

# Efectos de la aplicación de un programa de entrenamiento específico para el aprendizaje matemático temprano en educación infantil <sup>[1]</sup>

por Estibaliz ARAGÓN MENDIZÁBAL  
Manuel AGUILAR VILLAGRÁN  
José I. NAVARRO GUZMÁN  
y Antonio ARAUJO HOYOS  
*Universidad de Cádiz*

## 1. Introducción

Las dificultades de aprendizaje matemático (DAM) pueden estar relacionadas con el funcionamiento poco eficaz de diferentes procesos involucrados en la competencia matemática temprana (CMT) (VanDerHeyden, 2010). Su disfunción promueve un amplio espectro de problemas, relacionados con el cálculo, las operaciones aritméticas básicas (Geary, 2004) y la resolución de problemas (Pape y Wang, 2003; Xin, Jitendra, y Deatline Buchman, 2005) debido a la utilización de estrategias inmaduras de cálculo (Desoete, Roeyers, Buysse y De Clercq, 2003).

Actualmente se considera que entre un 3% y un 8% de niños de Educación Primaria presentan algún tipo de DAM (González-Castro, Rodríguez, Cueli, Cabeza y Álvarez, 2014). Atendiendo a estas cifras es importante dirigir esfuerzos al

análisis de estas dificultades, su evaluación e intervención (Aunio, Hautamäki, y Van Luit, 2005; Bermejo, 2013; Núñez Del Río y Lozano Guerra, 2003). Diversos estudios avalan la eficacia de la intervención temprana sobre el alumnado con riesgo de presentar DAM (Gervasoni, 2005; Wright, Martland, Stafford y Stanger, 2006; Young-Loveridge, 2004).

Un bajo nivel de competencia matemática temprana predice posibles dificultades en el desarrollo matemático posterior (Aubrey, Dahl, y Godfrey, 2006; Jordan y Hanich, 2003). Asimismo, las destrezas matemáticas relacionadas con la discriminación de cantidades, el dominio de las secuencias numéricas y el conocimiento e identificación de los números al final de la etapa de Educación Infantil, pueden predecir el logro en primer grado (Desoete y Grégoire, 2006; Chard, Clarke, *et al.*, 2005).

Existen numerosos programas de intervención en matemáticas aplicables a niños de edad preescolar (Fedriani, Fernández y Ojeda, 2013; Butterworth, Varma y Laurillard, 2011; Sophian, 2004). Un ejemplo de ello es el programa *Big Math for Little Kids* (Greenes, Ginsburg y Balfanz, 2004). Sus tareas están destinadas a perfeccionar el desempeño matemático y se basan en la introducción de conceptos aritméticos iniciales (sumas, restas...) y el entrenamiento de conceptos matemáticos básicos como comparación, clasificación, seriación, enumeración, etc. Todo ello contribuye al perfeccionamiento del sentido numérico (Berch, 2005), un fuerte predictor del desempeño matemático en cursos posteriores. Siegler y Ramani (2009) han mostrado la importancia del sentido numérico y su desarrollo a través de juegos relativamente simples (recta numérica y dados), demostrando cómo mejoran en su rendimiento matemático especialmente los niños/as de bajo nivel socioeconómico.

La mayoría de los estudiantes con DAM muestran serias dificultades para aprender conceptos matemáticos presentando un rendimiento considerablemente inferior a sus iguales de la misma edad sin DAM (Bryant, 2005; Fuchs, Fuchs, *et al.*, 2008), siendo una opción utilizar estos programas instruccionales para paliar los déficits que muestran estos alumnos.

En muchas ocasiones, los alumnos con dificultades necesitan apoyos complementarios e individuales. Los educadores deben afrontar estas necesidades en circunstancias complejas, atendiendo a determinadas limitaciones como el tiempo, los recursos, el número de alumnos

por aula, etc. (Busch, Pederson, Espin y Weissenburger, 2001). Con el fin de superar estos inconvenientes los profesores pueden apoyarse en el uso de los medios tecnológicos, otorgándoles la oportunidad de acceder individualmente a diversas actividades matemáticas que sirvan de apoyo al conocimiento impartido en clase y mejorando el pronóstico de éxito dentro del aula (Symington y Stranger, 2000).

Una de las competencias del profesor es proveer al alumnado de herramientas para obtener unos adecuados pilares en el proceso de construcción de la competencia matemática (Alsina, Aymerich y Barba, 2008). Además del profesor intervienen otros elementos en el desarrollo de las competencias del estudiante, como la calidad de la escuela (entendida en términos de rendimiento académico, seguridad, etc.) que juega un papel crucial en los programas de intervención y concretamente en la duración de sus efectos a largo plazo (Ou, 2005).

