ENSEÑANZA DE LAS CIENCIAS
Revista de investigación y experiencias didácticas
Núm. 31.1 (2013): 61-78
ISSN: 0212-4521

TEMAS EMERGENTES DEL ANÁLISIS DE INTERPRETACIONES DEL PROFESORADO SOBRE LA ARGUMENTACIÓN EN CLASE DE MATEMÁTICAS

EMERGING THEMES FROM THE ANALYSIS OF TEACHERS' INTERPRETATIONS OF ARGUMENTATION IN THE MATHEMATICS CLASSROOM

Manuel Goizueta
Manuel.Goizueta@uab.cat
Núria Planas
Nuria.Planas@uab.cat
Departamento de Didáctica de la Matemática y de las Ciencias Experimentales, Universidad Autónoma de Barcelona

RESUMEN: En este artículo presentamos un estudio acerca de temas recurrentes identificados en discursos sobre la argumentación en clase de matemáticas escritos por profesores de esta materia en la etapa de secundaria obligatoria (12-16 años). Adoptamos un enfoque discursivo aplicado a la noción de práctica argumentativa, para el cual integramos el análisis de tres dimensiones: estructural, epistémica y comunicativa. Aplicamos métodos de comparación constante en el marco de la teoría fundamentada con el fin de refinar la elaboración de temas. Nuestros resultados ponen de relieve que, en general, los profesores dan importancia al papel de las reformulaciones en el desarrollo de las prácticas argumentativas, y a la presencia de conectivos y marcas estructurales. Sin embargo, a menudo omiten las referencias al valor epistémico de los argumentos.

PALABRAS CLAVE: prácticas argumentativas, discurso, clase de matemáticas, profesorado, enseñanza de las matemáticas, teoría fundamentada.

ABSTRACT: In this paper we present a study on recurrent themes that have been identified in discourses concerning argumentation in the mathematics classroom written by secondary teachers (12- to 16-year-old students). A discursive approach is adopted to examine the notion of argumentative practice through a tridimensional analysis that takes into account structural, epistemic and communicative issues. To develop themes, common methods of constant comparison are applied from the perspective of the Grounded Theory. The results point to the teachers' attention to reformulations, connectors and structural marks in the identification of argumentative practices. Teachers, however, tend not to mention the epistemic value of arguments in their explanations.

KEYWORDS: argumentative practices, discourse, mathematics classroom, teachers, mathematics teaching, grounded theory.

Fecha de recepción: diciembre 2011 • Aceptado: febrero 2012

Goizueta, M. y Planas, N. (2013). Temas emergentes del análisis de interpretaciones del profesorado sobre la argumentación en clase de matemáticas. *Enseñanza de las Ciencias*, 31 (1), pp. 61-78

INTRODUCCIÓN

Gran cantidad de currículos escolares plantean la idea de que la educación matemática debe contribuir a la formación de ciudadanos reflexivos, críticos y con capacidad de análisis y argumentación. En este marco institucional, la argumentación es una habilidad básica que se desarrolla de manera progresiva a lo largo de las etapas de la educación obligatoria. Estamos de acuerdo con lo esencial del trabajo sobre prácticas argumentativas, donde se aprende a reconocer argumentos válidos y elaborar razonamientos que permitan la adquisición de habilidades en este sentido. A lo largo de nuestra experiencia docente, hemos podido comprobar que los alumnos presentan dificultades en el desarrollo de argumentaciones matemáticas durante su aprendizaje escolar. Entendemos que las causas de estas dificultades son múltiples y que algunas de ellas se ven reforzadas por las dificultades de argumentación que, a su vez, experimentan algunos profesores de matemáticas. En relación con la producción de argumentaciones, Boero, Douek y Ferrari (2002) señalan que las dificultades del profesorado deben ser tenidas en cuenta para comprender mejor el origen de algunas de las dificultades del alumnado.

En este artículo, presentamos los principales resultados de Goizueta (2011), un estudio acerca de las interpretaciones sobre la argumentación en clase de matemáticas de un grupo de profesores de esta materia en la etapa de educación secundaria obligatoria (12-16 años). Los dos objetivos del trabajo fueron: 1) identificar interpretaciones de distintos profesores relativas a la argumentación en clase de matemáticas y 2) construir temas que sinteticen interpretaciones comunes. Para la consecución del segundo objetivo, se elaboraron temas emergentes mediante métodos de comparación constante aplicados a datos extraídos de cuestionarios escritos. Todo el proceso de reducción de datos estuvo influenciado por un posicionamiento discursivo (Sfard, 2001) en la interpretación de las prácticas de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas y de las tareas de investigación en torno a ellas. En el contexto de los estudios realizados en nuestro equipo[1] (ver, por ejemplo, Morera, Fortuny y Planas, 2012), entendemos que el análisis de las respuestas escritas del profesorado es un primer paso hacia el análisis de las prácticas situadas en el aula de matemáticas, en interacción directa con los estudiantes y con el sistema de actividad matemática (Jaworski y Potari, 2009). En particular, establecer perfiles discursivos es un modo de seleccionar profesores para el posterior desarrollo de estudios de caso sobre prácticas argumentativas utilizadas durante la orquestación del aprendizaje y la enseñanza.

FUNDAMENTOS TEÓRICOS

El núcleo conceptual del estudio gira en torno a la noción de argumentación en el aula de matemáticas, que situamos en la perspectiva más amplia de *discurso* (Gee, 1999) a fin de establecer una cierta equivalencia entre argumentación y práctica argumentativa. Vemos los *discursos* como «modos de estar en el mundo, o formas de vida que integran palabras, actos, valores, creencias, actitudes e identidades sociales» (Gee, 1999, p. 127). Somos, por tanto, miembros de grupos distinguibles a través de la representación de una identidad situada en prácticas sociales y comunicativas que, en ocasiones, pueden ser argumentativas (Krummheuer, 2012). Por ejemplo, la identidad del profesor de matemáticas de secundaria tiene sus discursos propios que posibilitan que los otros la reconozcan como tal. Este profesor es vehículo de un discurso que es profesional y profesionalizador, en relación con la enseñanza de las matemáticas, y un discurso más centrado en el dominio de las matemáticas, en relación con la naturaleza de esta disciplina, entre otros. Nosotros estamos interesados en ahondar en lo que llamamos

1. Nuestro equipo está vinculado a la realización de los Proyectos EDU2009-07113 y EDU2012-31464, financiados por el Ministerio de Economía y Competitividad de España.

discurso sobre la argumentación en el aula de matemáticas (Planas, Font y Edo, 2009), en interacción con el discurso sobre las matemáticas y con el discurso sobre su enseñanza.

Argumentar matemáticamente en el aula de matemáticas tiene que ver con utilizar los registros discursivos especializados para el desarrollo de esta actividad. Boero, Douek y Ferrari (2002) destacan tres actuaciones discursivas principales del profesor de matemáticas en la gestión «especializada» de la práctica argumentativa del aula: *a*) mediación semiótica indirecta, cuando se seleccionan y utilizan producciones lingüísticas de alumnos; *b*) mediación semiótica directa, cuando se provee a los alumnos de expresiones lingüísticas apropiadas para codificar y controlar procesos de pensamiento y producción, y *c*) mediación cultural, cuando se aportan modelos válidos de actuación matemática, ya sean lingüísticos o de otra índole. Por otra parte, si un registro especializado es un modo de usar la lengua para activar una identidad social, conviene analizar dicha identidad en combinación con otras. Junto con las dificultades intrínsecas al uso del registro matemático, surgen dificultades asociadas al uso simultáneo de registros cotidianos de habla. La presencia de ambos tipos de registro en el aula de matemáticas, los saltos tácitos entre uno y otro y el uso distinto que se hace en ellos de palabras y estructuras son fuente de obstáculos no solo para su correcta utilización, sino también para la construcción del lenguaje matemático, de ideas y conceptos (Ferrari, 2004).

