.: - ¿Y cómo puede ser diferente?

L.: - ¿Cómo?

Inv.: - ¿No debería ser la misma cosa?

L.: - Debería.

Inv.: - ¿Y por qué no da?

L.: - Porque ése (el tiempo de la cinta) es más rápido.

Simone (16, 2°)

S.: - La distancia se va doblando pero el tiempo va disminuyendo. Tarda una hora aquí (espacio menor). Aquí, vamos a suponer (espacio mayor), tardaría media, aquí (espacio mayor todavía) quince, aquí (espacio mucho mayor que el anterior) serían siete segundos.

Inv.: - El tiempo de la cinta, del que usted está hablando, ¿tiene algo que ver con usted marcando con la pluma?

S.: - El tiempo es el mismo ya que estoy marcando la misma cosa, sólo la velocidad aumenta.

Inv.: - ¿Usted dijo que el tiempo era diferente?

S.: - Espere, déjeme ver si organizo mis pensamientos... bien, el tiempo va disminuyendo... porque mi ritmo es el mismo. Si usted aumenta la velocidad y los puntos quedan más separados, entonces el tiempo tiene que ser menor en el intervalo entre los puntos, no importa la velocidad, pero su ritmo es el mismo.

La tabla V muestra el porcentaje de alumnos que afirmaban intervalos de tiempo en el experimento 1.

Tabla V

Alumnos que afirmaron que existían intervalos de tiempo diferentes para los intervalos de tiempo iguales de la cinta.

Alumnos de 6°	60%
Alumnos de 8°	42%
Alumnos de 2°	25%

Para finalizar este sub-ítem, señalaremos la dificultad encontrada por los sujetos cuando se les solicitó que comparasen la velocidad media en los tramos de cinta. Ningún alumno de la 6ª serie frente a sólo uno en la 8ª serie y 42% en el segundo grado dieron una respuesta satisfactoria en términos de articulación del espacio y del tiempo.

Tabla VI

Alumnos que relacionaron de manera satisfactoria la velocidad media en los tramos de cinta en el experimento 1.

Alumnos de 6°	0%
Alumnos de 8°	10%
Alumnos de 2°	42%

Destaquemos el ejemplo dado por:

Alexandre (16, 2°)

Inv.: - Veamos a un ejemplo: Yo tengo en la cinta esa distancia de unos 30 cm y veo que el tramo menor tiene unos 3 cm. Suponga que en vez de marcar siempre igual, usted marcó diferente. En el menor, usted, tardó un segundo en marcar y, en el mayor, dos segundos, ¿qué tramo tendría mayor velocidad?

A.: - La distancia aumenta más en el grande. La distancia fue el doble, aumentó 10 veces más. La diferencia de tiempo fue de un segundo. El tiempo es el doble. Pero la distancia aumenta 10 veces. Entonces, la velocidad aquí es mayor (en el tramo mayor).

**IV. ANÁLISIS DE LOS RESULTADOS**

Iniciaremos la discusión agrupando en dos grandes grupos los patrones de aceleración descritos anteriormente. Tal división se establece en función de la causa intrínseca de las dificultades encontradas para cada grupo. En uno, las causas están ligadas a las dificultades inherentes

a velocidad, y en el otro a la concepción de fuerza. Explicando mejor, coloquemos primeramente la situación de aceleración asociada a la velocidad final, la posición y el adelantamiento. Tal grupo de conceptos, que se mantuvieron prácticamente constantes (alrededor del 15%) en las tres franjas de edad de la muestra, podrían ser interpretados como resquicios de la noción de velocidad. La velocidad como concepto conlleva nociones intuitivas (Piaget 1946, Texeira 1985), que vinculan su entendimiento a nociones semejantes a ese grupo de ideas. Por lo tanto, en este caso, creemos que existe una analogía directa entre las dificultades encontradas en aceleración y aquéllas encontradas en la conceptualización de velocidad. Estas dificultades se derivan de las ideas utilizadas al estudiar la velocidad que conducen a la intuición elemental de término o meta. Se utiliza un enfoque finalista y de orden, que prevalece sobre el de trayectoria (Piaget 1946).

Clasificamos en otro grupo las nociones de aceleración establecidas como fuerza, variación de la velocidad, aumento de velocidad y velocidad. Estas dos últimas están subdivididas en velocidades «altas y bajas». Recordemos, en ese sentido, que existe aceleración cuando el movimiento consigue, o alcanza, una relativa gran velocidad (ver anteriormente, Juliana [12, 6<sup>o</sup>]).