Al margen de los programas de intervención tradicionales, existen programas basados en el proceso de Enseñanza Asistida por Ordenador (EAO), que vienen avalados por investigaciones sobre su influencia en el aprendizaje matemático y su consecuente mejora (Aydin, 2005; Räsänen, Salminen, Wilson, Aunio y Dehaene, 2009). Como ejemplos de programas tradicionales que han servido de referente para la elaboración de nuevas herramientas computerizadas podemos mencionar el Mathematics Recovery Programme (Wright, Martland, Stafford y Stanger, 2006), y el Numeracy Recovery Programme (Dowker, 2005). Mathematics

Recovery Programme hace mayor hincapié en los métodos de conteo y de representación del número; y el Numeracy Recovery incide en la estimación y en el uso de estrategias para la recuperación de los hechos numéricos básicos contribuyendo a la mejora de destrezas, habilidades y procesos. Tanto uno como otro han servido de base a la elaboración del software *Jugando con Números 2.0*.

Por lo tanto, competencia matemática temprana y enseñanza asistida por ordenador constituyen un ámbito de aproximación a las dificultades de aprendizaje matemático. En este sentido, como objetivo principal de nuestro trabajo, proponemos comprobar si la medida de la competencia matemática temprana puede mejorar mediante un programa de intervención computerizado en alumnos/as en riesgo de presentar dificultades en el aprendizaje de la matemática. Debemos subrayar que nuestro programa de intervención, al igual que la mayoría de programas de esta tipología, no pretende sustituir a la enseñanza tradicional, sino complementarla, siendo capaz de identificar los distintos niveles de rendimiento y trabajar con ejercicios específicos basándose en los resultados de la evaluación previa (Slavin y Lake, 2008).

### 2. Método y participantes

La muestra de estudiantes pertenecía a tres centros escolares situados en una localidad con una población de unos 100.000 habitantes. Dos de los centros eran de carácter concertado y uno público. Los participantes fueron un total de 128 alumnos pertenecientes al último curso de

Educación Infantil, cuyas edades oscilaban entre los 59 y los 72 meses ( $M = 65.8$ ;  $dt = 3.3$ ). Del total de la muestra, 58 participantes fueron niñas ( $M$  edad = 65.59;  $dt = 3.51$ ) y 70 eran niños ( $M = 66.06$ ;  $dt = 3.15$ ). Las zonas urbanas donde se localizaban los centros escolares estaban habitadas por familias de clase media.

### 3. Instrumentos

Se ha utilizado la versión computerizada en español del Early Numeracy Test-R, como medida de la competencia matemática temprana y el software *Jugando con Números 2.0*, como software de entrenamiento de conceptos matemáticos.

El Early-Numeracy-Test-R: ENT-R (Van Luit, y Van de Rijt, 2009) es un test basado en la realización de tareas, y orientado a medir el nivel de competencia matemática temprana. El test se ha desarrollado para 2º y 3º de Educación Infantil y 1º y 2º de Educación Primaria. No está ligado necesariamente a un curso concreto de matemáticas ni a un método de enseñanza de esta materia. Dispone de tres versiones paralelas (A, B y C), de 45 ítems cada una. Tiene una puntuación máxima de 45 puntos. Cada acierto se puntúa con 1 y los errores con 0. Debe ser administrado individualmente. Con cualquiera de las versiones A, B o C, el profesor u otro usuario del test, será capaz de llevar el seguimiento del desarrollo de la competencia matemática temprana (CMT) de un alumno/a o un grupo. Comparando el resultado de un estudiante con un grupo normativo puede determinarse el nivel de CMT. Existe la posibilidad de aplicar ambas versiones del test cuando nos interese

verificar un resultado no esperado. Los cuatro subtests primeros (relacionales o piagetianos: ítems 1 a 20) evalúan habilidades de tipo piagetiano y los cuatro últimos (numéricos: ítems 21 a 40) estiman las habilidades numéricas de naturaleza más cognitiva. Los últimos ítems (del 41 al 45) tienen como objetivo evaluar la estimación. El Alfa de Cronbach fue 0.92.

El software «*Jugando con Números 2.0*» (Navarro, Ruiz, Alcalde, Aguilar y Marchena, 2007) incluye sub-programas destinados al desarrollo, aprendizaje y refuerzo de habilidades en competencia matemática. Está dirigido a alumnos del primer ciclo de Primaria, aunque al presentar distintos niveles de dificultad puede aplicarse a edades más tempranas o a niños con necesidades educativas especiales. Este software fue desarrollado mediante el lenguaje informático *flash* y puede ser ejecutado como aplicación de escritorio que almacena los datos en un archivo, que posteriormente puede ser transferido a una base de datos. *Jugando con Números* incorpora posibilidades de almacenamiento de múltiples datos (tiempo de reacción, aciertos y errores, tiempo total de las actividades, etc.) de acuerdo con las necesidades de los investigadores, lo que permite trasladar los resultados de cada sesión de trabajo realizada por los niños y niñas a los paquetes estadísticos para su análisis. Gracias a un sencillo sistema de navegación, se puede acceder a distintos ejercicios y niveles prácticos o guardar los resultados obtenidos. Los programas presentan un botón de ayuda, que repite la orden de trabajo y otro de salida que lleva a la pantalla de presentación del programa en el que se encuentre. En cada uno

de los programas, después de la respuesta del alumno, si ésta es correcta, aparece una pantalla de refuerzo. Por el contrario, cuando no es correcta, el ordenador proporciona una ayuda donde le indica cuál debería haber sido su respuesta correcta en base al error cometido. El orden de presentación de las actividades se realiza de forma aleatoria. Esta característica hace más novedosa cada una de las ejecuciones prácticas, evitando la posibilidad de respuestas automáticas y memorísticas. *Jugando con Números 2.0* se inicia con una pantalla de presentación que da acceso a los distintos sub-programas [2]:

– Comparaciones: Mediante la presentación de diferentes tareas y niveles de complejidad, el alumno descubrirá las diferencias y similitudes entre dos o más situaciones. El programa presenta actividades dirigidas a diferenciar objetos entre sí y frente a un modelo y contiene dos niveles de dificultad. Por ejemplo, se mostraban al alumno tres filas o columnas compuestas por distinto número de cubos y debía señalar cuál de ellas era la mayor o la menor según el enunciado de la actividad. Asimismo, se podía solicitar al alumno que seleccionase cuál de las tres opciones presentadas era igual a la composición que se mostraba como modelo.

– Clasificaciones: Inicia al alumno en el aprendizaje del concepto de agrupamiento de objetos. Mediante la presentación de diferentes tareas, el alumno descubrirá la clasificación y la posibilidad de distinguir entre objetos y grupos de ellos. Cada nivel presenta

3 actividades dirigidas a agrupar objetos por una característica, el número de cubos por color en el nivel 1 y 2 es siempre igual, y en el nivel 3 cada grupo de cubos es diferente. En esta actividad se mostraban tres sacos de distintos colores y un conjunto de cubos también de diferentes colores distribuidos de diversa manera en función del nivel (sólo en el primer nivel aparecían alineados y ordenados). La tarea consistía en que el alumno arrastrase todos los cubos a su bolsa correspondiente prestando atención al color.

— **Seriaciones:** Este programa inicia al alumno en el aprendizaje del concepto de ordenación de objetos. Mediante la presentación de diferentes tareas, el alumno descubrirá el orden en una serie de objetos discretos según un rango determinado. Contiene varias actividades dirigidas a discriminar grupos de objetos (seriaciones de nivel 1) o grupo de números (seriaciones de nivel 2 hasta el 9 y seriaciones de nivel 3 del 10 al 20). A modo de ejemplo, en el primer nivel se mostraban cuatro grupos con cinco objetos iguales, pero de distinto tamaño y ordenados de diferente manera. El alumno debía indicar en qué grupo los objetos (por ejemplo: casas) se encontraban ordenados de mayor a menor o de menor a mayor, según requiriese el enunciado.

— **Combinaciones:** Inicia al alumno en el aprendizaje de la resolución de problemas de combinación, también denominados problemas de la parte y el todo. Se trabajan problemas de carácter estático. En combinaciones 1 se

proporcionan los datos de las partes y se pregunta por el todo; y en combinaciones 2, en el enunciado del problema aparece el todo y una de las partes y la incógnita es la otra parte del todo. Por ejemplo, en el primer nivel se presentaban dos grupos de estrellas y el alumno debía arrastrar todas las estrellas de cada grupo a un espacio destinado para ello. Una vez realizado, aparecía la representación arábica de los números y el signo de la operación que se estaba llevando a cabo (en este caso la suma). La tarea terminaba cuando se marcaba el resultado de la operación en una divertida calculadora.

— **Discriminar:** con las actividades de este programa pretendemos que el niño diferencie entre el valor cardinal de un número y el tamaño físico de su representación. Para ello presentamos tres subprogramas con diferentes niveles de complejidad, referido a que los números sean de una, dos o tres cifras. Se presentan dos números a comparar que pueden ser del mismo o de diferente tamaño físico, pudiendo corresponder o no, su valor cardinal con el tamaño físico. En la práctica, se presentaban dos números durante pocos segundos en el centro de la pantalla, por ejemplo 2 y 9, y el alumno debía pulsar encima del número de mayor valor cardinal antes de desaparecer.

— **Repartir:** con este programa se trabaja la habilidad de distribuir un grupo o grupos de objetos en grupos iguales o desiguales. Se trabaja mediante problemas donde se parte de un número de objetos a repartir entre



un número de sujetos, con el requisito de que cada uno de ellos tengan el mismo número. La dificultad aumenta cuando variamos los sujetos o aumentamos el número de objetos a repartir. En esta actividad se presentaban dibujos de niños y marcianillos. La tarea consistía en que el alumno arrastrase y repartiese los marcianillos dando a cada niño el mismo número.