Argumentación/Práctica argumentativa en el aula de matemáticas

Definimos argumentación como el acto de formar razones, hacer inducciones, sacar conclusiones y aplicarlas al caso en discusión (Douek, 2007). Con el término *argumentación*, designamos tanto el proceso de producir un discurso lógicamente conectado (no necesariamente deductivo) sobre un tema como el producto de este proceso. La acepción adecuada se reconocerá según el contexto de uso. En síntesis, un argumento es una razón o razones ofrecidas a favor o en contra de una proposición, mientras que una argumentación es el acto de producir razones. Aunque esta aproximación a la argumentación es bastante clara, se hace necesario operativizar su identificación. Al respecto, Inglis, Mejía-Ramos y Simpson (2007) toman a Toulmin (1958) para concretar aspectos estructurales de la argumentación en matemáticas mediante los elementos del modelo de la figura 1. En nuestro trabajo, el modelo de Toulmin fundamenta la dimensión estructural del análisis, que es especialmente útil en el diseño de un instrumento de recogida de datos que incluya ejemplos de argumentaciones completas e incompletas según sean o no explícitos todos los elementos de dicho modelo, con calificadores modales distinguibles y con conectivos explícitos.

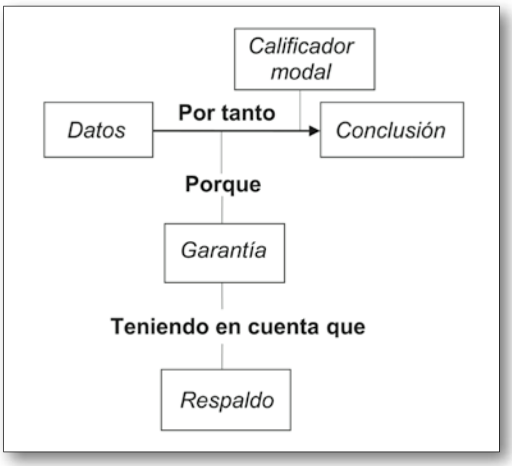


Figura 1. Esquema del modelo de Toulmin

El consenso en torno a la definición estructural de Toulmin convive con la controversia sobre cuándo tiene lugar una práctica argumentativa en el aula de matemáticas (Camargo, 2010). Esta discusión se acostumbra a centrar en el contraste entre explicar, argumentar y demostrar (Boero, 2012; Duval, 1999; Gutiérrez, 2005). Explicar consiste en hacer comprensible un hecho presentándolo en conexión con otros hechos dentro de un sistema de relaciones coherente. La función de explicar es ante todo descriptiva, por lo que el valor epistémico de las proposiciones es secundario. Las preguntas *de re* (por qué se produce este fenómeno, por qué se obtiene este resultado) son las que requieren explicaciones, con el uso de conectivos argumentativos como marcadores habituales (Duval, 1999). Las preguntas *de dicto* (por qué afirmas que…, por qué respondes que…) son las que requieren que se proponga al menos un argumento, también con el uso de conectivos argumentativos como marcadores habituales (Duval, 1999). Desde una doble perspectiva estructural y epistémica, un argumento se acepta o rechaza según los criterios de pertinencia y fuerza. Por un lado, la pertinencia de un argumento se basa en los contenidos de sus partes. Para que un argumento sea pertinente tiene que compartir campo semántico con la tesis que pretende apoyar: los contenidos semánticos del argumento y de la tesis deben sobreponerse. Por otro lado, la fuerza depende de que el argumento acepte o no una réplica y de que su valor epistémico sea positivo (evidente, necesario, auténtico…) o negativo (absurdo, posible, inverosímil…). Las razones esgrimidas pretenden comunicar su fuerza a la tesis, modificar su valor epistémico y tornarla positiva. El argumento que resiste objeciones y tiene un valor epistémico positivo es un argumento fuerte, que suele implicar la adhesión a la tesis.

Para Duval (2007), la argumentación funciona a través de proposiciones, sean explícitas o implícitas, con un valor en sí mismas y un estatus operacional en la relación entre ellas. El valor epistémico se asocia a cómo se entiende una proposición, lo que depende de los conocimientos previos que condicionan la comprensión del contenido. Cuando se argumenta, se pretende modificar el valor epistémico de la tesis para establecer un valor positivo. En cambio, la clave de la demostración dentro de una teoría de referencia está en la relación del valor epistémico *necesario* con el valor lógico *verdadero*. Tanto la proposición que se vaya a validar como las premisas ciertas dentro de la teoría se hacen sistemáticamente explícitas. Las proposiciones se organizan en una cadena deductiva que remarca los términos intermedios: cada conclusión parcial es condición de aplicación de la siguiente inferencia. Así, la proposición que se vaya a validar se deduce de las premisas, cuya validez se comunica a la conclusión. Esto hace que la demostración parezca una cadena de cálculos, mientras que la argumentación funciona por refuerzo u oposición de argumentos.

Las consideraciones anteriores fundamentan la dimensión epistémica de nuestro análisis, que es especialmente útil en el diseño de un instrumento de recogida de datos que incluya ejemplos de argumentaciones con datos, garantías y conclusiones que asuman distintos valores y que se manifiesten mediante registros de representación pertinentes y no pertinentes. Queda por introducir la dimensión comunicativa. Como Krummheuer (2012), sostenemos que la estructura y el valor de un argumento deben entenderse de manera contextual. En general, no hay una línea neta entre prácticas argumentativas, explicativas y demostrativas si solo se atiende a las características intrínsecas de una proposición, pero sí es posible establecer diferencias en función del contexto donde tiene lugar la práctica. Esto amplía nuestro enfoque con supuestos según los cuales el valor semántico transciende los significados asociados a la proposición para incluir un conjunto extenso de significados o «corpus». Aunque las referencias extramatemáticas no se reconozcan como cuerpo institucionalizado, son parte crucial de la actividad matemática; Douek (2007) llama corpus de referencia al conjunto de estas referencias. Una referencia no es objeto de duda, su veracidad y su operatividad son fácticas y están social e históricamente determinadas. En el aula de matemáticas de secundaria conviven un corpus de referencia asociable a contenidos y prácticas matemáticas que se corresponden con esta etapa educativa y otros corpus cotidianos que llamamos extramatemáticos. Estas consideraciones dan lugar a la dimensión comunicativa de nuestro análisis, que es especialmente útil en el diseño de un instrumento de recogida de datos que incluya ejemplos de argumentaciones con contenidos matemáticos y extramatemáticos.

Planteamos, por tanto, un triple enfoque, estructural, epistémico y comunicativo, en la aproximación a la noción de argumentación en el aula de matemáticas. Este enfoque permite delimitar un problema sustancial de la enseñanza de las matemáticas: la difícil distinción entre lo estructural, lo epistémico y lo comunicativo en la gestión y la evaluación de las prácticas argumentativas del alumnado.

CONTEXTO Y MÉTODOS

Para la recogida de datos, se diseñó un cuestionario basado en dos episodios ficticios de aula (véase cuadro 1) que se pasó por separado a diez profesores de matemáticas –P1 a P10–. Se contactó con profesores de enseñanza secundaria con más de cinco años de experiencia docente y en activo durante el curso 2010-2011, periodo en el que tuvo lugar la investigación. Al ser profesorado colaborador en proyectos anteriores del equipo, puede hablarse de una selección de profesionales expertos con interés por la mejora de su enseñanza. Se quiso elaborar un cuestionario que explorara interpretaciones desde distintos puntos de vista, por lo que cada episodio se enmarcó en la resolución de una tarea matemática que sirviera de contexto de reflexión.