La interpretación de por qué ese segundo grupo muestra tales características conceptuales podría atribuirse al proceso dinámico en el cual la aceleración se insiere. Queremos decir con esto que la propia relación causa-efecto entre aceleración y fuerza es condición natural, y tal vez, necesaria a la concatenación de aceleración como noción de fuerza. Esta última, sin desvincularse de la aceleración, está relacionada a la noción de velocidad como se destaca en los casos de movimientos con velocidades consideradas altas. O, de otra forma, para haber aceleración debe existir fuerza. Como el movimiento (la velocidad) es función de ésta (la fuerza), se tiene, dentro de una misma relación, la aceleración y la velocidad.

Esa relación entre fuerza y velocidad, mostrada en Viennot (1979), participa en preconcepciones ya estructuradas en modelos previamente concebidos por los sujetos. Como pudimos verificar, esa estructuración es la causa de la aparente no contradicción ante la coexistencia de aceleración en movimientos uniformes y viceversa. Esa estructuración existe en las ideas de más del 50% de los sujetos en toda la franja de edades de la muestra (tabla II). Existen dos posibles razones que ayudaron a la formación de este último grupo. Una primera, estaría relacionada con el propio equipamiento utilizado. Su funcionamiento exigía la aplicación de una fuerza manual en las dos primeras tareas y una fuerza peso en la tercera. Por otro lado, una segunda razón está basada en la existencia de factores sociales, como ejemplifica Antonio (16, 2<sup>o</sup>) al ser preguntado si él estaría acelerado en una carretera en el caso de que su velocidad fuese siempre 80 Km/h: «Estaría acelerado, aceleración positiva. Cuando yo sueito el acelerador, aceleración negativa, está disminuyendo (la aceleración). Ayuda a poner el coche en movimiento, acelerar, moverse, a disminuir o alcanzar mayor velocidad».

En esta respuesta, y en la de muchos otros sujetos pertenecientes a otras franjas de edad, es evidente que la función social del automóvil como factor complicador es una fuente real de contradicción.

En consecuencia, la caracterización dinámica de la aceleración asociada a fuerza, y a velocidad por medio de ésta, se revela a través de las concepciones alternativas ya adquiridas y asimiladas por los alumnos.

Por lo tanto, en términos de concepción de la aceleración, nuestra muestra puede subdividirse en dos grandes grupos.

Haciendo una comparación con los datos de Trowbridge y McDermott no quedamos muy sorprendidos con nuestros resultados. De los universitarios que se sometieron a un curso de cinemática, el 68% de éstos dieron respuestas cualitativas, frente a casi la totalidad de nuestra muestra. No obstante, en nuestra muestra, únicamente los alumnos de segundo año del segundo grado tenían condiciones para dar una respuesta satisfactoria al nivel exigido. Debemos resaltar también, que los universitarios estaban divididos en grupos, algunos de los cuales realizaron cursos más elaborados como, por ejemplo, de laboratorio. Esto no ocurrió con nuestros alumnos de segundo año.

Volviendo al análisis específico de nuestra muestra, constatamos que no existía una evolución significativa de la idea de aceleración. En la tabla III, se observa que la aceleración como variación de velocidad, o aumento de velocidad, se mantuvo prácticamente constante alrededor de un tercio de la muestra. Aun así, su aparición se esperaba como resultado de una comprensión superficial, más próxima, sin embargo, del entendimiento formal de aceleración como razón entre la variación de velocidad por variación de tiempo. Para los alumnos de segundo año, enfrentados al estudio de este concepto, se nota un agravante. Su enseñanza demostró ser suficiente, únicamente, para transformar el concepto de aceleración en variación de velocidad. Sin embargo, y para casi dos tercios de este grupo, la aceleración se mantuvo como idea intuitiva relacionada con los patrones citados anteriormente, de igual modo que el resto de la muestra.

Otro motivo de discusión se deriva de las dificultades encontradas con las magnitudes tiempo y velocidad, que causan evidentemente un obstáculo efectivo para el entendimiento de la aceleración formal.

En las tablas IV y V se verifica que el tiempo es un factor distorsionador. Como ya dijimos, fue motivo de sorpresa que una variable tomada al principio como trivial por nosotros, no lo fuese para el alumno. Sólo un 10% de los alumnos de la sexta serie concibieron el tiempo de forma correcta, al intentar especificar el intervalo de tiempo en el experimento 3 (Tabla IV). En la misma tabla, se observa que sólo un 50% de los alumnos de la octava serie y del segundo año del segundo grado consideraron los intervalos de tiempo correctamente. De la misma forma, en la tabla V, se muestra que un cuarto de los alumnos del segundo año se equivocaron al afirmar la no existencia de tiempos iguales en la cinta. Siendo ma-



nualmente conscientes de que eran iguales se les consideraba diferentes (Paulo [16, 2<sup>o</sup>]). En esa misma tabla se observa que el porcentaje aumenta de forma significativa en las dos series anteriores.