— Recta numérica: Consolida la habilidad del conteo mediante actividades con la recta numérica. El programa solicita que señale un número en una recta numérica. Contiene cuatro subprogramas donde su nivel de dificultad se manifiesta en la secuencia de números presentada (desde el nivel más fácil, donde aparecen diez números de una cifra; a los siguientes niveles, donde se presentan veinte números de dos cifras). O bien, en la aparición de todos, algunos o solamente el inicio y el final de la secuencia. En la práctica del primer nivel se presentaban los números del 1 al 10 rodeados por un círculo y distribuidos en una línea numérica. El alumno debía pinchar sobre el número que se le solicitaba en el enunciado de la tarea (por ejemplo: el nueve). En función del nivel de trabajo la representación arábiga del número se incluía en el círculo o no, debiéndose en este último caso recurrir a la estimación o al conteo para resolver la tarea.

sesiones de entrenamiento en pequeños grupos de 6 alumnos, en aulas destinadas para ello, libres de ruidos y distracciones. En primer lugar, se administró la forma A del ENT-R en su versión computerizada en el primer trimestre del curso escolar (fase pre-test). Durante el resto del curso se llevó a cabo la implementación del programa de intervención para el desarrollo de las competencias matemáticas *Jugando con Números 2.0*, con el grupo experimental durante el horario escolar. Se emplearon 30 sesiones de entre 30 y 45 minutos de duración. En cada sesión participaban 6 alumnos supervisados por dos investigadores, cada usuario trabajaba individualmente con un ordenador portátil provisto de auriculares y ratón óptico para facilitar el uso por parte del alumno. Tras terminar las sesiones de entrenamiento, se aplicó la forma B del ENT-R (fase post-test). Tanto la forma A como la B se administraron durante aproximadamente 30-45 minutos por participante.

De acuerdo con los resultados obtenidos en la versión A del test ENT-R se formaron dos grupos. El grupo experimental ( $n = 30$ ) estaba compuesto por los seis alumnos de cada clase que obtuvieron las puntuaciones más bajas en el test, en relación a los resultados obtenidos por sus compañeros de aula, situándose en un rango entre 10 y 19 puntos. De acuerdo con los valores estandarizados del ENT-R, estos alumnos se encontrarían en riesgo de tener dificultades de aprendizaje de las matemáticas. El grupo control ( $n = 98$ ) lo constituyó el resto de los alumnos evaluados, que no recibieron entrenamiento especial en CMT. El rendimiento de los alumnos variaba en función de clase a la

#### 4. Procedimiento

La evaluación se realizó individualmente por personal especializado, y las

que pertenecían, por ello no existía un criterio numérico fijo o límite, para la inclusión en el grupo control y experimental.

Las pruebas fueron realizadas tras el correspondiente permiso de padres y responsables escolares, contando en todo momento con la colaboración del personal docente de los centros que facilitó la realización del estudio.

## 5. Resultados

En primer lugar, se realizó un análisis descriptivo de los resultados obtenidos tras la intervención. En la fase pre-test, el grupo control obtuvo ( $M = 24,34$ ;  $dt = 5,57$ ), y para el grupo experimental ( $M = 14,33$   $dt = 2,61$ ). Tras la fase de intervención, los resultados del post-test mediante la evaluación a través del ENT-R (versión B) mostraron mejoría en ambos grupos (ver TABLA 1).

TABLA 1: *Estadísticos descriptivos de los resultados obtenidos por los grupos experimental y control con la versión española del Early Numeracy Test-R, correspondientes a las fases pre-test y post-test.*

		Pre-test		Post-test	
		M	dt	M	dt
Grupo Experimental	Subtests Relacionales	9,20	2,64	13,93	2,31
	Subtests Numéricos	5,13	2,04	12,07	3,75
	Total Test	14,33	2,61	26,00	5,46
Grupo Control	Subtests Relacionales	12,69	2,67	12,56	2,46
	Subtests Numéricos	11,64	4,13	12,91	3,76
	Total Test	24,34	5,57	25,47	5,16

Las puntuaciones medias del total de participantes mostraron un incremento en el resultado final del test y en las puntuaciones obtenidas en los distintos subtest que lo componen, piagetianos y numéricos. La media aumentó en mayor cuantía en las tareas numéricas que en las tareas relacionales en la fase post-test. El total de participantes presentó una mejoría de los resultados en la segunda evaluación. Las diferencias encontradas en el desempeño matemático del grupo experimental entre la fase pre-test y post-test fueron significativas ( $t = -13,037$ ;  $p < 0,005$ ). Los resultados obtenidos por el grupo experi-

mental tras la intervención se equipararon a los del grupo control, por lo que no se encontraron diferencias significativas entre ambos en la fase post-test.

Con respecto a las distintas sub-pruebas del ENT-R, el grupo experimental en la fase pre-test mostró mejores destrezas en los componentes de tipo piagetiano ( $M = 9,20$ ;  $dt = 2,64$ ) que en los numéricos ( $M = 5,13$ ;  $dt = 2,04$ ). Del mismo modo, el grupo control en el post-test arrojó mejores puntuaciones en las tareas de tipo piagetiano ( $M = 12,69$ ;  $dt = 2,67$ ) que en las numéricas, siendo sustancialmente menor la

diferencia existente entre ambos subtest en el caso del grupo control (ver TABLA 1).

El grupo experimental, mejoró su ejecución de manera significativa en las tareas relacionales tras la implementación del programa de intervención ( $M = 13,93$ ;  $dt = 2,31$ ), llegando a superar la puntuación media obtenida por el grupo control ( $M = 12,56$ ;  $dt = 2,46$ ), que se mantuvo estable. En los subtests numéricos se obtuvo, al igual que en las tareas relacionales o piagetianas, una mejoría significativa del grupo experimental ( $M = 12,07$ ;  $dt = 3,75$ ). En el caso del grupo control también se observó un incremento en las puntuaciones post-test ( $M = 12,91$ ;  $dt = 3,76$ ).