> *Tarea 1.* Para comprar en un supermercado de descuento es necesario hacerse socio pagando una cuota inicial de 2 €. Una persona, que necesita 4 kg de manzanas, quiere comprar por primera vez en el supermercado. 1 kg de manzanas cuesta 1,75 €. ¿Qué tipo de relación hay entre el peso de las manzanas y su precio?
>
> *Tarea 2.* Joan va a jugar a fútbol con sus amigos y quiere llevar la mayor cantidad de agua posible. Tiene dos botellas cilíndricas, una de radio 6 y altura 10 y la otra de radio 4 y altura 20. ¿Cuál le conviene llevar? [En el cuadro 1, véase el dibujo que acompaña al enunciado]

En la redacción de las intervenciones hipotéticas de alumnos y profesores, se aseguró la presencia de aspectos de las dimensiones estructural (i, ii, iii), epistémica (iv, v) y comunicativa (vi): i) argumentaciones completas e incompletas; ii) calificadores modales distinguibles; iii) conectivos organizativos explícitos; iv) datos, garantías y conclusiones con distintos valores; v) registros de representación pertinentes y no pertinentes, y vi) contenidos matemáticos y extramatemáticos.

Cuadro 1.
Visión general de los dos episodios, E1 y E2, del cuestionario

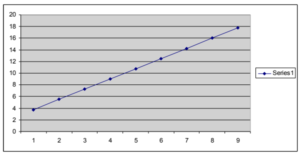
Tarea 1

Para comprar en un supermercado de descuento es necesario hacerse socio pagando una cuota inicial de 2€. Una persona, que necesita 4 kg de manzanas, quiere comprar por primera vez en el supermercado. 1kg de manzanas cuesta 1.75€. ¿Qué tipo de relación hay entre el peso de las manzanas y su precio?

Episodio 1

1 A: Es una variación directamente proporcional. Porque 1 kg de manzanas cuesta 1.75€, 2 kg 3.50, 4 kg 7€ y así. Cada vez que esta variable aumenta 1 esta otra aumenta 1.75. Es la definición de directamente proporcional. Por lo tanto es una relación directamente proporcional.
2 B: Sí, pero hay que pagar la cuota, así que 1 kg cuesta 3,75€ y 2 kg 5,50
3 A: ¿Y eso qué? Lo que importa para que sea directamente proporcional es que cada vez que una aumenta la otra también y siempre igual.
4 C: Sí, es como una escalera y todos los peldaños son iguales. Así que es una relación directamente proporcional.
5 B: Espera, hagamos tabla y gráfica.

1	3,75
2	5,5
3	7,25
4	9
5	10,75
6	12,5
7	14,25
8	16
9	17,75



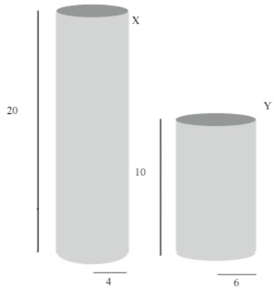
6 C: ¿Ves? Es una línea recta, y los escalones son todos iguales.
7 A: Sí y por eso es directamente proporcional.
8 B: Ya… No sé…
9 P: ¿Qué pasaría si no compraran ninguna manzana?
10 C: ¡Pues no gastaríamos nada!
11 B: Bueno, sólo los 2 € de la cuota…
12 C: Si no quiero comprar y entrar en el supermercado cuesta 2€, ¡mejor no entro!
13 B: Ves, si ponemos el (0,0) ni siquiera es una línea recta, así que no puede ser una relación directamente proporcional.
14 C: Pero si ponemos el (0,2), sí que es una recta…
15 B: No, pero en clase vimos que para que sea directamente proporcional ha de pasar por el (0,0). Los escalones deben ser todos iguales y debe pasar por el cero. Eso era directamente proporcional.

Tarea 2

Joan va a jugar a fútbol con sus amigos y quiere llevar la mayor cantidad de agua posible. Tiene dos botellas cilíndricas, una de radio 6 y altura 10 y la otra de radio 4 y altura 20. ¿Cuál le conviene llevar?

Episodio 2

El profesor entrega un dibujo con proporciones intencionalmente erróneas para generar mayor discusión.



1 D: Le conviene llevar la X porque es más grande y entonces le cabe más.
2 P: ¿Estás seguro de que es más grande?
3 D: Se ve claramente.
4 E: Pero la otra es más ancha. Podría ser que tuviera más volumen. Habría que sacar el volumen. Pi por dos erre… ¿Cómo era?
5 D: Ummm… Pues a mí me parece claro.
6 P: ¿Quién recuerda la fórmula para obtener el volumen de un cilindro?

Los alumnos acuerdan que el volumen de un cilindro se obtiene mediante la ecuación $V = Pi\ r^2\ h$. Calculan los volúmenes: $Vx = 320 \cdot Pi$ y $Vy = 360 \cdot Pi$.

7 P: Entonces le conviene llevar el Y. ¿Estáis de acuerdo?
8 D: Sí, pero entonces el dibujo no está bien hecho. ¿No?
9 P: Tienes razón. De hecho lo hice a propósito.

Antes de construir el cuestionario se preparó un documento de control para decidir sobre la riqueza de los episodios según sus prácticas argumentativas. Debido a la extensión, no es posible reproducir todo el documento. En el cuadro 2, nos limitamos a resumir aspectos de la dimensión estructural para los dos primeros turnos del episodio 1 (se tuvieron también en cuenta las dimensiones epistémica y comunicativa, con comentarios sobre valores epistémicos y contenidos matemáticos/extramatemáticos, respectivamente). En Goizueta (2011) se puede consultar el documento original completo. Por otra parte, desde el primer momento del diseño de los episodios fuimos conscientes del impacto que la selección de unos u otros episodios tendría en la obtención de resultados y conclusiones. La proporcionalidad aritmética en el episodio 1 y la geometría espacial en el episodio 2 son temáticas con sus propias peculiaridades dentro del dominio de las matemáticas que sin duda influyen en las respuestas del profesorado. No se pretendió, sin embargo, llevar a cabo un análisis dependiente del objeto matemático, ni tampoco llegar a resultados generalizables con base en observaciones extraídas de interpretaciones de diez profesores en torno a dos episodios. Aun así, resultados ligados a dos episodios concretos y diez profesores pueden orientar sobre hasta qué punto la gestión y la evaluación de las prácticas argumentativas en el aula de matemáticas es una tarea de gran complejidad que traspasa el conocimiento de la disciplina.

Cuadro 2.
Fragmento del documento de control para E1

Turno 1, alumno A
Datos 1: 1 kg de manzanas cuesta 1,75 €, 2 kg 3,50 €, 4 kg 7 € y así. Describe una variación que es directamente proporcional ofreciendo ejemplos concretos y generalizando con un «y así». En el marco del enunciado de la tarea es un dato falso porque no contempla el incremento en el precio de las manzanas debido al coste de la cuota inicial.
Datos 2: Cada vez que esta variable aumenta 1, esta otra aumenta 1,75. Dato falso equivalente al anterior. Se establece ad hoc y está sujeto a verificación.
Garantía: Es la definición de directamente proporcional. Es funcionalmente adecuada como garantía y denota comprensión parcial de proporcionalidad y relación directamente proporcional. Aunque el valor epistémico no es evidente, apela al estatus de definición en el corpus de referencia. No obstante, apunta a una definición no explícita.
Conclusión: Por lo tanto, es una relación directamente proporcional. Se pretende derivar la conclusión necesariamente de los datos 1 y 2 mediante la garantía y el esquema argumentativo que se le supone al alumno.
Turno 2, alumno B
Datos 1: 1 kg cuesta 3,75 € y 2 kg [cuestan] 5,50. Concede que la inferencia de A es correcta, pero de inmediato describe un dato correcto dentro de la tarea como argumentación implícita con base en parte de los datos de A y el requerimiento de pagar la cuota. Se considera una argumentación implícita en la medida en que reinterpreta la información en el marco del problema y se opone a datos aportados por A.
Garantía: Implícita. Se sugiere que de datos falsos se pueden inferir conclusiones incorrectas.
Conclusión: Implícita. Se sugiere que la conclusión del turno 1 puede ser incorrecta, aunque esto no se verbaliza ni se elabora como negación a la garantía dada por A.