¿Como interpretamos estos resultados? En el primer caso (experimento 3), el tiempo se presentó ligado a un fin explícito (finalismo), objetivo inmediato, dejando de lado una postura de intervalo de tiempo, concepto este ligado a tiempo instantáneo.

En el segundo caso (experimento 1) encontramos dos patrones de respuestas para inferencia de tiempos diferentes. Uno relaciona el tiempo con el propio espacio, aumentando uno al aumentar el otro. Es una transferencia directa de las distancias en la cinta a tiempos. Un segundo patrón estaba basado en una postura que colocaba la disminución de los tiempos en función del aumento de la velocidad de la cinta. Esta postura ya fue señalada por Piaget (1946), que subrayaba el carácter también finalista y objetivista del movimiento, haciendo que la intuición del movimiento más rápido se traduzca en menos tiempo para ser recorrido, alcanzado y objetivado.

Tales pensamientos, análogos a aquéllos del grupo de la velocidad discutido arriba, caracterizaron las posturas adoptadas por los entrevistados en relación al tiempo.

Otro obstáculo al entendimiento de aceleración formal se encontró en la velocidad. Quedó demostrado que la velocidad presentaba también una problemática propia (Texeira 1985). Para cumplir con rigor la tarea 1, era necesaria la articulación matemática de velocidad instantánea, la cual huía del espíritu de la tarea. Una noción, únicamente cualitativa y semejante a la tarea 3, ya era suficiente como dijimos en la sección II. Cuando la velocidad no era observada espontáneamente por los entrevistados, sugeríamos una comparación de las velocidades medias en diferentes tramos de la cinta. Esa comparación nos enseñó la gran dificultad que tenían los entrevistados para relacionar la velocidad media con el espacio-tiempo.

La interpretación de la velocidad realizada solamente por el espacio fue dada por el 40% de los alumnos de la sexta serie del primer grado, mientras que los restantes 60% no tenían ni idea de cómo comparar las velocidades de los tramos de la cinta. En la octava serie del primer grado, el primer porcentaje subió hasta un 83% frente a un único alumno que consiguió establecer la velocidad en función del espacio-tiempo. En la tabla VI se observa que de los alumnos del segundo año del segundo grado, el 58% definían la velocidad por el espacio, frente a un incremento real del 42% de sujetos que lo hacían en función del espacio-tiempo. No obstante, aquellos sujetos del segundo año del segundo grado que conseguían llegar a una solución satisfactoria del espacio con el tiempo, llegaban, en general, de una forma lógica antes que métrica; del mismo modo que el alumno de la octava serie.

Alexandre (16,2<sup>o</sup>), ejemplificaba mejor esa colocación, como podemos verificar en los datos presentados anteriormente.

En consecuencia, en vez de deducir la velocidad mediante la relación espacio-tiempo ( $V=AS/At$ ), Alexandre prefiere comparar los espacios ( $S1$  a  $S2$ ) y los tiempos ( $t2$  a  $t1$ ), dos a dos, y confrontar los resultados. Esta operación no deja de ser lógica y semimétrica.

En resumen, demostramos que la aceleración como concepto surge de la noción de incremento de velocidad en su forma más próxima de la noción física. La aceleración está conjugada, para su completa comprensión, con un conjunto de variables como son: velocidad, tiempo, concepto de magnitudes instantáneas, articulación métrica del tipo razón proporcional. Estas, a la vez, están sujetas a factores cognitivos, ya que precisan ser articuladas de forma lógico-matemática concatenada a, evidentemente, pensamientos formales.

### V. CONSECUENCIAS PARA LA ENSEÑANZA

Los resultados presentados nos demuestran que los alumnos del segundo año del segundo grado –cuya habilidad en el manejo de estas cuestiones debería tener mayor nivel de formalización al haber pasado por un curso el año anterior– están en una posición semejante a aquéllos que nunca estudiaron el concepto.

A pesar de que la muestra pertenece a una determinada configuración socio-económica, creemos que, fundamentalmente, otras muestras en otras configuraciones se comportarían en su gran mayoría de forma análoga a ésta. Tal vez, tendrían algunas articulaciones métricas resueltas, en su aspecto formal, en términos de conceptos de velocidad y aceleración si dispusieran de cursos de Física más elaborados.