Las ganancias obtenidas por el grupo experimental tras la intervención fueron

superiores a las del grupo control en el resultado total del test y en los distintos subtests (ver TABLA 2). El logro matemático de los estudiantes pertenecientes al grupo experimental mejoró su media en 11,67 puntos, siendo superior a la ganancia obtenida por el grupo control, que incrementó su media en 1,13 puntos. La intervención tuvo un impacto positivo en el grupo experimental, especialmente en las tareas de tipo piagetiano. Los incrementos en las destrezas numéricas fueron menores que en el caso de las habilidades de tipo relacional tanto en el grupo control (ganancia = 0,03) como experimental (ganancia = 0,73). El aumento de la media fue inferior a un punto en ambos grupos, siendo prácticamente inapreciables las diferencias entre el pre-test y el post-test en el grupo control.

TABLA 2: *Ganancias en las puntuaciones obtenidas en la versión española del Early Numeracy Test-R, tras las sesiones de intervención con el software Jugando con Número 2.0 (fase post-test).*

	Grupo Experimental				Grupo Control			
	Min.	Máx	M	dt	Min.	Máx.	M	dt
Total Test	2	26	11,67	4,9	-10	14	1,13	4,6
Ítems Relacionales	-1	10	4,73	2,7	- 5	6	-,13	2,6
Ítems Numéricos	-1	4	0,73	1,2	- 3	3	0,03	0,8

Teniendo presente las características de nuestro estudio, se realizó el cálculo del tamaño del efecto con el fin de analizar los resultados obtenidos y el impacto de la intervención en el grupo de tratamiento. Determinamos como índice del tamaño del efecto la diferencia media tipificada  $d$  de Cohen, analizándose diferencias de las medias obtenidas entre el pre-test y

el post-test divididas entre la desviación típica intragrupo conjunta. Los datos mostraron que en el grupo de tratamiento se producía un incremento progresivo, y significativo en la puntuación total del ENT-R del pre-test al post-test ( $d = 2,75$ ;  $r = 0,80$ ). Podemos observar que en el grupo experimental el tamaño del efecto muestra unos valores muy altos. Sin embargo,



en el grupo control asumió los valores  $d = 0,19$ ;  $r = 0,09$  (TABLA 3).

Del mismo modo, analizamos las diferencias intragrupos existentes entre la fase pre-test y post-test en los subtest relacionales y numéricos que componen la prueba. En la TABLA 3 podemos ob-

servar cómo el tamaño del efecto fue mayor en el grupo experimental, tanto en los test relacionales como numéricos, obteniendo ambos grupos mayor efecto en las tareas de tipo numérico, pero siendo significativamente mayor el valor obtenido en el grupo experimental ( $d = 2,31$ ;  $r = 0,75$ ).

TABLA 3: Valores correspondientes al tamaño del efecto en los subtests relacionales y numéricos y en la prueba total, aplicando la versión española del *Early Numeracy Test-R*.

Min.	Máx.	$d$	$r$
Grupo Experimental	Subtest Relacionales	1,91	0,69
	Subtest Numéricos	2,31	0,75
	Total Test	2,75	0,80
Grupo Control	Subtest Relacionales	- 0,05	- 0,02
	Subtest Numéricos	,32	,15
	Total Test	,19	,09

## 6. Discusión

El objetivo principal del presente trabajo fue valorar si se producía una mejora de la competencia matemática temprana tras la implantación de un programa pedagógico de intervención, mediante el software *Jugando con Numeros 2.0*. La intervención se realizó con un grupo de niños del último curso de Educación Infantil, en riesgo de tener dificultades de aprendizaje de las matemáticas. Seleccionamos como alumnos objeto de intervención aquellos participantes que presentaban una puntuación menor en su competencia matemática, respecto a su grupo de clase, de acuerdo con una medida ampliamente utilizada en contextos escolares. Somos conscientes de que hay

factores intrínsecos al aula y al profesorado que intervienen en el aprendizaje, tales como la enseñanza y el tipo de actividades aplicadas (Lerkkanen, Kiuru, *et al.*, 2012). Por ello y teniendo en cuenta que los elementos que intervienen en el aprendizaje temprano son un complejo entramado de factores inherentes al sujeto y relativos al entorno, se seleccionaron los estudiantes que participaron en el programa de intervención en función del grupo de clase al que pertenecían y, en consecuencia, del rendimiento en relación a sus iguales en ese mismo contexto.