Junto con los dos episodios E1 y E2, el cuestionario contiene tres bloques de preguntas, uno por episodio más otro de carácter general. Las preguntas que acompañan a E1 (bloque 1) y E2 (bloque 2) piden explicaciones al profesor, quien debe hacer operativas sus interpretaciones sin necesariamente explicitarlas. Son las siguientes:

1.1. En las intervenciones de A identifica argumentaciones, subráyalas y explica por qué lo son.
1.2. Haz lo mismo con B. Identifica argumentaciones, subráyalas y explica por qué lo son.
1.3. Haz lo mismo con C. Identifica argumentaciones, subráyalas y explica por qué lo son.
2.1. En las intervenciones de D identifica argumentaciones, subráyalas y explica por qué lo son.
2.2. Ahora fíjate en E. Respecto a lo que ha dicho D, ¿qué echas en falta?
2.3. ¿Hay argumentación en lo que dice E? Si la hay, explica por qué lo es.

Las preguntas de la última parte del cuestionario (bloque 3) atienden al propósito de identificar interpretaciones del profesorado mediante el análisis de un discurso global sobre prácticas situadas de aprendizaje y enseñanza de las matemáticas. Son las siguientes:

3.1. Explica si has tenido dificultades al identificar argumentaciones. ¿Cuáles?
3.2. ¿Son distintas las argumentaciones identificadas a lo largo del cuestionario? ¿En qué?
3.3. ¿Qué es para ti argumentar en clase de matemáticas?
3.4. Si deseas añadir algo más, por favor hazlo en este espacio.

Procedimientos de análisis

Los métodos de análisis de datos de los cuestionarios fueron inductivos e interpretativos. Aplicamos métodos de comparación constante en el marco de la teoría fundamentada siguiendo orientaciones de Glaser y Strauss (1967), para lo cual la triangulación de perspectivas con miembros del equipo fue básica. Se procedió inductivamente tratando de elucidar aspectos clave, por lo general no inmediatos, inferidos de los cuestionarios. Puesto que no es posible reproducir todos los pasos del análisis, damos cuenta de las fases organizadas en torno al software que sirvió de instrumento mediador en la construcción de resultados. En un entorno informático se definieron códigos a priori, basados en nociones del marco conceptual, con condiciones de aplicabilidad reconfigurables durante el análisis y varios sistemas de codificación. Dado que los códigos son sintéticos y no inteligibles *per se*, se requirieron descriptores. En Goizueta (2011) puede consultarse la totalidad de estos códigos, que son el preámbulo de códigos más finos. En la tabla 1 listamos códigos en fases avanzadas del análisis (se excluyen los códigos de control y los pensados para indexar el cuestionario). Hemos escogido algunos códigos que facilitan la comprensión de los tres temas que se compilan en la sección de resultados.

Tabla 1.
Ejemplos de códigos en una fase avanzada del análisis

Códigos	*Descriptores*
Analogía	Se recurre a similitudes encontradas entre dos enunciados para inferir inductivamente otras similitudes o insistir en las ya detectadas.
Paráfrasis	Se recurre a explicaciones de un contenido mediante una reproducción que no imita por completo el enunciado original.
Cambio de registro	Se recurre a representaciones matemáticas alternativas para referirse a contenidos de un enunciado que han sido expresados de otro modo.
Marcas lingüísticas	Se recurre a reconocer marcadores conectivos en el texto escrito y estos se destacan como indicio de la presencia de argumentación.
Partes del esquema	Se recurre a destacar la presencia o ausencia de aspectos estructurales (respaldo, garantía, calificador modal, etc.) para explicar si hay argumentación.
Valor semántico	Se recurre a dilucidar significados matemáticos de partes de una intervención para justificar matemáticamente un enunciado.
Valor estructural	Se recurre a la presencia de aspectos estructurales tales como respaldo, garantía, calificador modal, etc., para explicar si hay argumentación.
Valor comunicativo	Se recurre a la función o intención interlocutiva que se le supone a uno o varios enunciados respecto a su lugar en la interacción entre participantes.

Se empezó con una codificación abierta (Strauss y Corbin, 1998). Esto es, se compararon resultados obtenidos en la asignación de códigos y se establecieron parámetros de aplicabilidad y certeza. Este procedimiento se llevó a cabo en distintas ocasiones para examinar una y otra vez códigos revisados (Glaser, 2005). Cuando algún código resultó de particular interés, se elaboró una codificación selectiva (Strauss y Corbin, 1998): se codificó solo para ese código, bien fuera para los datos de un único cuestionario (análisis longitudinal) o bien atendiendo a los datos del conjunto de cuestionarios (análisis transversal). Para las distintas codificaciones selectivas, se buscaron evidencias negativas, contrarias o complementarias y se redactaron textos breves (memos) que resumieran análisis parciales. La combinación e iteración cíclica, no siempre secuencial, de estos tres procedimientos (codificaciones abierta y selectiva y redacción de memos) facilitó la creación inductiva de nuevos grupos de códigos que se volvieron a integrar en el proceso de codificación y en la redacción de memos. A modo de ejemplo, mostramos el memo elaborado para el turno 1 del episodio 1:

> *Memo T1 (E1)*: Turno con varias características que permiten calificarlo como argumentación; los datos, la garantía y la conclusión son explícitos, están articulados entre ellos por medio de conectivos organizativos reconocibles y usualmente asociados a razonamientos deductivos [porque, por lo tanto]. Se hace referencia a contenidos matemáticos y al corpus de referencia propio del aula de matemáticas. La función argumentativa parece ser la de convencer a los otros.

El proceso cíclico continuó hasta disponer de una elaboración exhaustiva de códigos, para lo cual se tuvo que decidir el punto de saturación teórica. Luego, se exploraron relaciones entre memos, códigos y descriptores, como antesala del diseño de temas que englobaran aspectos inferidos de respuestas en más de un cuestionario. La tabla 2 sintetiza las dos fases principales del análisis, según si se comparan datos de un mismo cuestionario o entre cuestionarios.

Tabla 2.
Procesos principales del análisis de datos

Tipos	*Acciones*	*Propósitos*	*Preguntas*	*Productos*
Dentro de un cuestionario (análisis longitudinal)	Codificación inicial abierta	Buscar nociones teóricas. Asociar nociones a códigos.	¿Cómo se relacionan fragmentos con igual código? ¿Y con códigos distintos? ¿Qué ideas son centrales en el discurso del profesor? ¿Cuál es el foco de la caracterización? ¿Hay casos negativos?	Familias de códigos y descriptores. Relaciones entre códigos. Revisión de códigos. Diseño de perfiles discursivos.
	Codificación selectiva	Comparar respuestas. Identificar casos «negativos». Valorar la coherencia discursiva.		
	Redacción de memos	Decidir códigos aplicables. Vincular códigos entre sí.		
Entre varios cuestionarios (análisis transversal)	Codificación abierta	Comparar grupos de respuestas con igual código	¿Cómo se relacionan fragmentos con igual código? ¿Y con códigos distintos? ¿Cómo se comparan entre sí cuestionarios? ¿En qué se parecen y distinguen las identificaciones de argumentación?	Síntesis de familias de códigos y descriptores. Diseño de temas emergentes. Límites de rigor y aplicabilidad.
	Codificación selectiva	Avanzar el diseño de perfiles. Avanzar el diseño de temas.		
	Redacción de memos	Decidir códigos aplicables. Vincular códigos entre sí. Generar ideas para temas.		

Los análisis longitudinales y transversales, con la iteración en la construcción de memos, códigos y descriptores, llevaron a identificar aspectos relevantes en los cuestionarios. Este fue el primer paso hacia el diseño de perfiles discursivos individuales y, más tarde, hacia el diseño de temas emergentes que englobaran aspectos recurrentes en varios perfiles. En la sección de resultados presentamos tres de los temas finalmente construidos, dejando para otra ocasión la discusión sobre los perfiles. El tema 1, «Énfasis en el papel de las reformulaciones», se inspira en la revisión de los códigos Paráfrasis, Analogía y Cambio de registro (véase tabla 1). El tema 2, «Búsqueda de conectivos y marcas estructurales», se inspira en la revisión de los códigos Marcas lingüísticas y Partes del esquema (véase tabla 1). Por último, el tema 3, «Omisión de referencias al valor epistémico», se inspira en la revisión de los códigos

Valor semántico, Valor estructural y Valor comunicativo (véase tabla 1). Aunque se tuvieron en cuenta en distintos grados otros códigos no incluidos en la tabla 1, los que hemos señalado son los de mayor influencia en la construcción de los temas que resumimos.