Esa idea se justifica si tenemos en cuenta que la gran mayoría de las enseñanzas se dan de una forma unívoca, primándose la observación pasiva y la memorización, en detrimento de la observación activa por medio de la reflexión crítica dirigida a la construcción gradual y bien estructurada del conocimiento.

Por consiguiente, no deberíamos despreciar un cambio didáctico, apoyado por un cambio metodológico (Gil 1983), dando oportunidad a la confrontación de los modelos intuitivos de la noción de aceleración relacionada con la fuerza y la velocidad, como hemos destacado aquí en los dos grupos discutidos anteriormente. No obstante, los datos demuestran que se hace necesaria una confrontación lógica y métrica. Lógica en el sentido de poner de relieve la aparición de contradicciones conceptuales; métrica en el sentido de que se debería explorar conceptual y matemáticamente, y no con un simple operativismo, por medio de magnitudes; situar el concepto de magnitudes instantáneas y, en la aceleración, realzar conceptualmente la importancia del establecimiento de la velocidad instantánea a su respectivo tiempo instantáneo en situaciones experimentales y teóricas; destacar la existencia de movimientos naturales donde estas dos últimas magnitudes se relacionan de una forma siempre constante, generando una nueva magnitud llamada aceleración media.

Complementando esa visión, se debe estudiar la situación más general de una posible relación no constante, estableciendo el concepto de aceleración instantánea variable, encontrado en los movimientos armónicos simples.

Vemos, de la misma forma, una inquietud en el sentido de realzar una posible formalización de aceleración como variación de la velocidad por unidad de espacio. Esta observación se deduce de los procedimientos usados por los alumnos al referirse, en el experimento 3, al aumento relativo de las velocidades de los móviles, adoptando el tiempo o el espacio implícitamente. Esta preocupación ya ha sido observada en la historia de la ciencia por Galileo (1945).

Detrás de estos procedimientos se busca una forma de pensar que explore el raciocinio proporcional y reversible, a través de los contrastes y de las negaciones, y de la visión general frente a situaciones particulares.

Este trabajo lleva igualmente la preocupación a aquél que está enseñando. Debe procurar estar atento, aun en situaciones en las cuales, por ventura, se tomen hipótesis simples y rectas; como el caso de tiempos no vistos como iguales en el experimento 1 por ciertos alumnos (tabla V).

### NOTA

Este artículo ha sido traducido del original portugués.

### CONCLUSIÓN

En este artículo se intentó parametrizar algunas ideas y dificultades encontradas en la comprensión de la noción de aceleración como tal.

Se vio que, a pesar de que la muestra incluye sujetos con cursos de cinemática, las ideas de éstos se mantuvieron en los términos cualitativos de aquéllos que nunca pasaron por un curso de cinemática.

Intentamos extraer algunas consecuencias relevantes del concepto de aceleración esperando de alguna forma ayudar a la enseñanza de este concepto. Este concepto es de importancia fundamental en la Física, ya que es el hilo de conexión entre la Cinemática y la Dinámica.

También dejamos aquí como sugerencia, la utilización de los experimentos realizados para discutirlos dentro de un curso de cinemática.

Finalmente, resaltamos que la contribución proporcionada por este trabajo no debe desligarse de la preocupación más general, en términos didácticos, de una propuesta de mejora del proceso de enseñanza-aprendizaje como un todo.

### REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- GALILEI, Galileo, 1945. *Diálogos acerca de dos nuevas ciencias*. Biblioteca Teoría e História de las Ciências. (Editora Losada: Buenos Aires).
- GIL PÉREZ, D., 1983. Tres paradigmas básicos en la enseñanza de las ciencias, *Enseñanza de las Ciencias*, pp. 26-33.
- LABURÚ, C.E., 1987. Desenvolvimento e aprendizagem do conceito de aceleração em crianças e adolescentes. Tese de Mestrado. (Instituto de Física, USP: Sao Paulo).
- PIAGET, J., 1964. *Les notions de mouvement et de vitesse chez l'enfant*. (Presses Universitaires, Bibliothèque de Philosophie Contemporaine: Paris).
- TEIXEIRA, O.P.B., 1981. Desenvolvimento do conceito de velocidade: um estudo a partir de questões típicas. Tese de mestrado. (Instituto de Física. USP: Sao Paulo).
- TROWBRIDGE, D.E. y McDERMOTT, L.C., 1981. Investigation of student understanding of the concept of acceleration in one dimension, *American Journal of Physics*, St. Lois, 49(3), pp. 242-253.
- VIENNOT, L., 1979. Spontaneous reasoning in elementary dynamics, *European Journal of Science Education*, London and Philadelphia, 2, pp. 205-221.