La evaluación de la CMT se realizó atendiendo al manejo de conceptos relacionales (piagetianos) y numéricos. Cuando ha-

blamos de conceptos piagetianos, nos referimos a aquellas nociones de clasificación, seriación, correspondencia uno a uno y conservación pertenecientes al modelo de operaciones lógicas de Piaget y Szeminska (1941), que tienen una presencia importante en la enseñanza de las matemáticas en nuestro sistema educativo. Existen estudios que sostienen la potencia del desarrollo de las operaciones piagetianas para la adquisición del conocimiento matemático (Baroody y Dowker, 2003; Siegler *et al.*, 2009). Sin embargo, encontramos investigaciones que cuestionan el papel central de las operaciones lógicas, en favor de la importancia del conteo y los conceptos numéricos en el desarrollo matemático (Mayer, 2008; Navarro, Aguilar, Marchena, Ruiz y Ramiro, 2011). En nuestro trabajo consideramos la importancia de ambos tipos de conceptos y los evaluamos obteniendo una medida inicial del desempeño matemático y la ganancia obtenida en cada uno de los subtests tras la intervención.

Se observó una mejoría en la muestra total de estudiantes como cabía esperar debido a aspectos madurativos e instruccionales. Pero debemos subrayar que las ganancias del grupo que recibió la intervención fueron mayores que las del grupo control, tanto en los subtest como en la puntuación global del test que midió la CMT. Esta mejora fue significativa teniendo en cuenta la baja puntuación de partida del grupo experimental. Los resultados del tamaño del efecto fueron reveladores, siendo llamativamente importantes como consecuencia de la intervención aplicada. La interpretación de los resultados no puede ser unívoca, dada lo imbricado de las numerosas variables que intervie-

nen en la eficacia de un determinado procedimiento pedagógico. No obstante, estos métodos computarizados utilizados como remedio de dificultades de aprendizaje, ofrecen al alumnado una serie de tareas que tratan de hacer los conceptos matemáticos más simples y con significado. Ello puede establecer una relación más estrecha entre las metas perseguidas con el aprendizaje, el aprendizaje y el feedback que el sistema informatizado puede darle. Por otro lado, suele ser un hecho reconocido por los educadores que este feedback informático puede tener un valor motivacional intrínseco. Los profesores de niños con necesidades educativas especiales suelen usar actividades en forma de juegos o actividades manipulativas (cartas, dados, líneas numéricas, etc.) con el fin de aportar a los alumnos experiencias con los números llenas de significado. Indudablemente estas actividades mejoran las competencias matemáticas, pero requieren personal especialmente entrenado, profesores que trabajen de manera muy individualizada con los alumnos o con un pequeño grupo, y generalmente limitados a los períodos escolares. Por ello, estas formas de ayudas pedagógicas asistidas por ordenador, como la presentada en este trabajo, pueden ser una alternativa para intervenir en las dificultades de aprendizaje básico, que exigiría una menor implicación directa del profesorado, e incluso podría ponerse en práctica en contextos no formales de aprendizaje (Butterworth *et al.*, 2011).

Como en otros casos, esta investigación ha mostrado una mejora de las habilidades académicas en respuesta a la instrucción basada en nuevas tecnologías (Räsänen *et al.*, 2009). Algunos autores

como Wilson, Dehaene, Dubois y Fayol, (2009), encontraron también una relación positiva entre el logro en matemáticas y la enseñanza asistida por ordenador. Sin embargo, Kroesbergen y Van Luit (2003) indican que la enseñanza asistida por ordenador no parecía ser efectiva para el dominio de la resolución de problemas y mostraba bajos tamaños del efecto para otros dominios de las matemáticas. Estas discrepancias en la investigación sugieren que se trata de un campo que necesita todavía una mejor exploración en una doble dirección: por un lado, en la creación de herramientas instrumentales, pero por otro, la contrastación empírica de su eficiencia. No obstante, no podemos obviar la existencia de ventajas en el uso de las nuevas tecnologías cuando instruimos en contextos educativos. Gracias a ellas, podemos trabajar de forma individualizada en grupos amplios, seguir la progresión de su rendimiento y llevar a cabo actividades atractivas para los alumnos, lo que puede contribuir a mejorar diferentes destrezas curriculares.

### Dirección para la correspondencia:

José I. Navarro. Facultad de Ciencias de la Educación, Departamento de Psicología, Universidad de Cádiz, Campus Río San Pedro, 11510 Puerto Real. Email: jose.navarro@uca.es.

Fecha de recepción de la versión definitiva de este artículo: 10. VI. 2014.

### Notas

[1] El artículo es un desarrollo de los proyectos de investigación I+D+I del MEC EDU2011-22747 y P09-HUM4918.

[2] Una versión experimental del programa puede verse en la web del grupo de investigación: <http://hum634.uca.es/material>

### Bibliografía

- ALSINA, A., AYMERICH, C. y BARBA, C. (2008) Una visión actualizada de la didáctica de la matemática en educación infantil, *Uno. Revista de Didáctica de las Matemáticas*, 47, pp. 10-19.
- AUBREY, C., DAHL, S., y GODFREY, R. (2006) Early mathematics development and later achievement: Further evidence, *Mathematics Education Research Journal*, 18, pp. 27-46.
- AUNIO, P., HAUTAMÄKI, J. y VAN LUIT, J. H. E. (2005) Mathematical thinking intervention programmes for preschool children with normal and low number sense, *European Journal of Special Needs Education*, 20, pp. 131-146.
- AYDIN, E. (2005) The use of computers in mathematics education: A paradigm shift from «computer assisted instruction» towards «students programming», *The Turkish Online Journal of Educational Technology*, 4, pp. 79-83.
- BAROODY, A. J. y DOWKER, A. (2003) *The development of arithmetic concepts and skills: constructive adaptive expertise* (London, Lawrence Erlbaum).
- BERCH, D. B. (2005) Making sense of number sense: Implications for children with mathematical disabilities, *Journal of Learning Disabilities*, 38, pp. 333-339.
- BERMEJO, V. (2013) *Cómo enseñar matemáticas para aprender mejor* (Madrid, CCS).