Queremos resaltar que la justificación de los temas contiene narrativas extraídas de perfiles. Esto significa que los temas fueron elaborados a partir de la integración de conocimiento generado en los análisis longitudinales. En general, para la construcción de temas emergentes nos inspiramos en Van Manen (1990), quien parte del análisis cualitativo de contenidos narrativos en un proceso cíclico de comparación constante. El tema emergente es una narrativa sintética de los aspectos más relevantes aparecidos tras la interpretación repetida y triangulada de un conjunto de datos cualitativos. Se trata de abstraer parte de lo esencial por medio de la búsqueda de consenso entre investigadores familiarizados con los mismos datos y con un marco teórico similar. No es, pues, un procedimiento mecánico, sino fuertemente influenciado por los supuestos teóricos de quienes construyen las narrativas.

RESULTADOS Y DISCUSIÓN

Nuestros resultados tienen que ver con las interpretaciones del profesorado sobre la argumentación en clase de matemáticas. Tres de los temas construidos son: 1) énfasis en el papel de las reformulaciones, 2) búsqueda de conectivos y marcas estructurales y 3) omisión de referencias al valor epistémico. A pesar de que disponemos de otros temas, los anteriores son los más recurrentes en el sentido de haberse encontrado evidencias de ellos en datos proporcionados por más cantidad de profesores, junto con un cuarto tema que se desarrolla en Goizueta y Planas (2013). Si bien la aparición de los temas está condicionada por el diseño de la investigación (selección de los profesores, creación de los episodios, supuestos teóricos…), todos ellos influyen en la enseñanza y merecen ser objeto de estudios futuros con unos u otros matices en función de los objetos matemáticos en torno a los cuales se realicen las prácticas argumentativas, del profesorado con el que se colabore, etc.

Tema 1. Énfasis en el papel de las reformulaciones

Para E1, los datos en los turnos 3, 4, 6 y 7 son equivalentes entre sí: los datos, garantías y tesis (o elementos que podrían funcionar como tales) son equivalentes y están presentes ya desde el turno 1. Los datos esgrimidos en las intervenciones posteriores no amplifican los contenidos matemáticos, sino que actúan como reformulación a partir de paráfrasis, analogías y/o cambios de registro de representación. La garantía utilizada en estas intervenciones es la definición (no explícita y errónea) de directamente proporcional y siempre se recoge una única y misma tesis. De este modo, se reconfigura el campo semántico de los conceptos involucrados, ya sea por incorporación de rasgos semánticos comunes o distintivos, quedando los contenidos matemáticos invariantes. A pesar de estas consideraciones (extraídas de nuestro documento de control), los diez profesores identificaron varios de los turnos mencionados como argumentaciones e indicaron vínculos con turnos previos (generalmente con base en elementos estructurales). Algunos ejemplos de explicaciones en la identificación de argumentaciones son los siguientes:

- *P8 sobre E1, 3*: «Insiste en el argumento sobre el que se basa para reconocer la proporcionalidad directa».
- *P5 sobre E1, 4*: «Utiliza (1) con un ejemplo cotidiano para mostrar que ambas cantidades aumentan con la misma proporción. (…) En 4 y 6 hay argumentación porque muestra los ejemplos para respaldar su idea de D.P. [sic] (aunque no observa otra condición necesaria, que es que pase la gráfica por el (0,0))».

- *P1 sobre E1, 4*: «Afirma que es una relación directamente proporcional y añade a 3 una comparación para que sea más fácil de imaginar».
- *P7 sobre E1, 6*: «C relaciona la gráfica comentada con su comparación en 4. (…) Todas estas intervenciones van dirigidas a defender el punto de vista sostenido por cada alumno. Cada uno intenta convencer a los demás dando alguna razón que refuerce su idea».
- *P7 sobre E1, 7*: «A recoge la idea expresada por C en 6 como argumento de lo que ha defendido en 3. (…) Todas estas intervenciones van dirigidas a defender el punto de vista sostenido por cada alumno. Cada uno intenta convencer a los demás dando alguna razón que refuerce su idea».
- *P10 sobre A*: «Yo creo que son argumentaciones porque parte de una proposición que considera cierta y formula razones (argumentos) a favor de esta, con la intención de modificar el pensamiento del compañero, persuadirlo, influenciarlo con sus argumentos para que admita como válida la proposición».

En el turno 6 de E1, P7 identifica argumentación; para ello se refiere a la relación que el alumno C establece entre la gráfica y la analogía formulada en un turno anterior. Los elementos que actúan como datos y garantías, tanto explícita como implícitamente, no difieren de los expresados en el primer turno. Aunque se puede pensar que la relación entre gráfica y analogía amplía el campo semántico de las nociones involucradas, proveyendo nuevas referencias y metáforas explicativas, dicha relación no aporta nuevos datos o garantías que apoyen la conclusión. Este criterio se utiliza en sustitución del aporte de nuevos datos y garantías, y da cuenta del fenómeno observado en varios profesores sobre el papel, a menudo decisivo, que se otorga a la reformulación para identificar argumentaciones.

El uso integrado de analogía y cambio de registro se ve en lo que escribe P6 sobre lo que dice el alumno C. P6 identifica argumentación viendo como un todo las contribuciones de C en E1. Toma elementos de varios turnos de este alumno y los reordena. Primero cita la analogía relativa a la escalera; para completar su explicación, recurre al cambio de registro mediante la gráfica (véase cuadro 1) y expone la argumentación que según él así se produce. El aporte de nuevos datos y garantías se vuelve a sustituir por la adecuación de los campos semánticos de los elementos implicados:

- *P6 sobre C*: «Es como una escalera y todos los peldaños son iguales, por eso es una relación directamente proporcional. Se trata de una argumentación tipo causa-consecuencia. Al hacer la gráfica, es una línea recta y los escalones son todos iguales, de donde se deriva que han de ser directamente proporcionales».

En resumen, las interpretaciones de los profesores sugieren que, dentro de las prácticas argumentativas del aula, una actividad crucial es la adecuación de los campos semánticos. Esta adecuación puede producirse mediante la incorporación de rasgos semánticos comunes o distintivos, puede incluir contenidos y conceptos extramatemáticos y consiste, en parte, en la reformulación de elementos presentes en las emisiones de los participantes. Al respecto, la producción de paráfrasis y analogías y el cambio de registro se sitúan en un marco de continuidad discursiva donde cada emisión y reconfiguración de campos semánticos condiciona las nuevas emisiones. Aunque aquí hemos ilustrado este fenómeno solo con extractos de respuestas asociadas a uno de los episodios, disponemos de datos que confirman el papel de la reformulación en relación con los dos episodios del cuestionario.

Tema 2. Búsqueda de conectivos y marcas estructurales

De acuerdo con el diseño del estudio y nuestro documento de control, consideramos las intervenciones E1, 2 y E2, 3 como argumentaciones; en cambio, gran cantidad de profesores no lo hicieron.

En ambas intervenciones los datos involucrados son explícitos, pero quedan implícitas la garantía y la tesis. Solo dos profesores identificaron E1, 2 y tres E2, 3, sin destacar garantías o tesis en sus explicaciones. P3 reconoció los datos aportados y destacó la «falta de estructura» de E1, 2, mientras que P4 propuso una valoración más general:

- *P3 sobre E1, 2*: «... he dudado si era argumentación porque no completa el razonamiento, pero lo he marcado porque después es en lo que se fundamenta para argumentar».
- *P4 en 3.3*: «... que pueda haber argumentaciones en frases cortas y sencillas como 'es más grande y entonces le cabe más' me resulta difícil de entender».

P3 piensa que una argumentación debe tener partes reconocibles y que el discurso deviene argumentativo en virtud de la presencia explícita de estas partes. Por otro lado, para el reconocimiento de argumentación, P4 plantea como problemática la ausencia (en el sentido de ser explícitos) de estos elementos, lo que acostumbra a ocurrir en «frases cortas y sencillas». P5 menciona la falta de conectores y la estructura de las frases como un obstáculo al reconocimiento de argumentaciones; entendemos que P5 ve ciertas estructuras como propias de discursos argumentativos; de ahí que su ausencia, que no siempre es ausencia de argumentación, complique la identificación. Este profesor agrega que algunos turnos o bien no son lo bastante precisos o bien son incompletos. En el caso de P7, no está claro qué «palabras que señalan argumentación», pero las relacionamos con los conectivos que según Duval (1999) se acostumbran a asociar con argumentaciones. Para P7, estos conectivos constituyen lo que llamamos marcas y su ausencia complica la tarea de identificar argumentaciones:

- *P7 en 3.1*: «He intentado identificar qué parte de las intervenciones aportaba información que reforzara la idea defendida por los alumnos y luego me he fijado en las palabras que para mí señalan argumentación en el sentido de seleccionar ideas (cada vez, por lo tanto, es como, etc.)».

Las intervenciones E1, 15 y E2, 1 no constituyen argumentaciones (salvo bajo ciertos supuestos que hemos tenido en cuenta en el documento de control) y, sin embargo, todos los profesores identificaron la primera como argumentación y ocho de ellos también la segunda; destacando, en unas y otras explicaciones, la presencia de elementos estructurales. Ambos turnos presentan estructuras sintácticas habitualmente asociadas a discursos argumentativos y diversos conectivos que facilitan la lectura de una relación causal (e.g., «porque», «entonces»). A pesar de ello, nuestra interpretación de E2, 1 nos lleva a considerarla no pertinente en el contexto del aula de matemáticas de secundaria puesto que no se da el detalle sobre por qué «X es más grande». La mayoría de los profesores vieron una relación funcional entre el elemento que actúa como justificación y la conclusión emitida. De ahí sostenemos que el conjunto de elementos que se articulan en un discurso de manera funcional constituye una marca con influencia en la identificación de argumentaciones. Esta marca actúa tanto en forma positiva como negativa: la presencia de estos elementos, así como de conectivos que contribuyen a establecer relaciones entre ellos, facilita la identificación, mientras que su ausencia la dificulta. Es más, el análisis de E2, 1 indica que la estructura de un turno puede incluso sugerir la presencia de argumentación donde no la hay o donde los contenidos semánticos son inconsistentes.

- *P3 sobre E2, 1*: «Son argumentaciones en cuanto le permiten decidir cuál le conviene llevar a Joan [ver enunciado de la tarea 2] y lo justifica basándose en el dibujo ante los demás participantes».
- *P5 sobre E2, 1*: «Porque, aunque erróneas, responden a la pregunta, aunque no sea una argumentación correcta y aunque sea basándose en la percepción».

Por otra parte, en nuestro documento de control tomamos dos posibles interpretaciones de la estructura y del sentido de E2, 4. En los cuestionarios observamos a profesores que suscriben una u otra versión para identificar este turno como argumentación, con la excepción de P1, que no la identifica.

– *P4 sobre E2, 4*: «A partir de la observación anterior deduce que hay que utilizar la fórmula del volumen. Creo que las dos frases conjuntamente son una argumentación [se refiere a las dos porciones que subraya]. La capacidad está relacionada con el volumen, que a su vez se determina a partir de unas determinadas magnitudes con las cuales podemos utilizar una fórmula».
– *P5 sobre E2, 4*: «Asume que X es más alta que Y, pero como Y es más ancha y las dos variables están relacionadas en el volumen, eso le induce a plantearse si la afirmación de su compañero es cierta. (…) Por lo tanto argumenta su duda con la contraposición de tamaño de ambas medidas».

P4 suscribe una versión de E2, 4 que establece la necesidad de usar una fórmula como conclusión y utiliza el verbo *deducir* haciendo hincapié en la necesidad de esta conclusión. Es interesante notar, además, que su respuesta resulta menos clara al explicar por qué la intervención es una argumentación. P5 articula las partes que identifica de modo que la conclusión es la puesta en duda de la tesis de la primera intervención, es decir, la posibilidad de que Y tenga un mayor volumen (poner en duda una afirmación es asumir la posibilidad de su negación). La duda de P5 se expresa mediante el calificador *posiblemente*. En general, los profesores que identificaron argumentación en E2, 4 realizaron distintas interpretaciones sobre sus partes y sobre el sentido de lo que se pretende decir. Ningún profesor planteó dudas acerca del sentido de la tesis sostenida o de alguna otra parte estructural. En una primera intuición respecto a E2, 4, que motivó su diseño e inclusión en el cuestionario, pensamos que los profesores tal vez identificarían con mayor facilidad la conclusión con el calificador modal más fuerte, asociable al calificador *necesariamente*. Sin embargo, hubo interpretaciones en ambos sentidos. Es relevante que los profesores realizaran distintas interpretaciones acerca de lo que se dice puesto que estas pueden determinar el contenido y la intención de un turno y, por tanto, condicionar la identificación de dicho turno como argumentación.

Tema 3. Omisión de referencias al valor epistémico

Para responder a las demandas del cuestionario, los profesores tuvieron que instrumentalizar sus ideas a fin de identificar argumentaciones en los episodios y elaborar un texto explicativo con las características que les hubieren llevado a la identificación. En general, los profesores recurrieron a la narración de los episodios como estrategia en sus explicaciones, destacando contenidos semánticos (véase tema 1), aspectos estructurales (véase tema 2) o bien funciones comunicativas (convencer, refutar, rebatir, apoyar, etc.). A continuación, la primera explicación está basada en aspectos estructurales, las dos últimas en aspectos comunicativos y la segunda menciona ambos tipos:

– *P4 sobre E1, 15*: «Estas dos observaciones le permiten afirmar que no es una relación directamente proporcional».
– *P6 sobre E1, 12*: «Se trata de nuevo de una argumentación tipo causa-consecuencia. Como entrar en el supermercado vale 2 € aunque no se compre nada, si no quiero gastar, mejor no entrar. Se quiere convencer al otro».
– *P1 sobre E1, 2*: «B rebate los cálculos de A, da los nuevos resultados y especifica por qué los anteriores no eran correctos».
– *P3 sobre E1, 1*: «Son argumentaciones porque quiere convencer a los demás y a sí mismo de que la situación planteada corresponde a la definición que los tres conocen para proporcionalidad directa».

Algunas explicaciones señalan funciones comunicativas y relaciones estructurales entre las partes, como hemos visto en P6 sobre E1, 12. De cualquier modo, lo que queremos resaltar en este tema no son los aspectos que abundan, sino precisamente los que se mantienen invisibles en las explicaciones del profesorado. En nuestro marco conceptual la argumentación se distingue por pretender modificar el valor epistémico de una proposición; para lo cual se proponen argumentos que, a su vez, son proposiciones con un valor epistémico (datos, garantías y refuerzos). A través de la argumentación, estos argumentos comunican su fuerza a las tesis. En síntesis, la negociación del valor epistémico es un rasgo de la argumentación cuya «invisibilidad» no es esperable. Sin embargo, en las explicaciones reproducidas más arriba no hay referencias al valor epistémico de las proposiciones. Las siguientes son algunas de las pocas explicaciones en las que unos pocos profesores sí señalan dicho valor:

- *P3 sobre E2, 4*: «Sí. Porque desvía la argumentación iniciada por D hacia una medida objetiva que sabe que le permitirá decidir cuál escoger y convencer a D sobre lo erróneo de su decisión. Permite llegar a una conclusión y, además, a la visión crítica del dibujo por parte de D».
- *P2 sobre E2, 4*: «Sí, porque pone en duda que D tenga 'pruebas' de lo que dice, luego argumenta que es necesaria una fórmula que lo compruebe».
- *P5 sobre E2, 4*: «Que sea un argumento sólido, basado en el volumen exacto de cada cilindro. Por eso propone hacer el cálculo».