- BRYANT, D. P. (2005) Commentary on early identification and intervention for students with mathematics difficulties, *Journal of Learning Disabilities*, 38, pp. 340-345.
- BUSCH, W. T., PEDERSON, K., ESPIN, A. C. y WEISSENBURGER, W. J. (2001) Teaching students with learning disabilities: Perceptions of a first-year teacher, *The Journal of Special Education*, 35, pp. 92-99.
- BUTTERWORTH, B., VARMA, S. y LAURILLARD, D. (2011) Dyscalculia: from brain to education, *Science*, 332, pp. 1049-1053.
- CHARD, D., CLARKE, B., BAKER, S., OTTERTEDT, J., BRAUN, D. y KATZ, R. (2005) Using measures of number sense to screen for difficulties in mathematics: Preliminary findings, *Assessment for Effective Intervention*, 30, pp. 3-14.
- DESOETE, A., ROEYERS, H., BUYSSE, A. y DE CLERCQ, A. (2003) Can offline metacognition enhance mathematical problem solving?, *Journal of Education of Psychology*, 95, pp. 188-202.
- DESOETE, A. y GRÉGOIRE, J. (2006) Numerical competence in young children and in children with mathematics learning disabilities, *Learning and Individual Differences*, 16, pp. 351-367.
- DOWKER, A. (2005) Early identification and intervention for students with mathematics difficulties, *Journal of Learning Disabilities*, 38, pp. 324-332.
- FEDRIANI, E., FERNÁNDEZ, A. A. y OJEDA, M. (2013) Ludymat: un intento de motivación por las matemáticas mediante el juego, *Suma. Revista sobre el Aprendizaje y la Enseñanza de las Matemáticas*, 72, pp. 45-49.
- FUCHS, L. S., FUCHS, D., POWELL, S. R., SEETHALER, P. M., CIRINO, P. T. y FLETCHER, J. M. (2008) Intensive intervention for students with mathematics disabilities: Seven principles of effective practice, *Learning Disability Quarterly*, 31, pp. 79-92.
- GEARY, D. C. (2004) Mathematics and learning disabilities, *Journal of Learning Disabilities*, 37, pp. 4-15.
- GERVASONI, A. (2005) The diverse learning needs of young children who were selected for an intervention program, en CHICK, H. L. y VINCENT, J. L. (eds.) *Proceedings of the 29th annual conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, vol. 3 (Melbourne, Australia, PME), pp. 33-40.
- GONZÁLEZ-CASTRO, P., RODRÍGUEZ, C., CUELI, M., CABEZA, L. y ÁLVAREZ, L. (2014) Competencias matemáticas y control ejecutivo en estudiantes con Trastorno por Déficit de Atención con Hiperactividad y Dificultades de Aprendizaje de las Matemáticas, *Revista de Psicodidáctica*, 19, pp. 125-143.
- GREENES, C., GINSBURG, H. P. y BALFANZ, R. (2004) Big math for little kids, *Early Childhood Research Quarterly*, 19, pp. 159-166.
- JORDAN, N. C. y HANICH, L. B. (2003) Characteristics of children with moderate mathematics deficiencies: A longitudinal perspective, *Learning Disabilities Research and Practice*, 18, pp. 221-231.
- KROESBERGEN, E. H. y VAN LUIT, J. E. H. (2003) Mathematical interventions for chil-