En E2, 4 la base de la discusión es el conflicto de orden epistemológico sobre la validez de los datos aportados por los registros de representación involucrados. Desde la perspectiva del alumno que considera válido el registro visual, el valor epistémico de la tesis que sostiene es «evidente» («necesario», al presuponer la validez del registro); desde la perspectiva del otro alumno, que pone en duda la validez de este registro, el valor epistémico es débil. La explicación de P3 no expone relaciones entre elementos estructurales o funciones comunicativas; este profesor problematiza el registro de representación. Más allá de que P3 explique o no satisfactoriamente por qué el turno debe considerarse una argumentación, se distingue implícitamente la evaluación de los argumentos que tiene lugar en el episodio. Por su parte, P5 hace mención implícita a la validez de los registros y argumentos al apoyar su explicación en el dibujo de los cilindros.

P1 justifica por qué no considera E2, 1 como argumentación a partir de la idea, implícita, de que el valor epistémico de la tesis es «necesario» según el supuesto de validez del registro. Este profesor ve la tesis como una constatación donde el valor epistémico no requiere ser modificado; esto queda de manifiesto cuando escribe que el alumno no tiene interés por convencer. En relación con E1, 1, P8 describe bien el papel de las proposiciones en la argumentación: la relación que se establece funciona como dato, el «concepto que se conoce» es el de proporcionalidad directa, que se piensa como definición y, como tal, funciona como garantía, de donde se deduce una conclusión cuyo valor depende del valor epistémico de las proposiciones involucradas. P8 tiene claro que el razonamiento del alumno es correcto desde el punto de vista lógico, pero en cambio la definición es equívoca. Sin embargo, la mayoría de profesores no hacen mención a la importancia del valor epistémico que los alumnos otorgan a las proposiciones.

- *P1 sobre E2, 1*: «No argumenta porque no tiene interés de convencer a la otra persona. No tiene interés en persuadirla. Lo da por hecho, es evidente».
- *P8 sobre E1, 1*: «Es una argumentación porque reconoce una relación entre variables, la identifica con un concepto que conoce y de ello hace una deducción aunque sea incorrecta».

Las respuestas en el bloque 3 del cuestionario presentan un panorama similar y son las que mayormente informan sobre el tema 3. Aquí solo encontramos referencias marginales e implícitas a los valores epistémicos de las proposiciones y su negociación, a diferencia de lo que ocurre con los aspectos estructurales, semánticos y comunicativos. La caracterización de P8 llama la atención porque se refiere implícitamente al valor epistémico de la tesis y su evolución, pero no aclara por qué esto sucede y en función de qué. La evaluación de los argumentos para la validación de la tesis aparece como un proceso vinculado a la argumentación, implícito en la intención de convencer a otros:

P8 en 3.3: «Hacer afirmaciones que se basan en argumentos. Estos pueden ser de diferentes niveles de reflexión y validez. Por niveles de reflexión me refiero a lo que ha aparecido antes [aspectos semánticos y disciplinares]. Por validez me refiero a la idea, creo que de Mason, de según a quién convence el argumento. Si solo convence a quien lo hace es flojo y se tendrá que mejorar, si además convence a sus amigos y quienes confían en él ya está mejor pero se tendrá que mejorar. En cambio si convence a todos, incluido el profesor, será válido. En clase de matemáticas los alumnos aprenden a argumentar, con un proceso que puede empezar convenciendo solo a quien lo hace, pero ha de acabar convenciendo a todos».

CONSIDERACIONES FINALES

Para diez profesores de matemáticas, nos propusimos examinar cuáles son las interpretaciones sobre la argumentación en el aula de matemáticas. Cada profesor muestra interpretaciones que lo hacen único desde la perspectiva de su perfil discursivo (hay quien ordena sus estrategias de identificación de forma jerárquica y en partes bien diferenciadas, quien asocia la identificación de argumentaciones con los turnos de palabra, etc.) y que dan cuenta de los logros en la consecución del primer objetivo del estudio. No obstante, también hemos encontrado rasgos comunes que han permitido construir temas relevantes, tres de los cuales constituyen el núcleo de este artículo y dan cuenta de los logros en la consecución del segundo objetivo. Hemos visto, por ejemplo, que incluso en situaciones donde los aspectos estructurales, semánticos y comunicativos aparecen ligados a aspectos epistemológicos de los conocimientos implicados, los profesores centran su atención en otras dimensiones del discurso, obviando la epistemológica o tratándola tácitamente y de manera no deliberada.

Como parte del repertorio de prácticas asociadas a la argumentación, la mayoría de profesores consideran aspectos relativos a los campos semánticos de los conceptos involucrados en una intervención. A diferencia de lo que sucede en el ámbito matemático profesional, donde la adecuación apriorística y unívoca de los campos semánticos es un requisito, las interpretaciones acerca de la argumentación de estos profesores sugieren la incorporación de rasgos semánticos comunes y distintivos, relativos a contenidos matemáticos y también extramatemáticos. Esto incluye la reformulación de elementos a través de paráfrasis, analogías y cambios de registro. De acuerdo con el valor dado a la reformulación de contenidos y a la adecuación de campos semánticos, parece conveniente investigar las relaciones matemáticamente significativas entre ambas prácticas.

La mayoría de profesores ponen de relieve elementos estructurales. Se señalan marcas reconocibles que actúan positiva o negativamente en la identificación de argumentaciones, sugiriendo la presencia de argumentación incluso donde no la hay. Se realizan interpretaciones acerca de lo que se dice según los elementos estructurales reconocibles, que determinan el significado de las emisiones. En comparación con las interpretaciones centradas en cuestiones de contenido, este tipo de interpretaciones dan cuenta del grado de rigor en el conocimiento formal de los profesores, porque mediante ellas se explican diferencias de estructura existentes entre distintos textos atribuibles al aula de matemáticas. Varios profesores señalan criterios relativos a la estructura ilustrando sus explicaciones con turnos de los episodios, también cuando la estructura de la argumentación se comunica de un modo poco claro y ordenado respecto a la secuencia habitual del modelo de Toulmin.

Los resultados de nuestra investigación confirman la existencia de un problema de la enseñanza de las matemáticas ligado a la difícil distinción entre lo estructural, lo epistémico y lo comunicativo en la gestión y la evaluación de las prácticas argumentativas del alumnado. Pero además de la difícil distinción entre unos y otros aspectos, los resultados apuntan a la omisión de algunos de ellos y a la falta de una adecuada articulación. Se tienen que continuar investigando los efectos, en la enseñanza de las matemáticas, de la invisibilidad de lo epistémico y de la poca integración de esta dimensión con la estructural y la comunicativa. Si prestamos atención a las respuestas del profesorado del estudio, puede estar ocurriendo que uno de los problemas fundamentales de la enseñanza de las matemáticas sea lo que no se enseña de forma explícita sobre el conocimiento matemático (lo epistémico y lo estructural) ni sobre el conocimiento matemático escolar (lo comunicativo).

AGRADECIMIENTOS

Por su tiempo y por la valiosa información, damos las gracias a los profesores, quienes desde el anonimato aceptaron participar en este estudio. También damos las gracias al Ministerio de Economía y Competitividad de España, por la financiación del Proyecto EDU2009-07113, «Estudio sobre el desarrollo de competencias discursivas en el aula de matemáticas», y de su continuidad mediante el Proyecto EDU2012-31464, «Análisis de entornos colaborativos de aula desde la perspectiva de su mediación en la construcción discursiva de conocimiento matemático».

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BOERO, P. (2011). Argumentation and proof: Discussing a «successful» classroom discussion. En M. Pytlak, T. Rowland y E. Swoboda (eds.). *Proceedings of the Seventh Congress of the European Society for Research in Mathematics Education*. Rszéskow, Polonia: ERME, pp. 120-130.

BOERO, P., DOUEK, N. y FERRARI, P. L. (2002). Developing mastery of natural language: Approaches to theoretical aspects of mathematics. En L. D. English (ed.). *International Handbook of Research in Mathematics Education*. Londres, Reino Unido: LEA, pp. 241-268.

CAMARGO, L. (2010). *Descripción y análisis de un caso de enseñanza y aprendizaje de la demostración en una comunidad de práctica de futuros profesores de matemáticas de educación secundaria*. Trabajo de Tesis Doctoral. Valencia: Universidad de Valencia.

DOUEK, N. (2007). Some remarks about argumentation and proof. En P. Boero (ed.). *Theorems in school: From history, epistemology and cognition to classroom practice*. Rotterdam, Holanda: Sense Publishers, pp. 163-181.

DUVAL, R. (1999). *Argumentar, demostrar, explicar: ¿Continuidad o ruptura cognitiva?* Ciudad de México, México: Grupo Editorial Iberoamérica.

DUVAL, R. (2007). Cognitive functioning and the understanding of mathematical processes of proof. En P. Boero (ed.). *Theorems in school: From history, epistemology and cognition to classroom practice*. Rotterdam, Holanda: Sense Publishers, pp. 137-162.

FERRARI, L. P. (2004). Mathematical language and advanced mathematics learning. En M. Johnsen-Høines y A. B. Fuglestad (eds.). *Proceedings of the 28th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*. Bergen, Noruega: PME, vol. 2, pp. 383-390.

GEE, J. P. (1999). *An introduction to discourse analysis*: *Theory and method*. Londres, Reino Unido: Routledge.

GLASER, B. G. (2005). *The grounded theory perspective III: Theoretical coding*. Sociology Press-Grounded Theory Institute.

GLASER, B. G. y STRAUSS, A. L. (1967). *Discovery of grounded theory: Strategies for qualitative research*. Sociology Press-Grounded Theory Institute.

GOIZUETA, M. (2011). *Interpretaciones sobre la argumentación en el aula de matemáticas de secundaria por parte de un grupo de profesores*. Trabajo de Maestría. Bellaterra: Universidad Autónoma de Barcelona.

GOIZUETA, M. y PLANAS, N. (2013). El papel del contexto en la identificación de argumentaciones matemáticas por un grupo de profesores. *PNA*, 7(4), pp. 153-168.

GUTIÉRREZ, Á. (2005). Aspectos metodológicos de la investigación sobre aprendizaje de la demostración mediante exploraciones con software de geometría dinámica. En A. Maz, B. Gómez y M. Torralbo (eds.). *Actas del IX Simposio de la Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática*. Córdoba: SEIEM, pp. 33-50.

INGLIS, M., MEJÍA-RAMOS, J. P. y SIMPSON, A. (2007). Modelling mathematical argumentation: The importance of qualification. *Educational Studies in Mathematics*, 66(1), pp. 3-21.

JAWORSKI, B. y POTARI, D. (2009). Bridging the macro- and micro-divide: Using an activity theory model to capture sociocultural complexity in mathematics teaching and its development. *Educational Studies in Mathematics*, 72(2), pp. 219-236.

KRUMMHEUER, G. (2012). El aprendizaje matemático como participación en procesos de argumentación colectiva. En N. Planas (ed.). *Teoría, crítica y práctica de la educación matemática*. Barcelona: Graó, pp. 61-79.

MORERA, L., FORTUNY, J. M. y PLANAS, N. (2012). Momentos clave en el aprendizaje de isometrías en un entorno colaborativo y tecnológico. *Enseñanza de las Ciencias*, 30(1), pp. 143-154.

PLANAS, N., FONT, V. y EDO, M. (2009). La confrontación de normas en la construcción del discurso de la matemática escolar. *Paradigma*, 30(2), pp. 125-142.

SFARD, A. (2001). There is more to discourse than meets the ears: Looking at thinking as communicating to learn more about mathematical learning. *Educational Studies in Mathematics*, 46(1), pp. 13-57.

STRAUSS, A. L. y CORBIN, J. (1998). *Basics of qualitative research techniques and procedures for developing grounded theory*. Londres, Reino Unido: SAGE.

TOULMIN, S. (1958). *The uses of argument*. Cambridge, Reino Unido: University Press.

VAN MANEN, M. (1990). *Researching lived experience: Human science for an action sensitive pedagogy*. Londres, Canadá: University of Western Ontario.

EMERGING THEMES FROM THE ANALYSIS OF TEACHERS' INTERPRETATIONS OF ARGUMENTATION IN THE MATHEMATICS CLASSROOM

Manuel Goizueta
Manuel.Goizueta@uab.cat
Núria Planas
Nuria.Planas@uab.cat
Departamento de Didáctica de la Matemática y de las Ciencias Experimentales,
Universidad Autónoma de Barcelona

In this paper we present a study on recurrent themes that have been identified in discourses concerning argumentation in the mathematics classroom written by secondary teachers (12 to 16 year-old students). The themes that emerged from the data are presented together with illustrative quotations. A discursive approach has been adopted to examine the notion of argumentative practice through a tridimensional analysis that takes into account structural, epistemic and communicative issues. To develop themes, common methods of constant comparison have been applied from the perspective of the Grounded Theory. The results point to the teachers' attention to reformulations, connectors and structural marks in the identification of argumentative practices. Teachers, however, tend not to mention the epistemic value of arguments in their explanations.

Data collection was mainly based on the creation of a questionnaire around two hypothetical classroom episodes, which were in turn put in relation to two different mathematical tasks (with proportionality and volume contents). A small sample of ten secondary mathematics teachers completed individually the questionnaire in autumn 2010, and two more teachers participated voluntarily to test the first version of the instrument. The final questionnaire, with three groups of questions, was planned to explore interpretations by the teachers from different points of view. It was thought that the written responses from the task-based questionnaire would be informative enough, as well as useful for the design of complementary research with classroom data. The questions were made to identify regularities in the attribution of meanings to the notion of argumentation in the mathematics classroom. This led to the construction of questions like: Identify the argumentations in the turns by student A in Episode 1; Do the same for the turns by student B; Explain whether you have experienced difficulties in identifying argumentations throughout the questionnaire.

Inductive data analysis using constant comparison methods was carried out to create codes and themes within and across individual questionnaires. For this purpose, a technological environment with software was used for the qualitative analysis of the data arisen from the written responses by the teachers. The two authors collaborated in the codification of data. The first step of the codification process consisted of searching for empirical concretion of theoretical notions such as discourse, reference corpus, and argument, among others. After that, a more selective codification was initiated by choosing the most represented codes and eventually rearranging and refining them. All codes were compared and agreement was reached by discussion. The analysis continued until it was decided that no new information was forthcoming. A saturated set of codes was the material for the construction of a plausible theory on how teachers perceive argumentation in the mathematics classroom.

Our results are related to the teachers' interpretations of argumentation in the mathematics classroom and may be seen as a plausible theory. Three of the emerging themes which have been built up are the following: 1) Emphasis on the role of reformulations, 2) Search for connectors and structural marks and 3) Omission of references to the epistemic value. Although we have found out other themes, those above are the most recurrent in the sense of having been documented strong evidence, along with a fourth theme which has been developed in Goizueta and Planas (2013). While the emergence of the themes is conditioned by the research design (selection of the teachers, creation of the episodes, theoretical assumptions...), all of them have an influence on the teaching of mathematics and deserve further research which will require adaptation depending on the mathematical objects in the practices, the professional background of the teachers, etc. Thus the option of presenting the results as themes does not pretend to suggest generality but integration of multiple data from various participants.

More broadly, our results confirm the existence of a problem in the teaching of mathematics linked to the difficult distinction among structural, epistemic and communicative issues in the orchestration of argumentative practices. In particular, the omission of epistemic issues in most teachers' written discourses is shown. There is a need to keep investigating the effects of the invisibility of epistemic issues, along with the poor coordination among all three dimensions, on the teaching of mathematics. When considering the responses of the teachers in the study, it may be inferred the additional problem of teachers not addressing contents about the nature of mathematics and school mathematics, not even noticing the potential implications of disregarding such contents in their teaching.