- dren with special educational needs: A meta-analysis, *Remedial and Special Education*, 24, pp. 97–114.
- LERKKANEN, M. K., KIURU, N., PAKARINEN, E., VILJARANTA, J., POIKKEUS, A. M., RASKU-PUTTONEN, H., SIEKKINEN, M. y NURMI, J. E. (2012) The role of teaching practices in the development of children's interest in reading and mathematics in kindergarten, *Contemporary Educational Psychology*, 37, pp. 266-279.
- MAYER, R. E. (2008) *Learning and instruction* (New Jersey, Pearson).
- NAVARRO, J. I., RUIZ, G., ALCALDE, C., AGUILAR, M. y MARCHENA, E. (2007) *Jugando con números. Cd-rom problemas matemáticos para niños* (Cádiz, Departamento de Psicología).
- NAVARRO, J. I., AGUILAR, M., MARCHENA, E., RUIZ, G. y RAMIRO, P. (2011) Desarrollo operatorio y conocimiento aritmético: vigencia de la teoría piagetiana, *Revista de Psicodidáctica* 16, pp. 251-266.
- NÚÑEZ DEL RÍO, M. y LOZANO GUERRA, I. (2003) Evaluación del pensamiento matemático temprano en alumnos con déficit intelectual, mediante la prueba TEMA-2, **revista española de pedagogía**, 226, pp. 547-564.
- OU, S. (2005) Pathways of long-term effects of an early intervention program on educational attainment: Findings from the Chicago longitudinal study, *Journal of Applied Developmental Psychology*, 26, pp. 578–611.
- PAPE, S. J., y WANG, C. (2003) Middle school children's strategic behavior: Classification and relation to academic achievement and mathematical problem solving, *Instructional Science*, 31, pp. 419–449.
- PIAGET, J., y SZEMINSKA, A. (1941) *Génesis del número en el niño* (Buenos Aires, Guadalupe).
- RÄSÄNEN, P., SALMINEN, J., WILSON, A. J., AUNIO, P., y DEHAENE, S. (2009) Computer-assisted intervention for children with low numeracy skills, *Cognitive Development*, 24, pp. 450-472.
- SIEGLER, R. S. y RAMANI, G. B. (2009) Playing linear number board games –but not circular ones– improves low-income preschoolers' numerical understanding, *Journal of Educational Psychology*, 101, pp. 545–560.
- SLAVIN, R. E., y LAKE, C. (2008) Effective programs in elementary mathematics: A best-evidence synthesis, *Review of Educational Research*, 78, pp. 427–515.
- SOPHIAN, C. (2004) Mathematics for the future: developing a Head Start curriculum to support mathematics learning, *Early Childhood Research Quarterly*, 19, pp. 59–81.
- SYMINGTON, L., y STRANGER, C. (2000) Math = success: New inclusionary software programs add up to a brighter future, *Teaching Exceptional Children*, 32, pp. 28–33.
- VANDERHEYDEN, A. M. (2010) Determining early mathematical risk: Ideas for extending the research, *School Psychology Review*, 39, pp. 196-202.
- VAN LUIT, J. E. H., y VAN DE RIJDT, B. A. M. (2009) *The Early Numeracy Test Revised* (Gruvian, Doetinchem, The Netherlands).



WILSON, A. J., DEHAENE, S., DUBOIS, O., y FAYOL, M. (2009) Effects of an adaptive game intervention on accessing number sense in low-socioeconomic-status kindergarten children, *Mind, Brain, and Education*, 3, pp. 224-234.

WRIGHT, R. J., MARTLAND, J., STAFFORD, A. K., y STANGER, G. (2006) *Teaching Number: Advancing Children's Skills and Strategies* (London, Paul Chapman Publishing).

XIN, Y. P., JITENDRA, A. K., y DEATLINE-BUCHMAN, A. (2005) Effects of mathematical word problem-solving instruction on middle school students with learning problems, *Journal of Special Education*, 39, pp. 181-192.

YOUNG-LOVERIDGE, J. M. (2004) Effects on early numeracy of a program using number books and games, *Early Childhood Research Quarterly*, 19, pp. 82-98.

## Resumen:

### Efectos de la aplicación de un programa de entrenamiento específico para el aprendizaje matemático temprano en educación infantil

Se analizaron los cambios establecidos en la competencia matemática temprana de niños en riesgo de presentar dificultades de aprendizaje, utilizando un programa de entrenamiento computerizado para el aprendizaje de habilidades matemáticas. Los 128 niños/as participantes de Educación Infantil (*M edad* =65,8; *dt* 3,3) fueron evaluados mediante el test Early-Numeracy-Test (ENT-r) que valoraba la competencia matemática temprana. La fase de intervención consistió en 30 sesio-

nes de aprendizaje utilizando *Jugando con Números 2.0*. El grupo experimental mejoró significativamente tras la intervención equiparándose al grupo control ( $t = 0,486$ ;  $p < 0,005$ ). El tamaño del efecto de la intervención arrojó unos altos valores para el grupo experimental ( $d = 2,75$ ;  $r = 0,80$ ). Se discute el uso de la intervención educativa basada en nuevas tecnologías como complementaria para mejorar el rendimiento de los alumnos en riesgo de presentar dificultades de aprendizaje.

**Descriptores:** Matemática temprana, dificultades de aprendizaje, intervención temprana, enseñanza asistida por ordenador, enseñanza matemática.

## Summary:

### Effects of a specific training program for early mathematics learning in early childhood education

Changes on early mathematic competency with children in risk of learning difficulties were studied, after a computer assisted mathematic training program. A total of 128 second-year preschool boys and girls were assessed by the Early-Numeracy-Test (ENT-R). For 30 sessions, a remedial intervention was carried out using «Playing with Numbers 2.0» software. Significant differences between pre- and post- intervention for the experimental group were obtained ( $t = 0.486$ ,  $p < 0.005$ ). The intervention effect size also showed higher values for the experimental group ( $d = 2.75$ ;  $r = 0.80$ ). This group increasing scores was higher than the control group in the ENT-R subtests and in the total test. Educational interven-



tion based on computers hardly replaces the standard instruction approach, but we considered can help and improves the achieving of students at risk of learning mathematic disabilities.

**Key Words:** Early mathematics, learning disabilities, early intervention, computer assisted learning, mathematics instruction.